15/3/2024

Ασκηση (2xn πινακας - παιγνιο μηδενικου αθροισματος - συνεχεια)

$\omega_1 = 4$

$\omega_2 = \min_q \max_p h_I(p, q)$

$q^* = (0, q, 1-q, 0)$

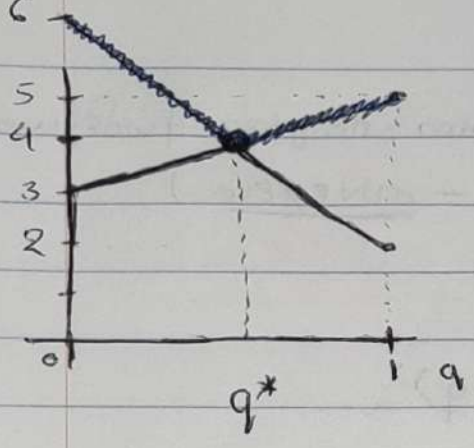
Αρα $\omega_2 = \min_q \max_p h_I(p, q)$

$= \min_q \max \{h_I(s_1, q), h_I(s_2, q)\}$

$= \min_q \max \{5q + (1-q)\cdot 3, 2q + (1-q)6\}$

$= \min_q \max \{3 + 2q, 6 - 4q\}$

Σχεδιαζω τα ευθυγραμμα τμηματα
Σχεδιαζω τη γραμμη που πετυχαινεται το max.
Βρισκω το min πανω στη γραμμη
Βρισκω τη στρατηγικη του II δηλαδη τη minmax στρατηγικη



Βρισκω q^* απο τη τομη των
ευθ. τμηματων:

$$3+2q = 6-4q \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$q^* = \left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$$

Αρα
Το ΣΣΙ (p^*, q^*)

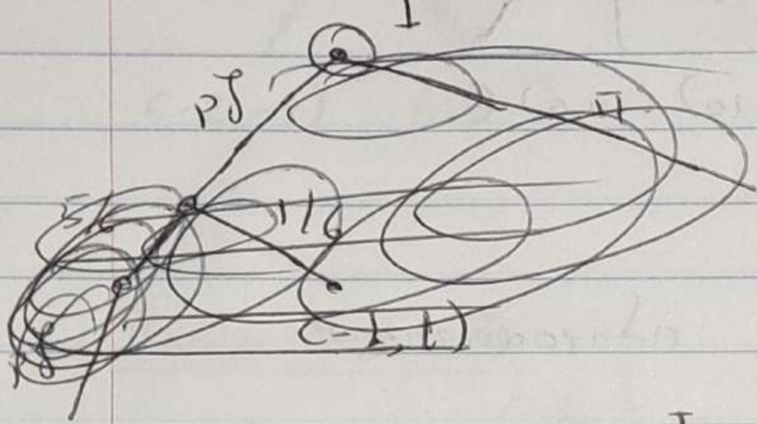
με $p^* = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ και $q^* = \left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$

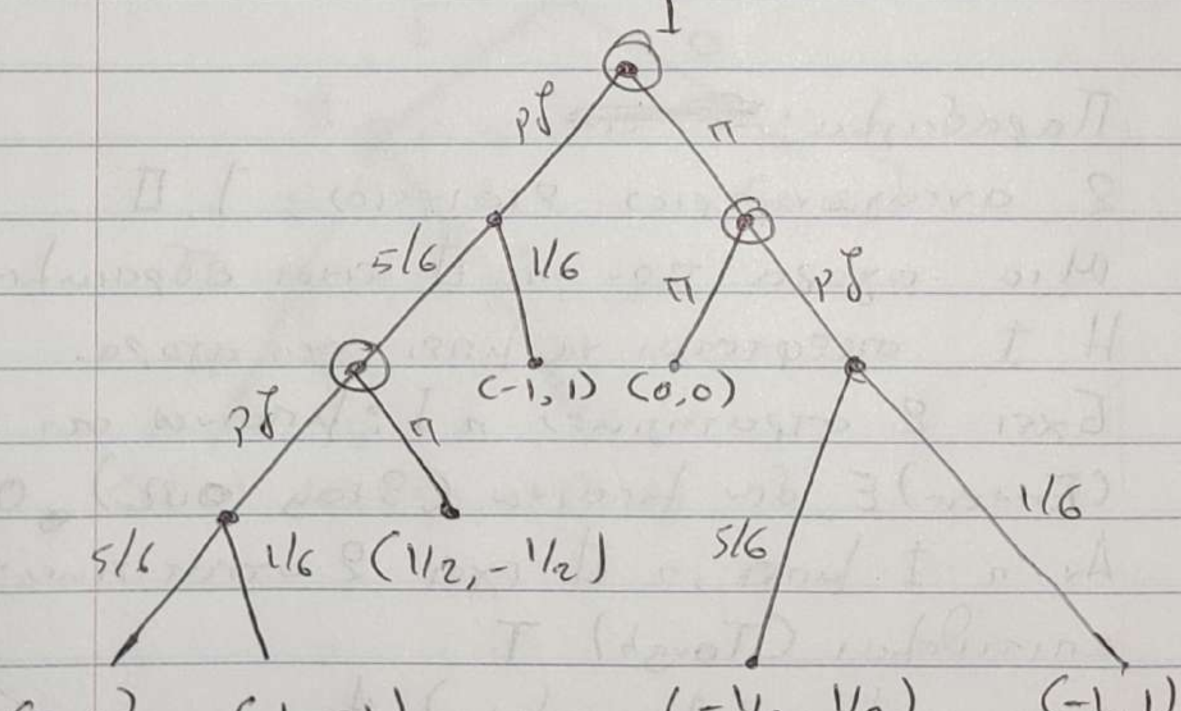
και $\omega_1 = \omega_2 = 4$

Ενοτητα 5

Παιγνια σε εκτεταμενη μορφη

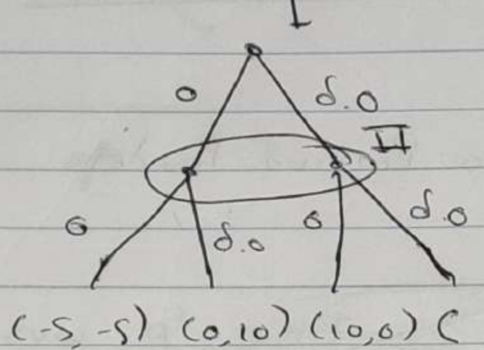
Παραδειγματα: Ρωσικη Ρουλετα





πληρους πληροφορησης

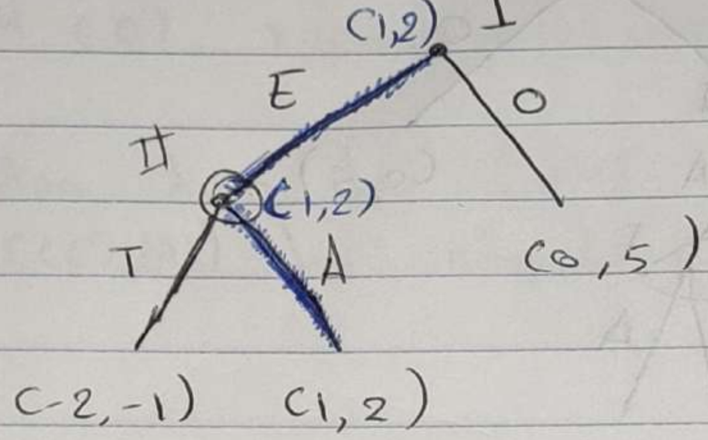
Παράδειγμα: Διλήμμα του φυλακισμένου



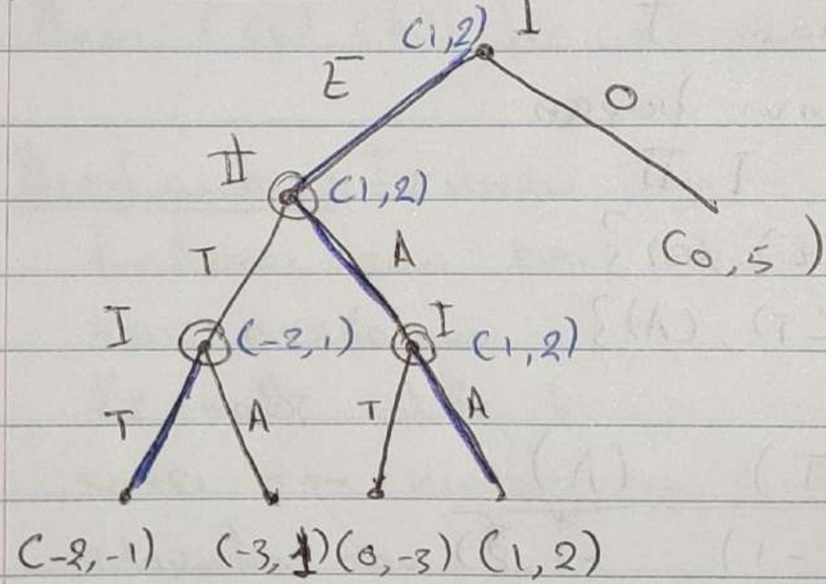
όχι πλήρους πληροφόρησης

Παράδειγμα: ~~Σ~~
2 ανταγωνιστικές εταιρείες: I, II
Μια αγορά που η II είναι εδραιωμένη
Η I σκέφτεται να μπει στη αγορά.
Εχει 2 στρατηγικές η I: μπαίνει στη Αγορά (Enter) E, δεν μπαίνω (Stay out) O.
Αν η I μπει, η II έχει 2 στρατηγικές:
επιτίθεται (Tough) T
είναι χαλαρή (Accomodate) A
Θεωρούμε 3 παραλλαγές:

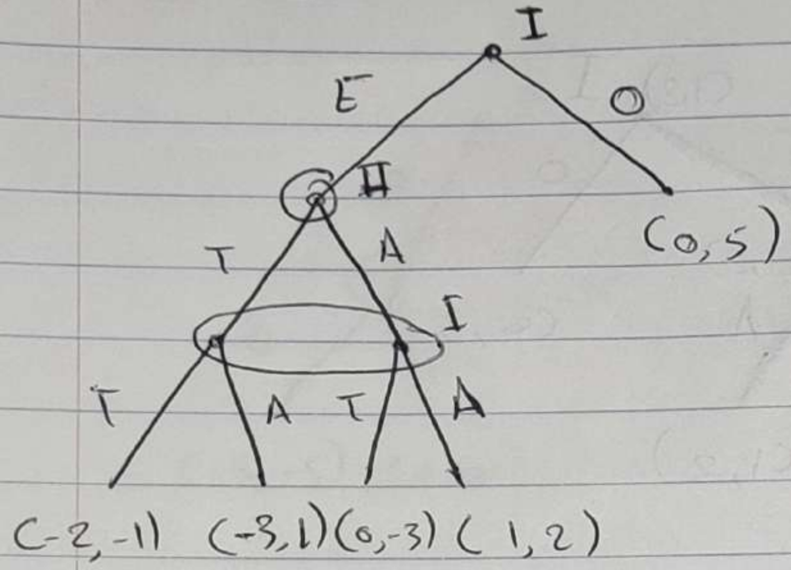
Παραλλαγή 1



Παραλλαγή 2



Παραδειγμα 3



Παραδειγμα I

Σε κανονικη μορφη

Παικτες: I, II

$S_I = \{(E), (O)\}$

$S_{II} = \{(T), (A)\}$

I \ II	(T)	(A)
(E)	(−2, −1)	(1^*, 2^*)
(O)	(0^*, 5^*)	(0, 5^*)

Επιλυση με ΣΣΙ

2 ΣΣΙ : ((E), (A)) με πληρωμες (1,2)

((O), (T)) (0, 5)

Επιλυση ΕΑΚΣ

ΙΙ: Η (Τ) κυριαρχειται απο την (Α)
Ι Η (Ο) κυριαρχειται απο την (Ε)

Αρα λυση με ΕΑΚΣ:
((Ε),(Α)) με πληρωμες (1, 2)

Επιλυση με backward induction (προς τα πισω επαγωγη)

(Πανω στην εκτεταμενη μορφη)
Λυση: ((Ε), (Α)) με πληρωμες (1, 2)

Διαδικασια: Ξεκινω απο κομβους που οι διαδοχοι τους ειναι τερματικες κορυφες και ανεβαινω
Σε καθε κομβο ο παικτης που επιλεγει κανει την κινηση που μεγιστοποιει την πληρωμη του.

Θεωρημα Kuhn
Καθε παιγνιο πληρους πληροφορησης με πεπερασμενο αριθμο κορυφων εχει λυση με προς τα πισω επαγωγη. Η λυση θα ειναι μοναδικη αν δεν υπαρχουν ισοπαλιες.

Παραλλαγή 2

Κανονική Μορφή

Παίκτες I, II

$S_I = \{(E,T,T), (E,A,T), (E,T,A),$
$(E,A,A), (O,T,T), (O,A,T),$
$(O,T,A), (O,T,T)\}$

$S_{II} = \{(T), (A)\}$

I \ II	(T)	(A)
(E, T, T)	$(-2, -1^*)$	$(0, -3)$
(E, A, T)	$(-3, 1^*)$	$(0, -3)$
(E, A, A)	$(-2, -1)$	$(1^*, 2^*)$
(E, A, A)	$(-3, 1)$	$(1^*, 2^*)$
(O, T, T)	$(0^*, 5^*)$	$(0, 5^*)$
(O, A, T)	$(0^*, 5^*)$	$(0, 5^*)$
(O, T, A)	$(0^*, 5^*)$	$(0, 5^*)$
(O, T, T)	$(0^*, 5^*)$	$(0, 5^*)$

Επίλυση με ΣΣΙ:

6 ΣΣΙ: ...

Επιλυση με ΕΑΚΣ

I (E, T, T), (E, A, T), (E, A, A) κυριαρχουνται απο (E, T, A)

II (T) κυριαρχειται απο των (A)

I Θ, εναπομενουσες κυριαρχουνται απο τη (E, T, A)

Αρα η λυση με ΕΑΚΣ

((E, T, A), (A)) με πληρωμες (1, 2)

Επιλυση με backward induction:
(Πηγαινω στην εκτεταμενη μορφη)

((E, T, A), (A)) με πληρωμες (1, 2)

Η λυση με backward induction σε ενα παιγνιο πληρους πληροφορησης ειναι ιδια με την λυση ΕΑΚΣ.

Παράδειγμα 3

Παικτες I, II

$S_I = \{ (E,T), (E,A), (O,T), (O,A) \}$

$S_{II} = \{ (T), (A) \}$

I \ II	(T)	(A)
(E,T)	$(-2, -1^*)$	$(0, -3)$
(E,A)	$(-3, 1)$	$(1^*, 2^*)$
(O,T)	$(0^*, 5^*)$	$(0, 5^*)$
(O,A)	$(0^*, 5^*)$	$(0, 5^*)$

Επιλυση με ΣΣΙ

3 ΣΣΙ: ((E,A), (A)) με πληρωμη (1, 2)

((O, T, (T)),

((O A, (T)) με πληρωμη (0, 5)

Επιλυση ΕΑΚΣ

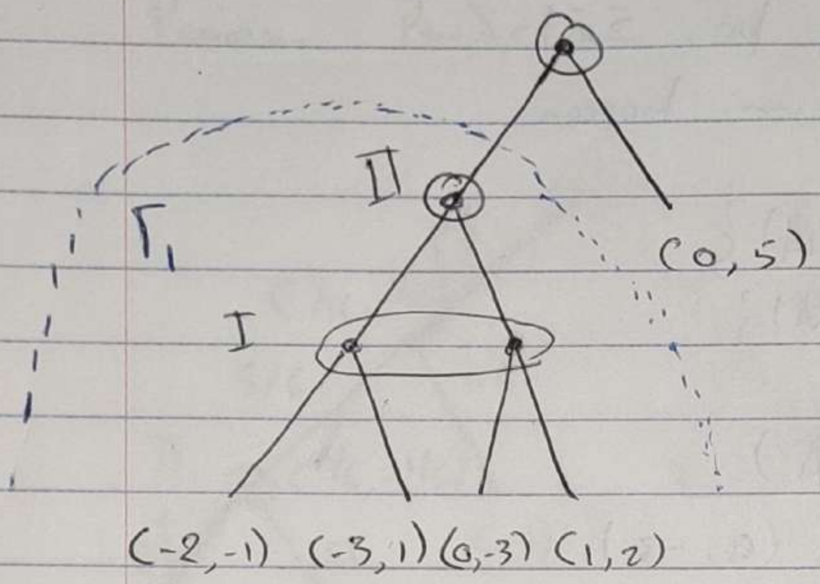
για του I: (E, T) κυριαρχειται απο την (O, T)

II: (T) κυριαρχειται απο την (A)

I: (O, T), (O, A) κυριαρχουνται απο

την (E, A)

((E, A), (A)) λυση με ΕΑΚΣ



Ορισμα (Υποπαιγνιο):

Ενα υποπαιγνιο ειναι ενα υποσυνολο της εκτεταμενης μορφης τετοιο ωστε:

i) Ξεκιναει απο μοναδικο κομβο αποφασης (αρχικη κορυφη

ii) Δε μπορει να περιλαμβανει ενα μερος απο ένα συνολο πληροφορησης. Θα πρεπει να περιλαμβανει ολους τους κομβους του.

iii) Περιλαμβανει ολους τους κομβους των μονοπατιων που ξεκινουν απο την αρχικη κορυφη και καταληγουν σε τερματικη κορυφη

Θα λυσουμε το υποπαιγνιο και θα συνεχισουμε με backward induction

Επίλυση Γ_1 με ΣΣΙ

Γ_1 σε κανονική μορφή

$S_I = \{(T), (A)\}$

$S_{II} = \{(T), (A)\}$

I \ II	(T)	(A)
(T)	$(-2^*, -1^*)$	$(0, -3)$
(A)	$(-3, 1)$	$(1^*, 2^*)$

2 ΣΣΙ

~~Το Γ_1 έχει~~

1ο $((T),(T))$ με $(-2, -1)$

2ο $((A),(A))$ με $(1, 2)$

Συνεχίζουμε με backward induction

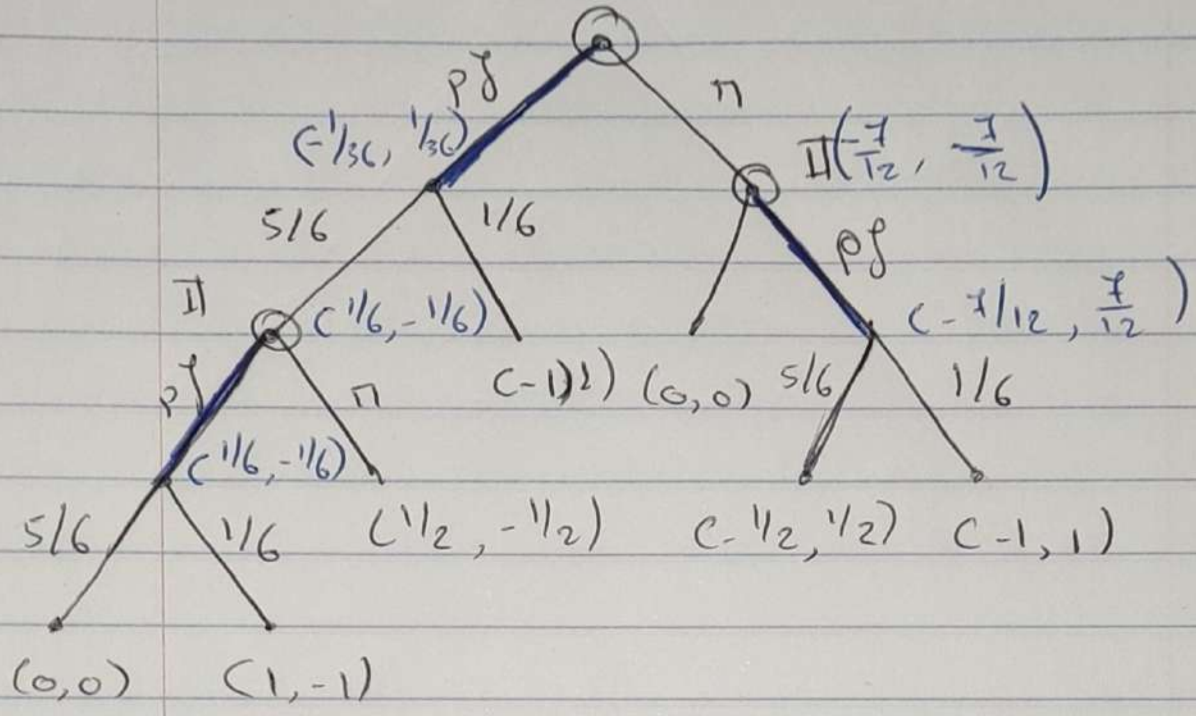
Για το 1ο

Λύση: $((O,T),(T))$ με $(0,5)$

Για το 2ο

Λύση: $((E,A),(A))$ με $(1,2)$

Ρωσική Ρουλέτα



$((\rho\Gamma), (\rho\Gamma, \rho\Gamma))$ με $(-1/36, 1/36$