

10/02/23

Παραδειγμα 7 (Στοιχειώδες ποκερ)

$$S_I = \{ (a, a), (a, \delta), (\delta, a), (\delta, \delta) \}$$

$$S_{II} = \{ (a), (\pi) \}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΛΗΡΟΜΩΝ: $(a, a) \text{ vs } (a) : \frac{1}{4}(3, -3) +$

$\frac{3}{4}(-3, 3)$

$(a, a) \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right)$

$(a, \delta) \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$

$(\delta, a) (-2, 2)$

(δ, δ)

$$= \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

(κανονική μορφή)

$$(a, \delta) \text{ vs } (\pi) : \frac{1}{4} \cdot (1, -1) + \frac{3}{4} \cdot (-1, 1) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$(\delta, a) \text{ vs } (a) : \frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4}(-3) = -2 \quad (\text{πληρωμή παίκτη I})$$

ορισμοί: 1) παιχνίδι τέλειας πληροφόρησης
(όλα τα συνολα πληροφόρησης είναι μονοσυνολα)

όλοι οι παίκτες γνωρίζουν πάντα σε ποια κορυφή βρίσκονται όταν θα πρέπει να παίξουν

2) παιχνίδι ημίρους πληροφόρησης

όλοι οι παίκτες γνωρίζουν την εκτεταμένη μορφή του παιχνιδιού δηλαδή γνωρίζουν τα συνολα πληροφόρησης τις κατανομες πιθανότητας στις κινήσεις της αρας κτλ.

παιχνίδι ελλιπούς πληροφόρησης

Δεν είναι πλήρους πληροφόρησης

4) Κυρίαρχες στρατηγικές

παράδειγμα 3 - συνέχισα (Διλημματικά κρατούμενον)

	(0)	(δ0)
(0)	(5, -5)	(0, -10)
(δ0)	(-10, 0)	(-1, -1)

(Επειδή έχουμε ποινή Βαλακί προσηχο -)

Στόχος παικτών:
Μεγιστοποίηση πληρωμής.

ο I σκέφτεται:

Αν ο II παίξει (0) εμένα με συμφέρει να ομολογήσω
 (0) (Γιατί $\pi_1((0), (0)) = -5 > \pi_1((\delta 0), (0)) = -10$)

Αν ο II παίξει (δ0) εμένα με συμφέρει να ομολογήσω (0)
 (0) ($\pi_1((0), (\delta 0)) = 0 > \pi_1((\delta 0), (\delta 0)) = -1$)

Αρα συ και να κάνει ο II εγώ θα παίξω (0)

ο παίκτης II σκέφτεται:

Αν ο I παίξει ομολογώ (0) εμένα με συμφέρει να παίξω (0)
 (0) ($\pi_2((0), (0)) = -5 > \pi_2((0), (\delta 0)) = -10$)

Αν ο I παίξει (δ0) εμένα με συμφέρει να παίξω (0)
 (0) ($\pi_2((\delta 0), (0)) = 0 > \pi_2((\delta 0), (\delta 0)) = -1$)

Αρα συ και να κάνει ο I εγώ θα παίξω (0)

Τελικά θα παίξουν $(0, 0)$

Συμβολισμοί: $N =$ σύνολο παικτών $= \{1, 2, 3, \dots, n\}$

$S_i =$ σύνολο στρατηγικών παίκτη i , $i \in N$

$s_i \in S_i$

↳ στρατηγική παίκτη i

$\underline{s} = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ με $s_i \in S_i \forall i \in N$

↳ προφίλ στρατηγικών ή στρατηγική κατάσταση
είναι διάνυσμα με τις στρατηγικές όλων των παικτών

\underline{s}_{-i} είναι διάνυσμα που περιέχει τις στρατηγικές
όλων των παικτών εκτός του i

$\underline{s} = (s_i, \underline{s}_{-i})$

$\pi_i(\underline{s}) = \pi_i(s_1, s_2, \dots, s_n) = \pi_i(s_i, \underline{s}_{-i})$ η πληρωμή
του παίκτη i όταν οι παίκτες παίξουν $\underline{s} = (s_1, s_2, \dots, s_n)$
 $= (s_i, \underline{s}_{-i})$

ορισμός (ισχυρά κυρίαρχη στρατηγική)

Η στρατηγική s_i' του παίκτη i κυρίαρχά αντιστρα
ή (ισχυρά) όταν $\pi_i(s_i', \underline{s}_{-i}) > \pi_i(s_i, \underline{s}_{-i})$
 $\forall \underline{s}_{-i}$ και $s_i \in S_i$

Η s_i' τότε ονομάζεται ισχυρά κυρίαρχη στρατηγική
ορισμός (ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική)

Η στρατηγική s_i' κυρίαρχεί ασθενώς της $s_i^\#$ του
παικτη i αν $\pi_i(s_i', \underline{s}_{-i}) \geq \pi_i(s_i^\#, \underline{s}_{-i})$
 $\forall \underline{s}_{-i}$ και $\pi_i(s_i', \hat{\underline{s}}_{-i}) > \pi_i(s_i^\#, \hat{\underline{s}}_{-i})$
για κάποια τουλάχιστον $\underline{s}_{-i} \in S_{-i}$

τότε λέμε ότι η $S_i^\#$ κυριαρχείται από την S_i'
 και ότι η $S_i^\#$ είναι κυριαρχούμενη στρατηγική.
 (ο παίκτης i δεν έχει λόγο να παίξει την $S_i^\#$ διότι
 η S_i' του δίνει καλύτερες πληρωμές)

Αν η S_i' του παίκτη i κυριαρχεί (ασθενώς)
 κάθε άλλης στρατηγικής του i , τότε λέγεται
κυρίαρχη στρατηγική του i

Παράδειγμα 8

Για τον I: II (top) κυριαρχεί
 (ασθενώς) της (bottom)

	II (left)	II (right)
I (top)	(7, 3)	(5, 3)
I (bottom)	(7, 0)	(5, -1)

Για τον II: I (left) κυριαρχεί
 (ασθενώς) της (right)

Η λύση του παιχνιδιού $((top), (left))$

Παρατηρήσεις: 1) κάθε παίκτης μπορεί να έχει το πολύ
 μια ισχυρά κυρίαρχη στρατηγική

2) Αν κάθε παίκτης έχει ισχυρά κυρίαρχη στρατηγική
 τότε έχουμε μοναδική λύση σε κυρίαρχες
 στρατηγικές

3) Μια ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική είναι και
 κυρίαρχη στρατηγική.

Επιαναλαμβάνομενες σφαιρικές κυριαρχούμενων
στρατηγικών

παράδειγμα 9

I/II	(left)	(right)
(up)	(1, 1)	(0, 1)
(middle)	(0, 2)	(1, 0)
(down)	(0, 1)	(0, 0)

Για τον I : η (down) του I κυριαρχείται από την (middle). Άρα ο I δεν θα παίξει (down)

Για τον II η (right) κυριαρχείται από την (left) άρα ο II δεν θα παίξει right

Τώρα για τον I η (middle) κυριαρχείται από την (up), Άρα η λύση θα είναι (up), (left)

Το παιχνίδι είναι dominance Solvable

παράδειγμα 10 2 συγκατοίκοι

Κάθε ένας μπορεί να αφιερώσει για καθαριότητα τον σπιτιού 3, 6 ή 9 ώρες. Αν αφιερώσουν συνολικά $\begin{cases} \geq 12 \text{ ώρες} \\ \Rightarrow \text{clean} \\ 9 \text{ ώρες} \Rightarrow \\ \text{livable} \\ \leq 6 \text{ ώρες} \\ \Rightarrow \text{filthy} \end{cases}$

ωφέλεια από καταστάσεις καθαριότητας

Felix: clean \rightarrow 10 μον.
livable \rightarrow 2 μον.
filthy \rightarrow -10 μον.

Oscar: clean \rightarrow 5
livable \rightarrow 2
filthy \rightarrow -5

Πληρωμή = ωφέλεια από καταστάση καθαριότητας
 - ωρες καθαριότητας.

		oscar		
		(3)	(6)	(9)
Felix	(3)	(-13, -8)	(-1, -4)	(7, -4)
	(6)	(-4, -1)	(4, -1)	(4, -4)
	(9)	(1, 2)	(1, -1)	(1, -4)

(Δεν υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική)
 Ο Felix δεν έχει κυριαρχούμενη στρατηγική.

Για τον Oscar η (9) κυριαρχείται από την (6)
 άρα (την διαγράφουμε)

Για τον Felix η (3) κυριαρχείται από την (6)

Για τον Oscar τώρα η (6) κυριαρχείται από την (3)

Για τον Felix η (6) κυριαρχείται από την (9)

Άρα ο Felix επιλέγει (9) και ο Oscar την (3)
 Λύση (9, 3)

Μειονεκτήματα μεθόδου:

- 1) Υποθέτουμε ότι οι παίκτες δεν θα παίξουν μια στρατηγική που δεν ήταν κυριαρχούμενη αρχικά αλλά έγινε κυριαρχούμενη μετά από πλήθος απαλοιφών
- 2) Η σειρά που γίνεται η απαλοιφή παίζει ρόλο

πχ	I	II	Αν διαγραφούν ταυτόχρονα: <u>I: η (α) κυριαρχείται από την (β)</u>
	(α)	(β)	
(α)	(0, 0)	(0, 1)	
(β)	(1, 0)	(0, 0)	

I: η (α) κυριαρχείται από την (β)
Λύση ((β), (β))

Αν διαγράψει πρώτα ο I
διαφοροει την (α)

II: δεν έχει κυριαρχούμενα
(οχι λύση)

3) Υπάρχουν παιχνίδια που δεν έχουν λύση με
αναλοιπή κυριαρχούμενων στρατηγικών