2.5

Monday, March 11, 2024 1:09 PM

ΕΙΜΑΣΤΕ 6 ΑΤΟΜΑ

ΜΕ ΠΟΣΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΠΑΙΞΟΥΜΕ ΤΑΒΛΙ

$1^{\underline{η}}$ ΛΥΣΗ

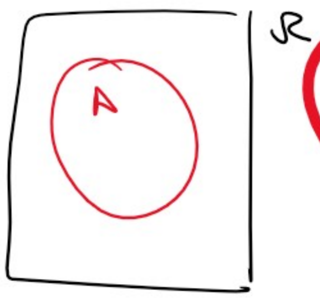
$$5 \cdot 3 = 15$$

$2^{\underline{η}}$ ΛΥΣΗ

$$6 \to 2, \quad 2, \quad 2$$

$$\binom{6}{2,2,2} = \frac{6!}{2!2!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot 3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \frac{90}{6} = 15$$

$\to \{A_1, A_2\}, \to \{A_3, A_4\} \to \{A_5, A_6\}$



$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

1) ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΗ ΑΡΧΗ

$$N_1 \times N_2 \times \dots \times N_k$$

2) ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

$$\frac{N(N-1)\dots(N-k+1)}{k}$$

3) ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ $\binom{N}{k} = \frac{N!}{k!(N-k)!}$

3) ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ $\binom{N}{k} \triangleq \dfrac{N!}{k!\,(N-k)!}$

4)

$$\begin{tikzcd} & & N \arrow[dll] \arrow[d] \arrow[drr] & & \\ k_1 & & k_2 \quad \cdots & & k_M \end{tikzcd}$$

$$\binom{N}{k_1, k_2, \dots, k_M} \triangleq \frac{N!}{k_1!\,k_2!\dots k_M!}$$

5) $\underbrace{N \cdot N \cdots N}_{k \text{ φορές}} = N^k$

6) $\binom{N+k-1}{k} = \binom{N+k-1}{N-1}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.15

ΘΕΜΑ

ΘΕΜΑΤΑ

$$\left\{ \begin{array}{l} ΘΕΜΑ_1ΤΑ_2 \\ ΘΕΜΑ_2ΤΑ_1 \\ ΘΜΤΕΑ_1Α_2 \\ ΘΜΤΕΑ_2Α_1 \end{array} \right\}$$

$Α_1 \; Α_2 \; Α_3$

ΠΑΝΑΘΗΝΑΙΚΟΣ

$$\frac{12!}{3!\;2!}$$

Α	Ν
123	12
123	21
132	12
132	21

$$\left\{ \begin{array}{l} \quad\;\; 1 \;\; 2 \\ ΠΑ_1ΝΑ_2ΘΗΝΑ_3ΙΚΟΣ \\ ΠΑ_3ΝΑ_2ΘΗΝΑ_1ΙΚΟΣ \end{array} \right\}$$

132 12
132 21

12 ΘΕΣΕΙΣ ΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

$\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

$\Pi \xleftarrow{1}$, $\Theta \xleftarrow{1}$, $N \xleftarrow{1}$ . . . $A \xleftarrow{3}$, $N \xleftarrow{2}$

$$\frac{12!}{\underbrace{1!\,1!\,1!\ldots}_{10 \text{ ΦΟΡΕΣ}}\,3!\,2!}$$

BIRTHDAY PARADOX

$$\frac{23 \cdot 22}{2}$$

---

k ΑΤΟΜΑ $N = 365$

A = « ΥΠΑΡΧΕΙ ΖΕΥΓΟΣ ΜΕ ΙΔΙΑ ΗΜ ΓΕΝΝΗΣΗΣ »

$$P(A) = 1 - P(A')$$

A' = « ΟΛΑ ΤΑ k ΑΤΟΜΑ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΗΜΕΡΕΣ »

$$P(A') = \frac{|A'|}{|\Omega|} = \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \ldots (365-k+1)}{(365)^k}$$

Ω: $\text{ΗΓ}_1, \text{ΗΓ}_2, \text{ΗΓ}_3, \ldots \text{ΗΓ}_k$

$P(A') = \frac{1}{|\Omega|} = \frac{\quad}{(365)^k}$

$K = 22 \qquad P(A') > 0.5$

$k = 23 \qquad P(A') < 0.5$

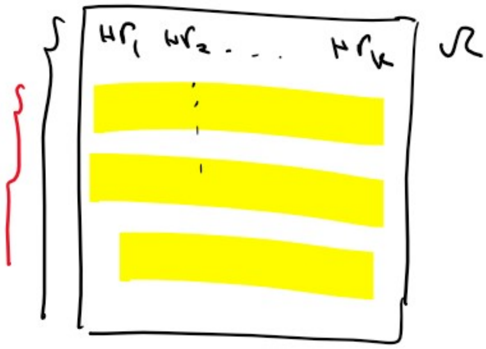
$365 \cdot 365 \ldots = (365)^k$

$\frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdots$

---

k ΑΤΟΜΑ $\qquad N = 365$

A' = « ΤΑ k ΑΤΟΜΑ ΕΧΟΥΝ ΓΕΝΝΗΘΕΙ ΣΤΙΣ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΗΜΕΡΕΣ »



$P(A') = \frac{|A'|}{|\Omega|} = \frac{365 \ldots (365-k+1)}{365^k}$

$365 \cdot 364 \cdot 363 \ldots (365-k+1)$

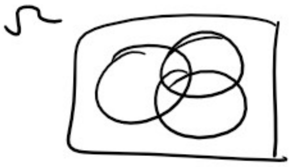
$365 \cdot 365 \ldots 365 = 365^k$

$\boxed{\text{BIRTHDAY PARADOX}}$

ΑΣΚΗΣΗ 5

ΚΕΦ. 6 ΣΥΝΕΛΙΞΗ

ΑΣΚΗΣΗ 1



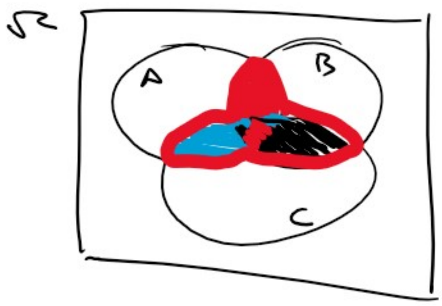
(α) A, B, C

$A \cap B' \cap C' = AB'C'$

(β) ABC'

(γ) $A \cup B \cup C$

(δ) $(AB) \cup (AC) \cup (BC) \cup (ABC)$



ΑΣΚΗΣΗ 2 $\quad N_1 \quad N_2$

N_1, N_2

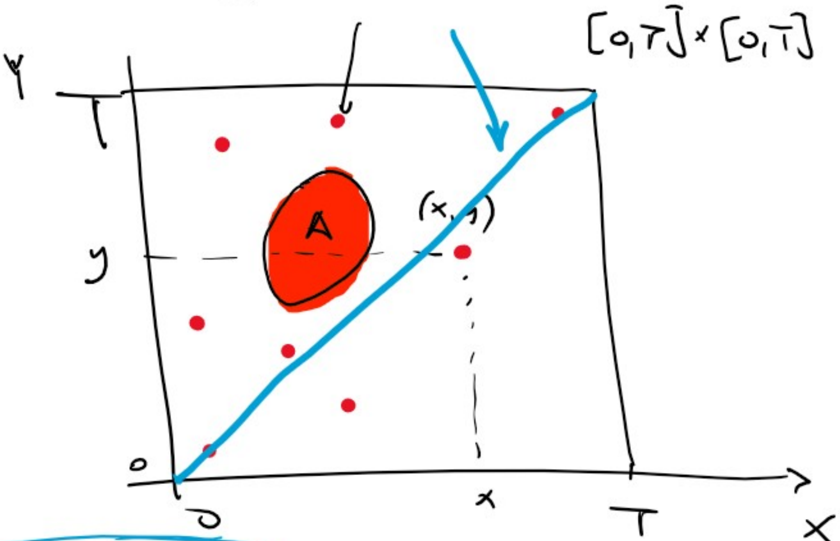
$$\Omega = \{ (1,1), (2,1), (2,2), \cancel{(3,4)} \}$$

$$B = \{ (3,3), (4,3), (5,2), (6,3) \}$$

ΑΣΚΗΣΗ 6

$[0,T] \times [0,T]$

$(x,y) \in [0,T] \times [0,T]$



$\lim P = 0$

$$\boxed{P(A) = \frac{E(A)}{T^2}}$$

$X + t_1 \geq Y \geq X$

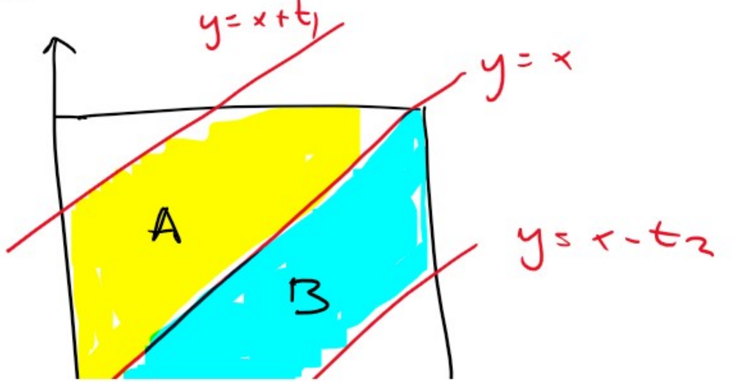
$Y + t_2 \geq X \geq Y$

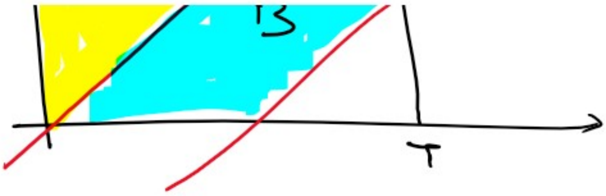
(X,Y) :

$$\{ X \leq Y \leq X + t_1 \}$$

$$\cup \{ Y \leq X \leq Y + t_2 \}$$

$$(X,Y) \in \underbrace{\{(x,y) : x \leq y \leq x + t_1\}}_{A} \cup \underbrace{\{(x,y) : y \leq x \leq y + t_2\}}_{B}$$




B
T