

6^ο Μαθημα : ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΡ. ΠΡΟΓΜΜ.

10-11-22

(Στη φάση I βγαίνει στο πιν βαση η πιο "αρνητική μεταβλητή")

ΔΥΙΚΗ SIMPLEX - ΙΔΕΑ

1) $J = 5 - 3x_1 - 2w_2$

$$x_2 = 7 - 4x_1 + 5w_2$$

$$w_1 = 8 - 2x_1 - 7w_2$$

Βέλτιστο \Leftrightarrow

"Βελτιστότητα" (συντελ. δι.δ. ≤ 0)

"Εφικτότητα" (σταθεροί όροι ≥ 0)

2) $J = 5 - 2x_1 + 2x_2$

$$w_1 = 7 - x_1 + 4x_2$$

$$w_2 = 8 + 1x_1 - 2x_2$$

οχι βέλτιστο
έχει εφικτότητα

\Rightarrow εφαρμόζω simplex
(χωρίς φάση I)

3) $J = 8 - 1x_1 - 2x_2$

$$w_1 = -4 - 2x_1 - 3x_2$$

$$w_2 = 6 + x_1 - 2x_2$$

έχουμε βελτιστότητα

αλλά **οχι εφικτότητα**

\rightarrow Εφαρμόζουμε Δυϊκή simplex

(ή κανω φάση I) αλλά πιο εύκολη
η μέθοδος Δυϊκή simplex

ΚΑΝΟΝΕΣ ΓΙΑ ΔΥΙΚΗ ΜΕΘ. SIMPLEX

Εφαρμόζουμε simplex στο Δυϊκό και κάνουμε
ανάλογη στήλη.

το Δυτικό θα έχει επιτικότητα αλλά όχι βελτιστότητα

$$W_i \leftrightarrow y_i \quad x_i \leftrightarrow z_i$$

1^{ος} βήμα (κανονικό) επιλογή να βγαί από την βάση μια μεταβλητή με αρνητικό σταθερό όρο.

2^{ος} βήμα: Διαλέγω για εισερχόμενη στη βάση αυτή που έχει τον μικρότερο λόγο δυνητικού συντελεστή αντικειμενικής συνάρτησης προς τον θετικό συντελεστή στον περιορισμό της εξερχόμενης

$$J = 5 - x_1 + 2x_2$$

οχι βελτιστότητα Δω μπορώ να κάνω δυτικό simplex

$$W_1 = -2 + 1x_1 - 2x_2$$

οχι επιτικότητα

$$W_2 = 3 - 2x_1 + 3x_2$$

→ Δω μπορώ να κάνω Simplex

θα κάνω δυτικό simplex σε τροποποιημένο πρόβλημα

$$3x_1 + x_2 - 4x_3 = 3x_1 + (2 - \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}W_1 + \frac{1}{2}x_3) - 4x_3 = 2 + \frac{5}{2}x_2 + \frac{1}{2}W_1 - \frac{7}{2}x_3$$

Άσκηση 1

$$\max 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{vno } 3x_1 - 4x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

i) να λύσει το πρόβλημα

ii) τι συμπέρασμα βγαίνει για το Δυτικό J

είναι σε τυπική μορφή. Αρχικό λεγικό

$$J = 0 + 3x_1 + 2x_2$$

οχι βελτιστότητα

$$W_1 = 12 - 3x_1 + 4x_2$$

$$W_2 = 4 - 2x_1 - 1x_2$$

επιτικότητα

Από την στιγμή που έχω εφικτότητα δεν μπορώ να καταλήξω σε μη εφικτό πρόβλημα
 Θα έχω βέλτιστο ή μη φραγμένο

Η x_2 μπαίνει στη βάση. $\min \left\{ \frac{12}{3}, \frac{4}{2} \right\} = 2$
 και η W_2 βγαίνει από την βάση.

Το επόμενο λεξικό είναι:

$$J + \frac{3}{2} W_2$$

$$J = 6 - \frac{3}{2} W_2 + \frac{1}{2} x_2$$

$$W_1 = 6 + \frac{3}{2} W_2 + \frac{11}{2} x_2$$

$$x_1 = 2 - \frac{1}{2} W_2 - \frac{1}{2} x_2$$

οχι βέλτιστο ($\frac{1}{2} > 0$)

Η x_2 μπαίνει στη βάση
 Η x_1 βγαίνει από την βάση

$$r_1'' = r_1' + r_3' \quad r_2'' = r_2' + 11r_3'$$

Επόμενο λεξικό:

$$J = 8 - 2W_2 - 1x_1$$

$$W_1 = 28 - 4W_2 - 11x_1$$

$$x_2 = 4 - 1W_2 - 2x_1$$

Η βέλτιστη λύση είναι: $(x_1, x_2, W_1, W_2) = (0, 4, 28, 0)$

τιμή α.σ. $J = 8$

είναι βέλτιστοι!!!

1) Εφόσον το πρώτο έχει βέλτιστη λύση και το δεύτερο θα έχει βέλτιστη λύση με την ίδια τιμή στην α.σ. $J = 8$

$$(y_1, y_2, z_1, z_2) = (0, 2, 1, 0)$$

Η λύση του δεύτερου διαβάζεται από τους σπτερ. της α.σ.

2^ο Παραδειγμα :

$$\begin{aligned} \max \quad & -3x_1 - 4x_2 \\ \text{υπο} \quad & -1x_1 + 2x_2 \leq -6 \\ & 3x_1 - 1x_2 \leq -3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

ι) να ληθεί και συμπέρασμα για δυνατό

Είναι σε τυπική μορφή

το δεξιό λεξικό είναι βελτιστότητα

$$J = 0 \quad -3x_1 - 4x_2$$

$$W_1 = 6 \quad +x_1 - 2x_2$$

$$W_2 = -3 \quad -3x_1 + x_2$$

οχι επικτότητα

και δυνατό Simplex : Η W_1 βγαίνει από την βάση
δύο ($-6 < 0$)

Η x_1 μπαίνει στη βάση

Εσοκено λεξικό :

$$J = -18 - 3W_1 - 10x_2$$

$$\begin{aligned} W_2 &= -21 - 3W_1 - 5x_2 \\ x_1 &= 6 + W_1 + 2x_2 \end{aligned}$$

εξακολουθώ να μην

έχω εικόνητα

αλλά οχι βελτιστο λεξικό

αλλά οχι βελτιστο λεξικό (αλλά μη εικόνητα πρόβλημα)

δεν υπάρχουν θετικοί συντελεστές στη γραμμή της W_2 !!

το δυνατό πρόβλημα είναι

$$\begin{array}{r} \text{18} \quad \text{21} \quad \text{6} \\ -J = 18 - 6z_1 + 2z_2 \\ y_1 = 3 - 1z_1 + 3z_2 \\ z_2 = 10 - 2z_1 + 8z_2 \end{array}$$

το δυνατό είναι μη γραμμικό
αλλά το πρόβλημα είναι
μη εικόνητα !!!

αλλά στη δυνατό βελτιστο λύση ή μη εικόνητα πρόβλημα

Άσκηση

$$\begin{aligned} \max \quad & 8x_1 - 4x_2 \\ \text{υπο} \quad & 2x_1 - 3x_2 \leq -6 \\ & 5x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

i) να λυθεί ii) Σφραγίσματα για δυτικό

Είναι σε τυπική μορφή:

το αρχικό πρόβλημα είναι:

$$\underline{J = 0 + 8x_1 - 4x_2} \quad \begin{array}{l} \text{οχι βελτιστότητα} \\ \text{οχι εφικτότητα} \end{array}$$

$$W_1 = -6 - 2x_1 + 3x_2$$

$$W_2 = 5 - 5x_1 - 1x_2 \quad \begin{array}{l} \text{θα κάνουμε Δυτική Simplex} \\ \text{σε τροποποιημένο} \end{array}$$

Το τροποποιημένο είναι

$$\underline{J = 0 - 1x_1 - 1x_2}$$

$$\underline{W_1 = -6 - 2x_1 + 3x_2}$$

$$W_2 = 5 - 5x_1 - 1x_2$$

κάνω δυτική Simplex
στο τροποποιημένο

W_1 βγαίνει από την βάση ($-6 < 0$)

x_2 μπαίνει στη βάση

Επόμενο πρόβλημα: $\Gamma_1' = \Gamma_1 + \frac{1}{3}\Gamma_2$

$$\underline{J = -2 - \frac{5}{3}x_1 - \frac{1}{3}W_1}$$

$$x_2 = 2 + \frac{2}{3}x_1 + \frac{1}{3}W_1 \quad \rightarrow \text{ΒΕΛΤΙΣΤΟ}$$

$$W_2 = 3 - \frac{17}{3}x_1 - \frac{1}{3}W_1$$

Li (αν αχα οχ -3 θα ήταν ημ εφικτο!!!)

επιστρέφουμε στο αρχικό πρόβλημα και κρατάμε τους περιορισμούς

$$\underline{J = 8x_1 - 4x_2 = 8x_1 - 4\left(2 + \frac{2}{3}x_1 + \frac{1}{3}W_1\right)}$$

$$= -8 + \frac{16}{3}x_1 - \frac{4}{3}W_1$$

$$J = -8 + \frac{16}{3} x_1 - \frac{4}{3} W_1$$

συνεχίζω με Simplex

$$x_2 = 2 + \frac{2}{3} x_1 + \frac{1}{3} W_1$$

$$W_2 = 3 - \frac{17}{3} x_1 - \frac{1}{3} W_1$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Η } x_1 \text{ μπαίνει στη Βάση} \\ \text{Η } W_2 \text{ βγαίνει από την Βάση} \end{array} \right.$

Επόμενο βελτικό :

$$J = -\frac{88}{17} - \frac{16}{17} W_2 - \frac{28}{17} W_1$$

$$x_2 = \frac{40}{17} - \frac{2}{17} W_2 - \frac{19}{51} W_1$$

$$x_1 = \frac{9}{17} - \frac{3}{17} W_2 - \frac{1}{17} W_1$$

Είναι βελτιστό. Η βελτιστή λύση είναι

$$(x_1, x_2, W_1, W_2) = \left(\frac{9}{17}, \frac{40}{17}, 0, 0 \right)$$

(ii) Συνθήκες για το δίκτυο: έχει βελτιστή λύση
(δύο το ισχυρό δίκτυο δεν, με τιμή α.δ. $-\frac{88}{17}$)
λύση ~~...~~

$$(y_1, y_2, z_1, z_2) = \left(\frac{28}{17}, \frac{16}{17}, 0, 0 \right)$$

Άσκηση

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 + 5x_2 \\ \text{υπό} & 3x_1 - 4x_2 \leq 12 \\ & -3x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

ομοια να λυθεί κ οπτασφ. για δίκτυο.
Είναι σε τυπική κορυφή

Αρχικό λεξικό

$$\begin{aligned} Z &= 0 + 2x_1 + 5x_2 && \text{οχι βελτιστότητα} \\ W_1 &= 12 - 3x_1 + 4x_2 && \text{εφικτότητα} \\ W_2 &= 6 + 3x_1 - 1x_2 && \text{κανον simplex} \end{aligned}$$

Η x_1 μπαίνει στη βάση ($2 > 0$)

Η w_1 βγαίνει από την βάση

Το εσθλενο λεξικό είναι

$$\begin{aligned} Z &= 18 - \frac{3}{2}w_1 + 11x_2 \\ x_1 &= 4 - \frac{1}{3}w_1 + \frac{4}{3}x_2 \\ W_2 &= 18 - w_1 + 3x_2 \end{aligned}$$

δεξ έχω μη-γραφηόνο πρόβλημα
δεξ το δυντό είναι μη εφικτό.

ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ 1^{ου} ΚΟΜΜΑΤΙΟΥ