ΜΑΘΗΜΑ 4ο 27-10-22

$\zeta = 5 - 8x_1 - 2x_2$ $\quad (x_1, x_2, w_1, w_2) = (0,0,3,4)$

$w_1 = 3 - 2x_1 + 7x_2$

$w_2 = 4 - x_1 + 3x_2$

αν ήταν $+8x_1$ → η x_1 μπαίνει στη βάση

καθώς $x_1 \uparrow$ $w_1 \downarrow$ $w_2 \downarrow$ μηδεν όταν $x_1 = 3/2$

$\qquad\qquad\qquad\qquad$ -//- $\quad x_1 = 4$

η w_1 βγαίνει απο την βαση $\left(\min\{\frac{3}{2}, 4\} = \frac{3}{2}\right)$

$$\begin{aligned} \max\ & -5x_1 - 2x_2 \\ \text{υπο}\ & 1x_1 - 1x_2 \le -2 \\ & 1x_1 - 3x_2 \le -3 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

Είναι σε τυπική μορφή.

Το αρχικό λεξικό είναι

$\zeta = 0 - 5x_1 - 2x_2$ $\quad$ λυση $(x_1, x_2, w_1, w_2) = (0,0,-2,-3)$

$w_1 = -2 - 1x_1 + 1x_2$ $\qquad$ μη εφικτή!!

$w_2 = -3 - 1x_1 + 3x_2$

άρα πρεπει να εφαρμόσω φαση 1 της simplex

Φ1 $\quad$ Γράφω αρχικα το τροποποιημένο πρόβλημα max $-x_0$

υπο

$$-x_0 + 1x_1 - 1x_2 \leq -2$$
$$-x_0 + 1x_1 - 3x_2 \leq -3$$
$$x_0, x_1, x_2 \geq 0$$

Αρχικό λεξικό

$$\zeta = 0 \boxed{-x_0} \qquad \Gamma_1$$
$$w_1 = -2 + x_0 - 1x_1 + 1x_2 \qquad \Gamma_2$$
$$\boxed{w_2} = -3 + x_0 - 1x_1 + 3x_2 \qquad \Gamma_3$$

Στο 1ο λεξικό τροποποιημένο η w_2 ΒΓΑΙΝΕΙ από την βάση $(-3<-2)$

Επόμενο λεξικό
γραμμή οδηγού Γ_3 άρα η τελευταία που θα παράξουμε

$$\zeta = -3 - w_2 - 1x_1 + 3x_2 \qquad \Gamma_1' = \Gamma_1 + \Gamma_3$$

↓ μηδ για $x_2 = \frac{1}{2}$ $\quad w_1 = 1 + w_2 + 0x_1 - 2x_2 \qquad \Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_3$

↓ μηδ για $x_2 = 1$ $\quad x_0 = 3 + w_2 + 1x_1 - 3x_2$

Δεν είναι ΒΕΛΤΙΣΤΟ $(3>0)$ άρα

Η x_2 μπαίνει στην βάση

Η w_1 βγαίνει από την βάση $\min\{1/2, 1\} = 1/2$

Το επόμενο λεξικό είναι:

$$\zeta + \frac{3}{2}w_1 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}w_2 - 1x_1 - \frac{3}{2}w_1 \qquad \Gamma_1'' = \Gamma_1' + \frac{3}{2}\Gamma_2'$$

$$x_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}w_2 + 0x_1 - \frac{1}{2}w_1 \qquad \Gamma_2'' = \Gamma_2'$$

$$x_0 = \frac{3}{2} \boxed{-\frac{1}{2}w_2} + 1x_1 + \frac{3}{2}w_1 \qquad \Gamma_3'' = \Gamma_3' - \frac{3}{2}\Gamma_2'$$

Το λεξικό δεν είναι ΒΕΛΤΙΣΤΟ η w_2 θα μπει στην βάση Η x_0 θα βγεί από την βάση

$\zeta = 0 - x_0 + 0x_1 + 0w_1$ $\qquad \Gamma_1''' = \Gamma_1'' + \Gamma_3''$

$x_2 + x_0 = 2 - x_0 + 1x_1 + 1w_1$ $\qquad \Gamma_2''' = \Gamma_2'' + \Gamma_3''$

$w_2 = 3 - 2x_0 + 2x_1 + 3w_1$

όλοι οι συντελεστές μη θετικοί άρα βέλτιστη λύση.

Το λεξικό είναι βέλτιστο

Η τιμή της α.σ. είναι $\zeta = 0 \Rightarrow$

Άρα το αρχικό λεξικό έχει εφικτές λύσεις

(Αν βρίσκαμε 5 πχ δεν θα είχε)

(Για μετά σβήνω την στήλη της x_0)

$$\zeta = -5x_1 - 2x_2$$
$$= -5x_1 - 2(2 + 1x_1 + 1w_1)$$
$$= -5x_1 - 4 - 2x_1 - 2w_1$$
$$= -4 - 7x_1 - 2w_1$$

$\zeta = -4 - 7x_1 - 2w_1$

$x_2 = 2 + 1x_1 + 1w_1$

$w_2 = 3 + 2x_1 + 3w_1$

Το λεξικό είναι βέλτιστο. Η βέλτιστη λύση είναι

$(x_1, x_2, w_1, w_2) = (0, 2, 0, 3)$ και $\boxed{\zeta = -4}$

προβλημα:

κανόνας μεγίστου συντελεστη μπαίνει (x_3)
κανονας τυχαίου θετικου συντελ. (x_3 ή x_2)
κανονας 1ου θετικού συντελ. μπαίνει η x_2

$$\zeta = 3 + \boxed{2x_2} + 3x_3$$

$\downarrow$ μηδ $x_2 = \frac{3}{2}$ $\boxed{x_1} = 3 - 2x_2 - 1x_3$

$\downarrow$ μηδ $x_2 = 2$ $w_2 = 6 - 3x_2 - 1x_3$

αλλα μπαινει η x_2

$$\zeta = 3 \boxed{+ 2x_1} - 3x_2$$
$$w_1 = 5 + 1x_1 - 3x_2 \quad \uparrow$$
$$w_2 = 4 + 5x_1 + 7x_2 \quad \uparrow$$

Το πρόβλημα είναι μη φραγμένο και $+3x_2$ αν ηταν παλι μη φραγμένο

ΠΡΟΒΛΗΜΑ IV

$$\zeta = 5 + \boxed{2x_1} - 1x_2$$
$$w_1 = 8 - 4x_1 - 4x_2 \downarrow \quad \text{μηδ } x_1 = \frac{8}{4} = 2$$
$$\boxed{w_2} = 2 - x_1 + 3x_2 \downarrow \quad x_1 = 2$$

Το λεξικό οχι βέλτιστο ($2 > 0$)
Η x_1 θα μπει βάση
Η w_2 θα βγει απο την βάση $\min\{2, 2\} = 2$

$$\begin{array}{l|l}
\zeta = 9 - 2w_2 + 5x_2 & r_1' = r_1 + 2r_3 \\
\hline
w_1 = 0 + 4w_2 - 16x_2 & r_2' = r_2 - 4r_3 \\
x_1 = 2 - w_2 + 3x_2 & r_3' = r_3
\end{array}$$

Λυση $(2, 0, 0, 0)$

Εμφανίστηκε 0 σε βασική μεταβλητή
Γιαυτό η λύση ονομάζεται εκφυλισμένη
και το λεξικο → εκφυλισμένο

Το λεξικό δεν είναι ΒΕλτιστο

Η x_2 θα μπει στην Βάση

Η w_1 θα βγει απο την Βάση

$J = 9 - 2w_2 + 5x_2$ $\quad \Gamma_1'$

$w_1 = 0 + 4w_2 - 16x_2$ οδηγος $\quad \Gamma_2'$

$x_1 = 2 - w_2 + 3x_2$ $\quad \Gamma_3'$

$J + \frac{5}{16} w_1 = 9 - \frac{3}{4} w_2 - \frac{5}{16} w_1 \quad \Gamma_1'' = \Gamma_1' + \frac{5}{16}\Gamma_2'$

$x_1 + \frac{3}{16} w_1 = 2 - \frac{1}{4} w_2 - \frac{3}{16} w_1 \quad \Gamma_3'' = \Gamma_3' + \frac{3}{16}\Gamma_2'$

γραμμή οδηγ. $\quad x_2 = 0 + \frac{1}{4} w_2 + \frac{1}{16} w_1 \quad \Gamma_2'' = \Gamma_2'$

Είναι βέλτιστο παρόλο που η τιμή δεν αυξάνεται

$(x_1, x_2, w_1, w_2) = (2, 0, 0, 0)$ και $J = 9$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

$J = 0 + 2x_1 + \boxed{4x_2}$

$w_1 = 0 + x_1 - x_2$

$w_2 = 0 + 3x_1 - x_2$

$w_3 = 0 - 4x_1 + x_2$

οχι ΒΕλτιστο η x_2 μπαίνει

$J = 0 \qquad + 2x_1 + \boxed{4x_2}$

$w_1 = 0 + \varepsilon_1 \qquad + x_1 - x_2 \downarrow$ μηδ $x_2 = \varepsilon_1$

$w_2 = 0 \qquad + \varepsilon_2 + 3x_1 - x_2 \downarrow$ μηδ $x_2 = \varepsilon_2$

$w_3 = 0 \qquad + \varepsilon_3 - 4x_1 + x_2 \uparrow$

Εχω μηδενικά σε σταθερούς ορους

Εφαρμόζω μεθοδο διαταραχών

$\varepsilon_1 >> \varepsilon_2 >> \varepsilon_3 > 0$

x_2 μπαίνει στην βάση

Η w_2 βγαίνει από βάση διότι $\min\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\} = \varepsilon_2$

$\Gamma_1' = \Gamma_1 + 4\Gamma_3$ $\quad 3 + 4w_2 = 0 + 0\varepsilon_1 + 4\varepsilon_2 + 0\varepsilon_3 + 14x_1 - 4w_2$

$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_3$ $\quad w_1 - w_2 = 0 + 1\varepsilon_1 - 1\varepsilon_2 + 0\varepsilon_3 - 2x_1 + w_2$

$\Gamma_3' = \Gamma_3$ $\quad x_2 = 0 + 0\varepsilon_1 + 1\varepsilon_2 + 0\varepsilon_3 + 3x_1 - 1w_2$

$\Gamma_4' = \Gamma_4 + \Gamma_3$ $\quad w_3 + w_2 = 0 + 0\varepsilon_1 + 1\cdot\varepsilon_2 + 1\cdot\varepsilon_3 - 1\cdot x_1 - w_2$

$\boxed{14x_1}$ άρα όχι ΒΕΛΤΙΣΤΟ

→ Δεν κοιτάμε τους συντελεστές των διαταραχών!!
(για να καταλάβουμε αν είναι ΒΕΛΤΙΣΤΟ)

Η w_3 βγαίνει από την βάση $\left(\min\left\{\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}, \varepsilon_2 + \varepsilon_3\right\}\right.$
$= \varepsilon_2 + \varepsilon_3$

Βέλτιστη λύση $x^* = (x_1, x_2, w_1, w_2, w_3) = (0, 0, 0, 0, 0)$

μη βασικές