

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**



**ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS**

# Τεχνολογία Πολυμέσων

**Ενότητα # 7: Θεωρία πληροφορίας**

**Διδάσκων: Γεώργιος Ξυλωμένος**

**Τμήμα: Πληροφορικής**



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



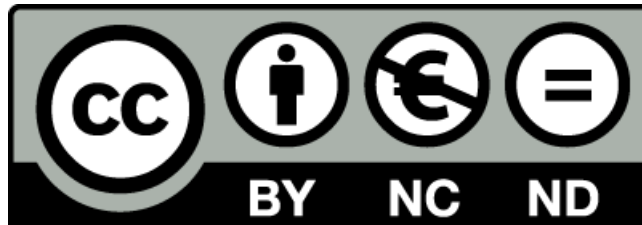
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Οι εικόνες προέρχονται από το βιβλίο «Τεχνολογία Πολυμέσων και Πολυμεσικές Επικοινωνίες», Γ.Β. Ξυλωμένος, Γ.Κ. Πολύζος, 1<sup>η</sup> έκδοση, 2009, Εκδόσεις Κλειδάριθμος.



# Σκοποί ενότητας

- Εξοικείωση με τα βασικά κανάλια μετάδοσης και τα χαρακτηριστικά τους.
- Εισαγωγή στις έννοιες που σχετίζονται με την πληροφορία και παραδείγματα χρήσης τους.
- Εισαγωγή στις έννοιες που σχετίζονται με την εντροπία και παραδείγματα χρήσης τους.
- Κατανόηση των συμπερασμάτων από τις εφαρμογές πληροφορίας και εντροπίας.

# Περιεχόμενα ενότητας

- Κανάλια μετάδοσης
- Πληροφορία
- Παραδείγματα πληροφορίας
- Εντροπία
- Παραδείγματα εντροπίας
- Εφαρμογές

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**



**ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS**

# Κανάλια μετάδοσης

**Μάθημα:** Τεχνολογία Πολυμέσων, **Ενότητα # 7:** Θεωρία πληροφορίας  
**Διδάσκων:** Γιώργος Ξυλωμένος, **Τμήμα:** Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

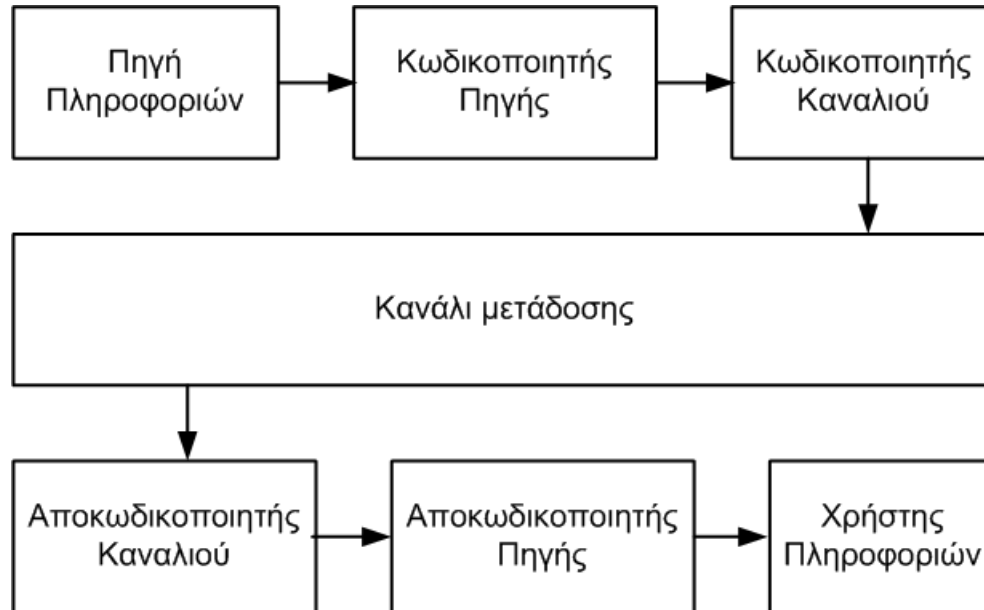


ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Κανάλια (1 από 2)

- Μετάδοση πληροφοριών
  - Πηγή / Κανάλι / Χρήστης
  - Διακριτά σύμβολα από διακριτό αλφάβητο
- Κωδικοποιητής πηγής
  - Μείωση των bits προς μετάδοση
  - Αξιοποίηση της φύσης των πληροφοριών
- Κωδικοποιητής καναλιού
  - Βελτίωση της αξιοπιστίας του καναλιού
  - Αξιοποίηση της φύσης του καναλιού
- Θεωρία πληροφοριών
  - Μελέτη των ιδιοτήτων της πληροφορίας
  - Εύρεση αποδοτικών μεθόδων κωδικοποίησης

# Κανάλια (2 από 2)



- Διακριτό κανάλι χωρίς μνήμη (DMC)
  - Ανεξάρτητα διακριτά σύμβολα
  - Διαμόρφωση / μετάδοση / αποδιαμόρφωση κυματομορφής
  - Κανάλι επικοινωνίας ή μέσο αποθήκευσης



**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**



**ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS**

# Πληροφορία

**Μάθημα:** Τεχνολογία Πολυμέσων, **Ενότητα # 7:** Θεωρία πληροφορίας  
**Διδάσκων:** Γιώργος Ξυλωμένος, **Τμήμα:** Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Αμοιβαία πληροφορία

- Διακριτές τυχαίες μεταβλητές  $X$  και  $Y$ 
  - $x_i, i=1, 2, \dots, n$  και  $y_j, j=1, 2, \dots, m$
- $X$  και  $Y$  στατιστικά ανεξάρτητες
  - Το  $Y=y_j$  δεν παρέχει πληροφορία για το  $X=x_i$
- $X$  και  $Y$  απόλυτα εξαρτημένες
  - Το  $Y=y_j$  παρέχει την ίδια πληροφορία με το  $X=x_i$
- Ανάλογη με την υπό συνθήκη πιθανότητα
$$P(X = x_i | Y = y_j) = P(x_i | y_j)$$
- Κανονικοποίηση ανάλογα με πιθανότητα  $X=x_i$ 
$$P(X = x_i) = P(x_i)$$
- $I(x_i; y_j)$ : αμοιβαία πληροφορία μεταξύ  $x_i$  και  $y_j$ 
$$I(x_i; y_j) = \log \frac{P(x_i | y_j)}{P(x_i)}$$

# Εσωτερική πληροφορία

- Η αμοιβαία πληροφορία είναι συμμετρική

$$\frac{P(x_i | y_j)}{P(x_i)} = \frac{P(x_i | y_j)P(y_j)}{P(x_i)P(y_j)} = \frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)} = \frac{P(y_j | x_i)P(x_i)}{P(y_j)P(x_i)} = \frac{P(y_j | x_i)}{P(y_j)}$$

$$I(x_i; y_j) = \log \frac{P(x_i | y_j)}{P(x_i)} = \log \frac{P(y_j | x_i)}{P(y_j)} = I(y_j; x_i)$$

- Χ και Υ στατιστικά ανεξάρτητες:  $I(x_i; y_j) = 0$

- Χ και Υ πλήρως εξαρτημένες

$$I(x_i; y_j) = \log \frac{1}{P(x_i)} = -\log P(x_i)$$

- Εσωτερική πληροφορία του  $x_i$

$$I(x_i) = \log \frac{1}{P(x_i)} = -\log P(x_i)$$

– Πάντα μη αρνητική (λογάριθμος αριθμού  $\leq 1$  αρνητικός)

- Μονάδες μέτρησης πληροφορίας: δυαδικά ψηφία ( $\log_2$ )

# Υπό συνθήκη πληροφορία

- Πληροφορία υπό συνθήκη
    - $X=x_i$  όταν έχει συμβεί το  $Y=y_j$
- $$I(x_i | y_j) = \log \frac{1}{P(x_i | y_j)} = -\log P(x_i | y_j)$$

- Αμοιβαία πληροφορία  $I(x_i; y_j)$ 
  - Πληροφορία από το  $Y=y_j$  για το  $X=x_i$

- Υπό συνθήκη πληροφορία  $I(x_i | y_j)$ 
  - Εσωτερική πληροφορία του  $X=x_i$  όταν έχει συμβεί το  $Y=y_j$

- Όλοι οι ορισμοί πληροφορίας συνδέονται

$$I(x_i; y_j) = \log \frac{P(x_i | y_j)}{P(x_i)} = \log P(x_i | y_j) - \log P(x_i) = I(x_i) - I(x_i | y_j)$$

- $I(x_i; y_j) > 0$  όταν  $I(x_i) > I(x_i | y_j)$
- $I(x_i; y_j) < 0$  όταν  $I(x_i) < I(x_i | y_j)$

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**



**ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS**

# Εφαρμογές πληροφορίας

**Μάθημα:** Τεχνολογία Πολυμέσων, **Ενότητα # 7:** Θεωρία πληροφορίας

**Διδάσκων:** Γιώργος Ξυλωμένος, **Τμήμα:** Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

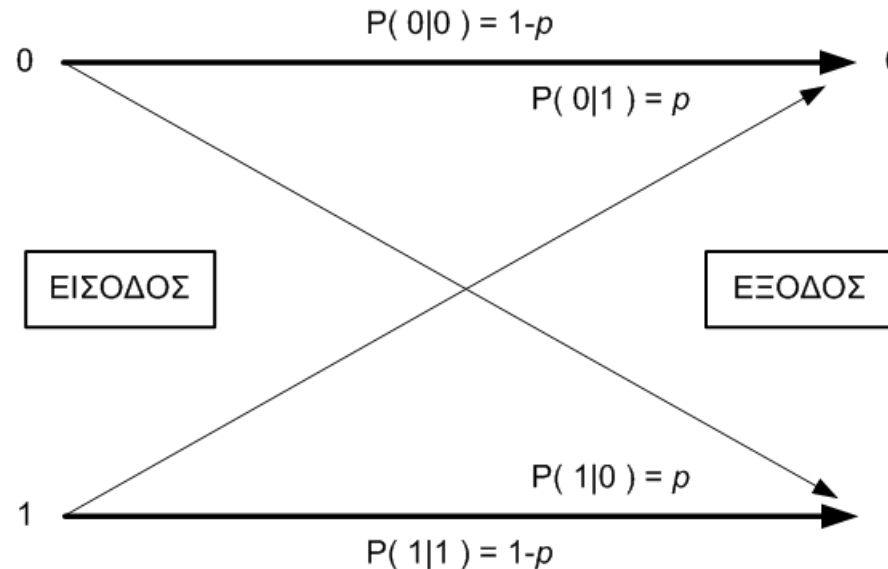
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Εφαρμογές πληροφορίας (1 από 3)

- Δυαδική πηγή (παράγει bits)
  - $P(0)=P(1)=1/2$
  - $I(x_i) = -\log_2 P(x_i) = -\log_2 \frac{1}{2} = 1$
- Δυαδική πηγή χωρίς μνήμη
  - k συνεχόμενες τιμές
  - $M=2^k$  διαφορετικές ακολουθίες
  - $P(x_i')=1/M=2^{-k}$
  - $I(x_i) = -\log_2 2^{-k} = k$
- Λογαριθμικό μέτρο πληροφορίας
  - Πληροφορία ακολουθίας ανεξάρτητων γεγονότων
  - Άθροισμα πληροφοριών των γεγονότων
  - Με δυαδικό λογάριθμο, πληροφορία σε bit

# Εφαρμογές πληροφορίας (2 από 3)



- Δυαδικό κανάλι DMC (μετάδοση bits)
  - $X$ : είσοδος, σήμα που στάλθηκε
  - $Y$ : έξοδος, σήμα που λήφθηκε
  - Η έξοδος διαφέρει από την είσοδο με πιθανότητα  $p$
  - Έστω  $P(X=0)=P(X=1)=1/2$

# Εφαρμογές πληροφορίας (3 από 3)

- Πιθανότητα εμφάνισης κάθε εξόδου

$$P(Y = 1) = P(Y = 1 | X = 0)P(X = 0) + P(Y = 1 | X = 1)P(X = 1) = \frac{1}{2}(p + 1 - p) = \frac{1}{2}$$
$$P(Y = 0) = P(Y = 0 | X = 0)P(X = 0) + P(Y = 0 | X = 1)P(X = 1) = \frac{1}{2}(1 - p + p) = \frac{1}{2}$$

- Αμοιβαία πληροφορία

$$I(y_0; x_0) = I(0;0) = \log_2 \frac{P(Y = 0 | X = 0)}{P(Y = 0)} = \log_2 2(1 - p)$$

$$I(y_0; x_1) = I(0;1) = \log_2 \frac{P(Y = 0 | X = 1)}{P(Y = 0)} = \log_2 2p$$

- Αθόρυβο κανάλι

- $p=0$ , άρα  $I(0;0)=1$

- Θορυβώδες κανάλι

- $p=1/2$ , άρα  $I(0;0)=I(0;1)=0$

- $p=1/4$ , άρα  $I(0;0)=0,587$  και  $I(0;1)=-1$



**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**



**ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS**

# Εντροπία

**Μάθημα:** Τεχνολογία Πολυμέσων, **Ενότητα # 7:** Θεωρία πληροφορίας  
**Διδάσκων:** Γιώργος Ξυλωμένος, **Τμήμα:** Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Πληροφορία και εντροπία (1 από 2)

- Μέση αμοιβαία πληροφορία  $X$  και  $Y$

$$I(X;Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(x_i, y_j) I(x_i; y_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(x_i, y_j) \log \frac{P(x_i | y_j)}{P(x_i)}$$

- $P(x_i, y_j)$  και  $I(x_i; y_j)$  συμμετρικά
  - $I(X;Y) = I(Y;X)$
- $X$  και  $Y$  στατιστικά ανεξάρτητες
  - $P(x_i | y_j) = P(x_i)$ , άρα  $I(X;Y) = 0$
- Μέση εσωτερική πληροφορία  $X$

$$H(X) = \sum_{i=1}^n P(x_i) I(x_i) = - \sum_{i=1}^n P(x_i) \log P(x_i)$$

- Τιμές  $X$ : σύμβολα ενός αλφαβήτου
  - $H(X)$ : εντροπία της πηγής

# Πληροφορία και εντροπία (2 από 2)

- Πηγή με τυχαία συμπεριφορά

- $P(x_i) = 1/n$

$$H(X) = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} = \log n$$

- Απαιτούνται  $\log_2 n$  bits

- Μέγιστη τιμή εντροπίας

- Όλα τα σύμβολα είναι εξίσου πιθανά

- Υπό συνθήκη εντροπία

$$H(X | Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(x_i, y_j) \log \frac{1}{P(x_i | y_j)}$$

- Όλοι οι ορισμοί μέσης πληροφορίας συνδέονται

$$I(X; Y) = H(X) - H(X | Y)$$

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**

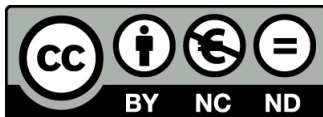


**ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS**

# Παραδείγματα εντροπίας

**Μάθημα:** Τεχνολογία Πολυμέσων, **Ενότητα # 7:** Θεωρία πληροφορίας

**Διδάσκων:** Γιώργος Ξυλωμένος, **Τμήμα:** Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Παραδείγματα εντροπίας (1 από 3)

- Δυαδική πηγή χωρίς μνήμη

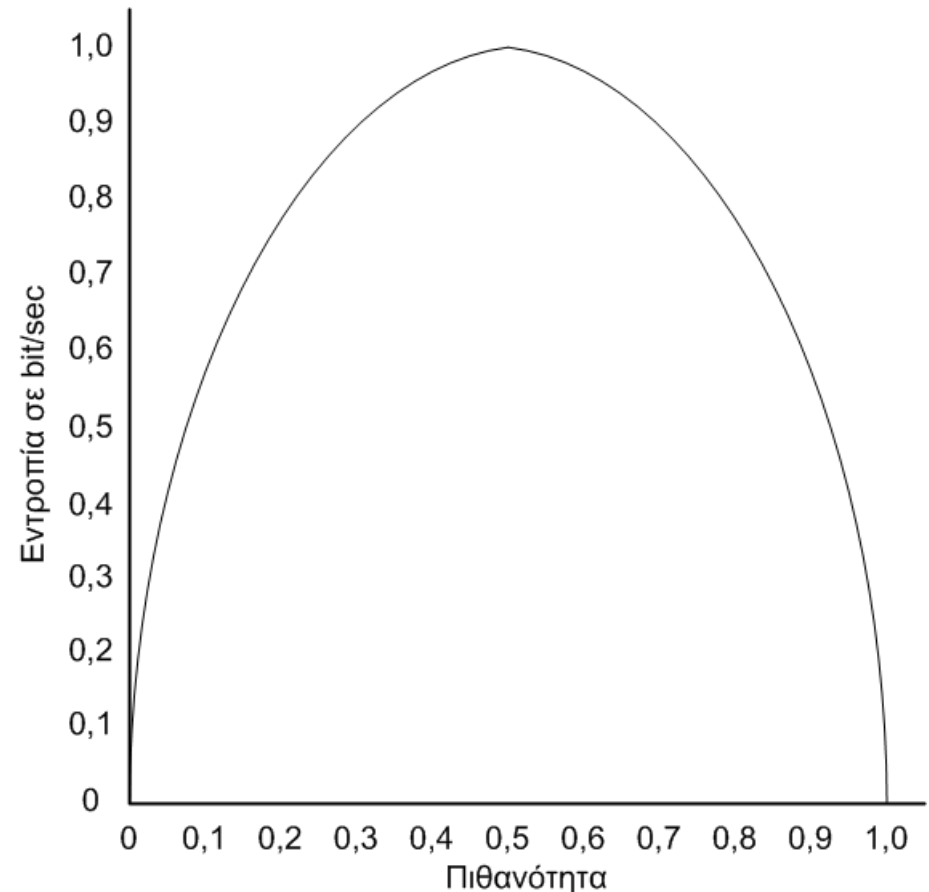
- $P(0)=q, P(1)=1-q$

- Εντροπία πηγής

$$\begin{aligned} H(X) &= -P(0)\log P(0) - P(1)\log P(1) = \\ &= -q\log q - (1-q)\log(1-q) \end{aligned}$$

- Δυαδική εντροπία

- Εξαρτάται από το  $q$
  - Όταν  $q=1-q=1/2, H(1/2)=1$
  - Όταν  $q=0$  ή  $q=1, H(0)=0$



# Παραδείγματα εντροπίας (2 από 3)

- Δυαδικό κανάλι DMC
- Εντροπία της πηγής  $X$

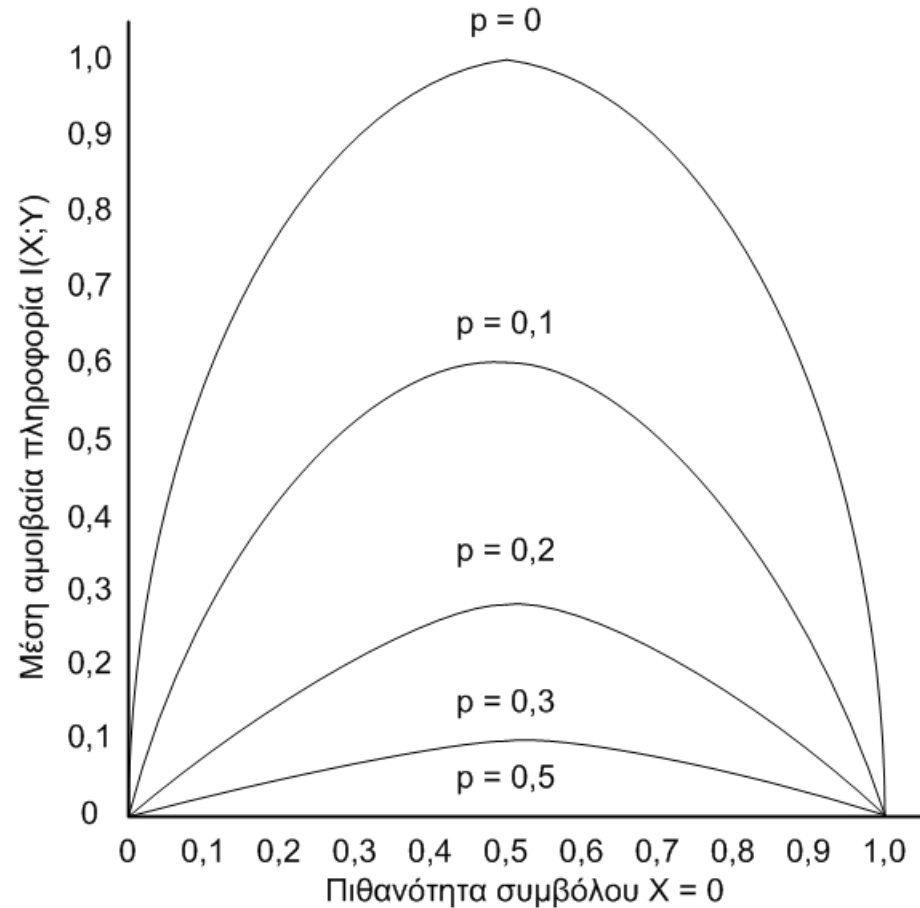
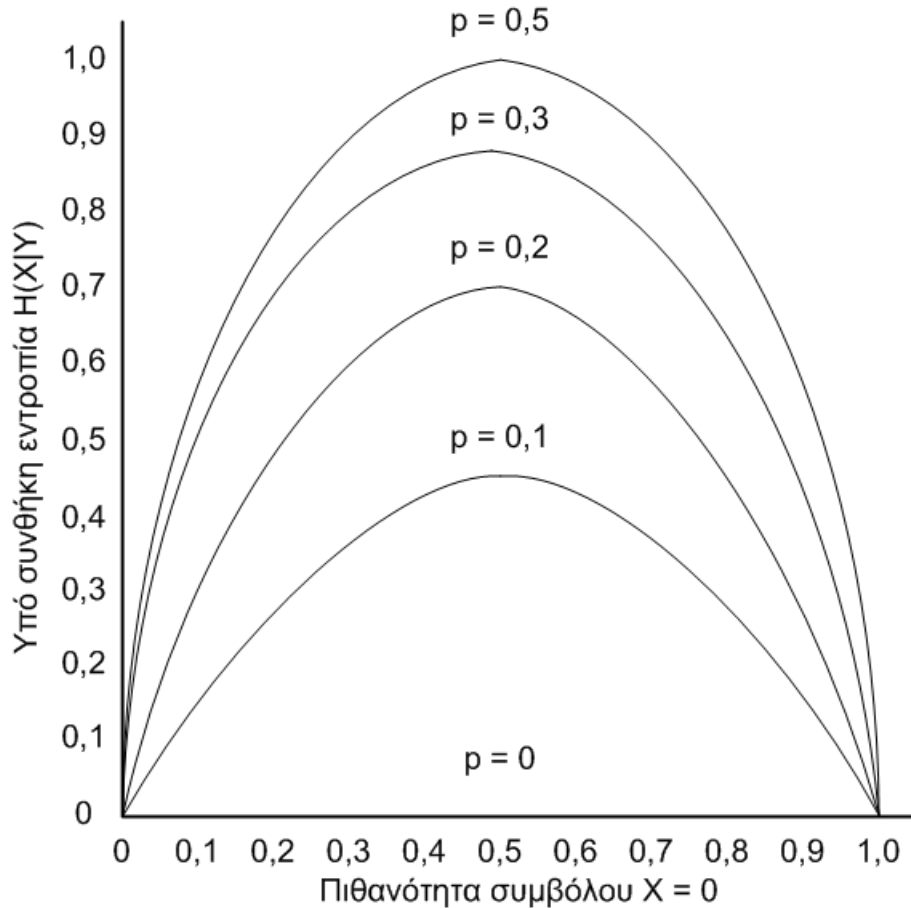
$$H(X) \equiv H(q) = -q \log q - (1 - q) \log(1 - q)$$

- Μέση αμοιβαία πληροφορία  $I(X;Y)$

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$$

- Μέγιστη τιμή όταν  $q=1-q=1/2$  για κάθε  $p$
  - $p=0$ : μέγιστη μέση αμοιβαία πληροφορία
  - $p=1/2$ : ελάχιστη μέση αμοιβαία πληροφορία
- Υπό συνθήκη εντροπία  $H(X|Y)$ 
    - Συμπεριφέρεται αντίστροφα από την  $I(X;Y)$
    - $p=1/2$ : μέγιστη υπό συνθήκη εντροπία
    - $p=0$ : ελάχιστη υπό συνθήκη εντροπία

# Παραδείγματα εντροπίας (3 από 3)



- Μέση αμοιβαία πληροφορία και Υπό συνθήκη εντροπία
  - Λειτουργούν συμπληρωματικά ως προς την εντροπία της πηγής

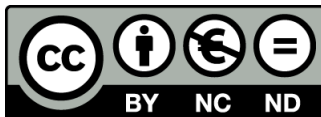
**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**



**ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS**

# Εφαρμογές

**Μάθημα:** Τεχνολογία Πολυμέσων, **Ενότητα # 7:** Θεωρία πληροφορίας  
**Διδάσκων:** Γιώργος Ξυλωμένος, **Τμήμα:** Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



# Εφαρμογές (1 από 2)

- Πηγές πληροφοριών πολυμέσων
  - Παράγονται  $w$  σύμβολα  $a_i$ ,  $i=1, 2, \dots, w$
  - Πιθανότητα παραγωγής  $a_i$  ίση με  $P(a_i)$
- Απλή αναπαράσταση συμβόλων
  - Δυαδικές ακολουθίες σταθερού μήκους
  - $\log_2 w$  bits ανά σύμβολο για  $w$  σύμβολα
- Εσωτερική πληροφορία
  - $I(a_i) = -\log_2 P(a_i)$  bits
- Αναπαράσταση μεταβλητού μήκος
  - $I(a_i)$  bits για το σύμβολο  $a_i$
  - Σπάνια και συχνά σύμβολα
  - Βέλτιστη δυνατή κωδικοποίηση
- Εντροπία πηγής  $H(X)$ : μέσο πλήθος bits ανά σύμβολο

# Εφαρμογές (2 από 2)

- Αποδοτικότητα μίας κωδικοποίησης
  - Μέσο μήκος συμβόλων κωδικοποίησης  $R$
  - Αποδοτικότητα:  $H(X)/R$
- Μετάδοση πάνω από κανάλι
  - $X$ : είσοδος,  $Y$ : έξοδος
- Υπό συνθήκη εντροπία  $H(X|Y)$ 
  - Μέση εσωτερική πληροφορία εισόδου, γνωρίζοντας την έξοδο
- Εντροπία  $H(X)$ 
  - Μέση εσωτερική πληροφορία εισόδου, ανεξάρτητα από έξοδο
- Μέση αμοιβαία πληροφορία  $I(X;Y)$ 
  - $I(X;Y)=H(X)-H(X|Y)$
  - Διαφορά εσωτερικής πληροφορίας πριν και μετά τη μετάδοση
  - Μέση πληροφορία που μεταφέρει το κανάλι

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**



**ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS**

# Τέλος Ενότητας #7

**Μάθημα:** Τεχνολογία Πολυμέσων, **Ενότητα # 7:** Θεωρία πληροφορίας  
**Διδάσκων:** Γιώργος Ξυλωμένος, **Τμήμα:** Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

