ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS AND BUSINESS

Θέματα Συστημάτων Πολυμέσων

Ενότητα # 6: Στοιχεία Θεωρίας Πληροφορίας

Διδάσκων: Γεώργιος Κ. Πολύζος

Τμήμα: Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών “Επιστήμη των Υπολογιστών”

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σκοποί ενότητας

- Εισαγωγή στην θεωρία πληροφορίας
- Παρουσίαση των διακριτών τύπων κωδικοποίησης
- Κατανόηση των ιδιοτήτων και των σκοπών των τύπων κωδικοποίησης

Περιεχόμενα ενότητας (1 από 2)

- Θεωρία Πληροφορίας
  - Μοντέλο συστήματος ψηφιακών επικοινωνιών
  - Λογαριθμική αποτίμηση της πληροφορίας
  - Αμοιβαία πληροφορία
  - Εσωτερική πληροφορία
  - Η εσωτερική πληροφορία είναι συμμετρική
  - Υπό συνθήκη Εσωτερική πληροφορία
  - Μέση αμοιβαία πληροφορία
  - Μέση εσωτερική πληροφορία - Εντροπία
  - Συνάρτηση δυαδικής εντροπίας
  - Υπό συνθήκη εντροπία

Περιεχόμενα ενότητας (2 από 2)

- Κωδικοποίηση πηγής
  - Κωδικοποίηση πηγής διακριτών γεγονότων χωρίς μνήμη
  - Κωδικές λέξεις σταθερού μήκους (fixed length)
  - Κωδικές λέξεις μεταβλητού μήκους (variable length)
  - Θεώρημα κωδικοποίησης πηγής
  - Κωδικοποίηση Huffman
  - Κωδικοποίηση Huffman για ζεύγη γραμμάτων
  - Κωδικοποίηση μήκους σειρών (Run Length Coding)
  - Κατηγοριοποίηση τεχνικών κωδικοποίησης

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS AND BUSINESS

Θεωρία Πληροφορίας

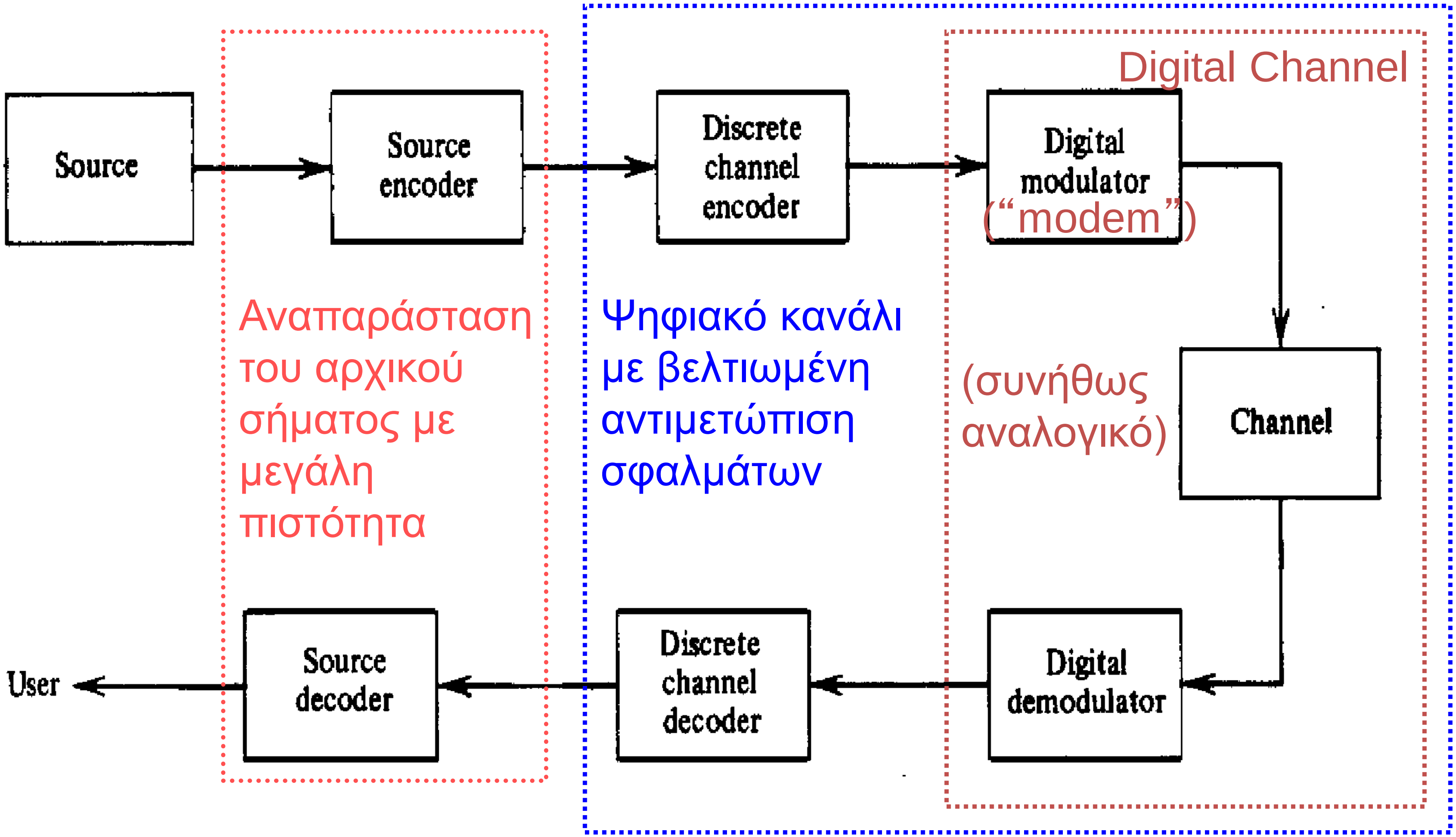
Μάθημα: Θέματα Συστημάτων Πολυμέσων

Ενότητα # 6: Στοιχεία Θεωρίας Πληροφορίας

Διδάσκων: Γεώργιος Κ. Πολύζος

Τμήμα: Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών “Επιστήμη των Υπολογιστών”

Μοντέλο συστήματος ψηφιακών επικοινωνιών



Λογαριθμική αποτίμηση της πληροφορίας

- Έστω X και Y διακριτές τυχαίες μεταβλητές με πιθανές τιμές x_i, i=1,2,..,n και y_i, i=1,2,..,m αντίστοιχα.
- Παρατηρούμε το γεγονός $Y = y_i$ και θέλουμε να ποσοτικοποιήσουμε την πληροφορία που μας δίνει η εμφάνιση του γεγονότος για το γεγονός $X = x_i$, i=1,2,..,n.
- Το πρόβλημα είναι η επιλογή της κατάλληλης μετρικής για την πληροφορία.

Αμοιβαία Πληροφορία (1 από 2)

- Αν Χ και Υ είναι στατιστικά ανεξάρτητες, η εμφάνιση του $Y=y_i$ δε μας δίνει πληροφορία για την εμφάνιση του $X=x_i$.
- Αν Χ και Υ είναι πλήρως εξαρτημένες, ώστε η εμφάνιση του $Y = y_i$ να καθορίζει την εμφάνιση του $X = x_i$, τότε το περιεχόμενο της πληροφορίας είναι αυτό που παρέχεται από το γεγονός $X = x_i$.
- Κατάλληλη μετρική είναι ο αλγόριθμος αναλογίας της υπό συνθήκη πιθανότητας.

$$P\,(X = x_i | Y = y_i) = P(x_i \mid y_i)$$

δια την πιθανότητα

$$P\,(X = x_i) = P(x_i)$$

Αμοιβαία Πληροφορία (2 από 2)

- Έτσι, η ποσότητα πληροφορίας που παρέχει το γεγονός $Y = y_i$ για το γεγονός $X = x_i$ ορίζεται ως

$$I(x_i;y_i) = \log \frac{P(x_i|y_i)}{P(x_i)} \quad (2.2.1)$$

- Το $I(x_i;y_i)$ ονομάζεται αμοιβαία πληροφορία μεταξύ των x_i και y_i.

Μονάδες Πληροφορίας

- Οι μονάδες του $I(x_i;y_i)$ ορίζονται από την βάση του αλγόριθμου, που συνήθως είναι *2* ή *e*.
- Όταν η βάση του αλγόριθμου είναι *2* τότε οι μονάδες του $I(x_i;y_i)$ *είναι **δυφία**.*
- Όταν η βάση του αλγόριθμου είναι *e* τότε οι μονάδες του $I(x_i;y_i)$ είναι ***νατς*** (*Natural Unit of Information - nats*).

Εσωτερική Πληροφορία

- Όταν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι στατιστικά ανεξάρτητες τότε $P(x_i|y_i) = P(x_i)$ και συνεπώς $I(x_i;y_i)=0$
- Όταν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι πλήρως εξαρτημένες, η υπό συνθήκη πιθανότητα στον αριθμητή της εξίσωσης *2.2.1* είναι η ένωση και έτσι:

$$I(x_i;y_i) = \log \frac{1}{P(x_i)} = -\log P(x_i) \qquad (2.2.2)$$

- Αυτό είναι η πληροφορία του γεγονότος $X = x_i$, που ονομάζουμε **εσωτερική πληροφορία** του γεγονότος $X = x_i$ και ορίζεται ως:

$$I(x_i) = \log \frac{1}{P(x_i)} = -\log P(x_i) \qquad (2.2.3)$$

Νέα ..

- Θεωρούμε πως ένα πολύ πιθανό γεγονός παρέχει λιγότερη πιθανότητα από ένα λιγότερο πιθανό γεγονός.
- Αν έχω μόνο ένα πιθανό γεγονός x (συμβαίνει πάντα) με πιθανότητα $P(x) = 1$, τότε $I(x_i) = 0$.

Παράδειγμα υπολογισμού πληροφορίας

- Έστω ότι υπάρχει διακριτή πηγή πληροφορίας που εκπέμπει δυαδικό ψηφίο (0 ή 1), με ίση πιθανότητα κάθε r_s δεύτερα. Η παρεχόμενη πληροφορία από κάθε γεγονός είναι:

$$I(\mathrm{x_i}) = -\log_2 P(x_i) = -\log_2 \frac{1}{2} = 1 bit$$

- Έστω αλλεπάλληλα και στατιστικά ανεξάρτητα γεγονότα. Θεωρούμε ομάδα από *k* παραγόμενα δυφία στο χρονικό πλαίσιο kr_s . Υπάρχουν συνολικά $M = 2^k$ ισοπίθανες ομάδες δυφίων με πιθανότητα $1/M = 2^{-k}$. Η εσωτερική πληροφορία μίας ομάδας σε χρόνο kr_s είναι:

$$I(\mathrm{x_i}') = -\log_2 2^{-k} = k bits$$

Η αμοιβαία πληροφορία είναι συμμετρική

- Γυρνώντας στον ορισμό της αμοιβαίας πληροφορίας (2.2.1), πολλαπλασιάζουμε τον αριθμητή και παρανομαστή με την πιθανότητα $P(y_j)$.

$$\frac{P(x_i \mid y_j)}{P(x_i)} = \frac{P(x_i \mid y_j)P(y_j)}{P(x_i)P(y_j)} = \frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)} = \frac{P(y_j \mid x_i)}{P(y_j)}$$

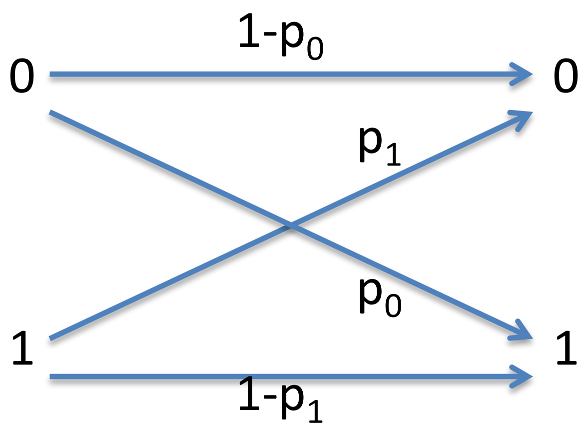
- Άρα:

$$I(\mathrm{x_i}; y_j) = I(y_j; \mathrm{x_i})$$

- Η πληροφορία που μας δίνει το $Y = y_i$ για το $X = x_i$ είναι ίση με την πληροφορία που μας δίνει το $X = x_i$ για το $Y = y_i$.

Παράδειγμα: Κανάλι δυαδικής εισόδου-εξόδου (1 από 3)

- Θεωρούμε X και Y δυαδικές τυχαίες μεταβλητές που αναπαριστούν την είσοδο και έξοδο ενός καναλιού. Τα σύμβολα εισόδου είναι ισοπίθανα ενώ τα σύμβολα εξόδου εξαρτώνται από την είσοδο με βάση τις υπό συνθήκη πιθανότητες:



$$P(Y=0\,|\,X=0)=1-\ p_0$$
$$P(Y=1\,|\,X=0)=p_0$$
$$P(Y=1\,|\,X=1)=1-\ p_1$$
$$P(Y=0\,|\,X=1)=p_1$$

- Ορίζουμε την αμοιβαία πληροφορία για την εμφάνιση του *X = 0* και *X = 1* δεδομένου ότι *Y = 0*.

Παράδειγμα: Κανάλι δυαδικής εισόδου-εξόδου (2 από 3)

- Από τις πιθανότητες παίρνουμε ότι:

$$P(Y=0)=P(Y=0\mid X=0)P(X=0)+P(Y=0\mid X=1)P(X=1)=\frac{1}{2}(1-p_0+p_1)$$

$$P(Y=1)=P(Y=1\mid X=0)P(X=0)+P(Y=1\mid X=1)P(X=1)=\frac{1}{2}(1-p_1+p_0)$$

- Η αμοιβαία πληροφορία για το *X = 0* δεδομένου του *Y = 0* είναι

$$I(\mathrm{x_i};y_j)=I(0;0)=\log_2\frac{P(Y=0\mid X=0)}{P(Y=0)}=\log_2\frac{2(1-p_0)}{1-p_0+p_1}$$

- Ομοίως δεδομένου του *Y = 0,* η αμοιβαία πληροφορία για την εμφάνιση του *X = 1* είναι:

$$I(\mathrm{x_i};y_j)=I(1;0)=\log_2\frac{2p_1}{1-p_0+p_1}$$

Παράδειγμα: Κανάλι δυαδικής εισόδου-εξόδου (3 από 3)

- Έστω ότι $p_0 = p_1 = 0$ (κανάλι χωρίς θόρυβο)
  - *Η έξοδος χαρακτηρίζει την είσοδο με απόλυτη σιγουριά*

$$I(0;0) = \log_2 2 = 1 bit$$

- Έστω ότι $p_0 = p_1 = ½$
  - Το κανάλι δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί

$$I(0;0) = \log_2 1 = 0 bit$$

- Έστω ότι $p_0 = p_1 = ¼$ τότε

$$I(0;0) = \log_2 3/2 = 0.587 \qquad I(0;1) = \log_2 1/2 = -1 bit$$

- Παρατηρούμε ότι η αμοιβαία πληροφορία μεταξύ ενός ζεύγους γεγονότων μπορεί να είναι και αρνητική!

Υπό συνθήκη εσωτερική πληροφορία

- Ορίζουμε την υπό συνθήκη εσωτερική πληροφορία ως εξής

$$I(\mathrm{x_i;y_j}) = \log_2 \frac{1}{P(x_i \mid y_j)} = -\log P(x_i \mid y_j) \qquad (2.2.5)$$

- Συνδυάζοντας τις 2.2.1, 2.2.3 και 2.2.5 καταλήγουμε στην

$$I(\mathrm{x_i;y_j}) = \mathrm{I}(x_i) - I(x_i \mid y_j) \qquad (2.2.6)$$

- Ερμηνεύουμε το *$I(x_i;y_i)$ ως την εσωτερική πληροφορία του $X = x_i$ δεδομένου ότι $Y = y_j$.*
- Εφόσον *$I(x_i)>=0$ και $I(x_i|y_i)>=0$ συνεπάγεται ότι*
  - *$I(x_i;y_i)\leq 0$* όταν *$I(x_i|y_i)>I(x_i)$*
  - *$I(x_i;y_i)>0$* όταν *$I(x_i|y_i)<I(x_i)$*

Μέση αμοιβαία πληροφορία

- Υπολογίζουμε την μέση αμοιβαία πληροφορία ενός ζεύγους γεγονότων (x_i, y_j) ζυγίζοντας (*weighting*) το $I(x_i;y_i)$ με την πιθανότητα εμφάνισης του κοινού γεγονότος και αθροίζοντας όλους τους πιθανούς συνδυασμούς. Έτσι:

$$I(\mathrm{X;Y}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} P(x_i, y_j) I(\mathrm{x_i;y_j}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} P(x_i, y_j) \log_2 \frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)} \qquad (2.2.7)$$

- Παρατηρούμε ότι
  - $I(X;Y) = 0$ όταν X, Y είναι στατιστικά ανεξάρτητες
  - *Επίσης γενικότερα ισχύει ότι* $I(X;Y) \geq 0$

Μέση εσωτερική πληροφορία - Εντροπία

- Υπολογίζουμε την εντροπία πηγής, *H(X)*

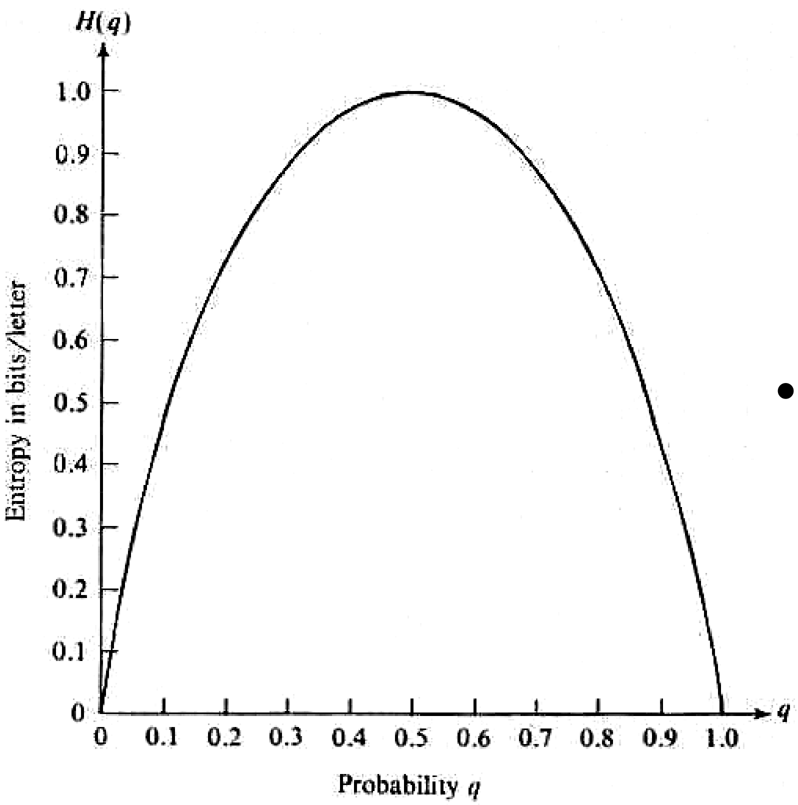
$$\mathrm{H}(\mathrm{X}) = \sum_{i=1}^{n} P(x_i) I(x_i) = \sum_{i=1}^{n} P(x_i) \log P(x_i) \qquad (2.2.8)$$

- όπου X είναι το αλφάβητο της πηγής και H(X) η μέση εσωτερική πληροφορία κάθε γράμματος.
- Αν όλα τα γράμματα είναι ισοπίθανα τότε $P(x_i) = 1/n$ για κάθε i και επομένως

$$\mathrm{H}(\mathrm{X}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} = \log n \qquad (2.2.9)$$

- Γενικότερα *H(X)<=logn* για κάθε σετ από πιθανότητες εμφάνισης γραμμάτων. Δηλαδή, η **εντροπία μεγιστοποιείται όταν τα γεγονότα είναι ισοπίθανα.**

Συνάρτηση δυαδικής εντροπίας



- Η πηγή εκπέμπει ακολουθία ανεξάρτητων γραμμάτων με έξοδο *0* και *1* με πιθανότητα *q* και *1-q* αντίστοιχα. Η εντροπία είναι

$$\mathrm{H}(X) = \mathrm{H}(q) = -q \log q - (1-q)\log(1-q) \tag{2.2.10}$$

- Η συνάρτηση δυαδικής εντροπίας H(q) παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα στο οποίο παρατηρούμε ότι μεγιστοποιείται όταν *q=1/2* όπου *H(1/2)=1*

Υπό συνθήκη εντροπία

- Η μέση υπό συνθήκη εσωτερική πληροφορία ονομάζεται υπό συνθήκη εντροπία και ορίζεται ως εξής

$$\mathrm{H}(\mathrm{X}|\mathrm{Y}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P(x_i, y_j) \log \frac{1}{P(x_i \mid y_j)} \qquad (2.2.11)$$

- Η(Χ|Υ) είναι η πληροφορία στο Χ αφότου συμβεί το Υ. Συνδυάζοντας τα 2.2.7, 2.2.8 και 2.2.11 καταλήγουμε στο

$$\mathrm{I}(\mathrm{X};\mathrm{Y}) = H(X) - H(X \mid Y) \qquad (2.2.12)$$

- Δεδομένου του I(X;Y)>=0, συνεπάγεται ότι H(X)>=H(X|Y) αν και μόνο αν X, Y είναι στατιστικά ανεξάρτητες.
- Αν H(X) είναι το μέσο ποσό άγνοιας πριν συμβεί το Y, τότε *I(X;Y)* είναι το μέσο ποσό άγνοιας που πήραμε για το σετ Χ όταν παρατηρούσαμε το σετ Υ.
- Δεδομένου ότι H(X)>=H(X|Y), είναι ξεκάθαρο ότι η συνθήκη στο σετ Υ δεν αυξάνει την εντροπία.

Παράδειγμα 2: Κανάλι δυαδικής εισόδου-εξόδου

- Υπολογίζουμε τα *H(X|Y)* και *I(X;Y)* για το ίδιο κανάλι δυαδικής εισόδου-εξόδου όταν $p_0=p_1=p$, $P(X=0)=q$, $P(X=1)=1-q$ και το κανάλι είναι συμμετρικό.
- Η εντροπία είναι $\mathrm{H}(X)=\mathrm{H}(q)=-q\log q-(1-q)\log(1-q)$
- H(X|Y) είναι η υπό συνθήκη εντροπία όπως ορίζεται από την *2.2.11*
- Η H(X|Y) περιγράφεται συναρτήσει του q με παράμετρο το p στο διάγραμμα της [σελίδας]
- Η *I(X;Y)* περιγράφεται στο διάγραμμα της [σελίδας]

Δυαδικό κανάλι εισόδου εξόδου (1 από 2)

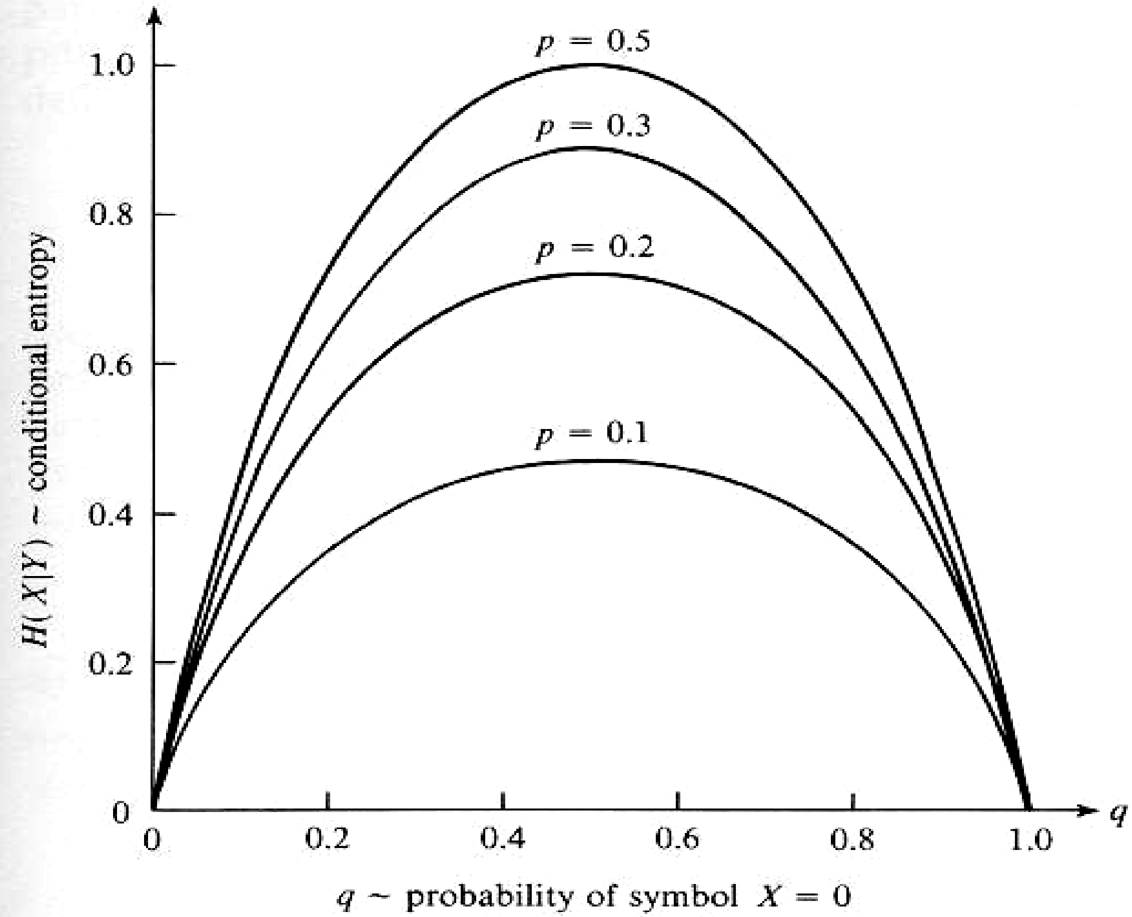


FIGURE 2.2.2
Conditional entropy for binary-input, binary-output symmetric channel.

Δυαδικό κανάλι εισόδου εξόδου (2 από 2)

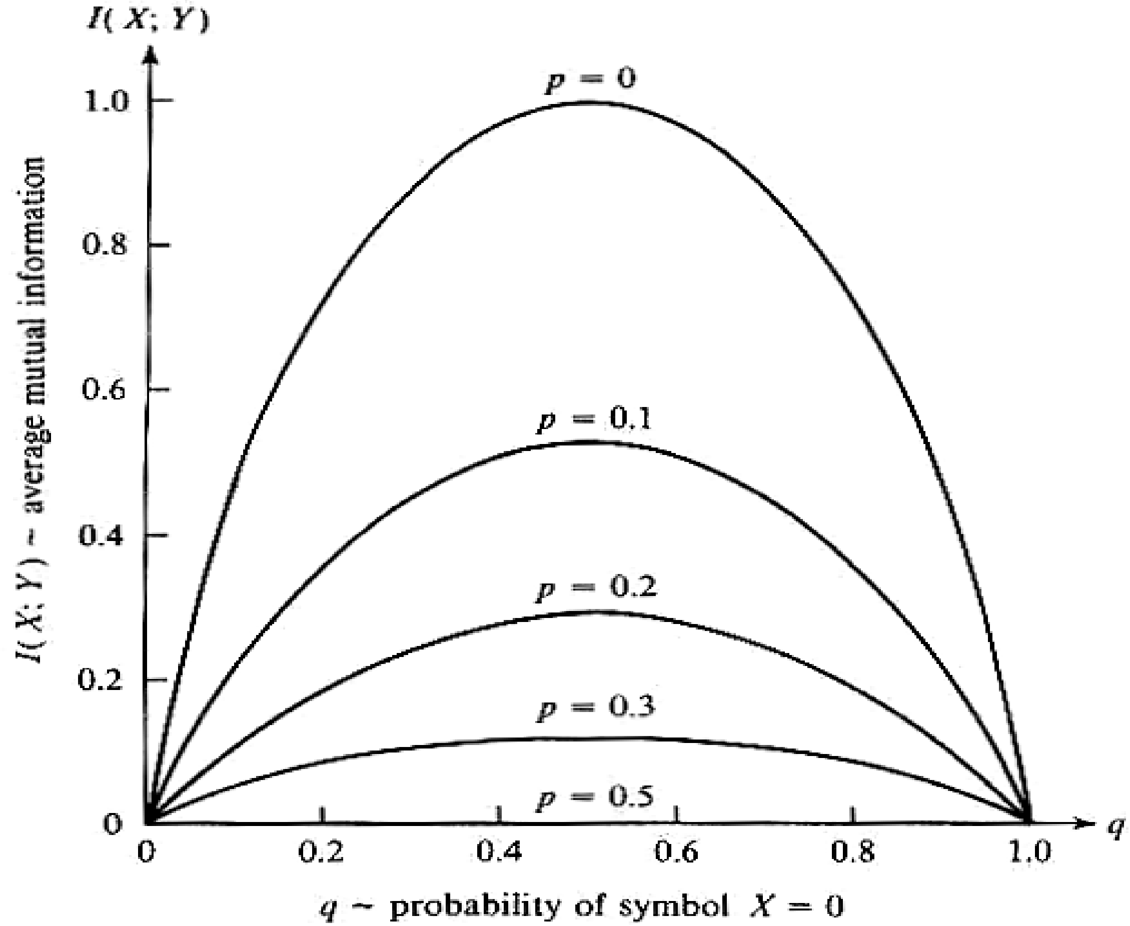


FIGURE 2.2.3
Average mutual information for binary-input, binary-output symmetric channel.

Περίληψη

- Εσωτερική **Πληροφορία** (ενός γεγονότος x_i)

$$I(x_i) = -\log_2 P(x_i)$$

(σε δυφία)

- **Εντροπία** (πηγές με αλφάβητο *X*) ≡ μέση εσωτερική πληροφορία

$$H(X) = -\sum_i P(x_i) \log_2 P(x_i)$$

(σε δυφία)

Κωδικοποίηση πηγής

Μάθημα: Θέματα Συστημάτων Πολυμέσων,

Ενότητα # 6: Στοιχεία Θεωρίας Πληροφορίας

Διδάσκων: Γεώργιος Κ. Πολύζος,

Τμήμα: Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών "Επιστήμη των Υπολογιστών"

Κωδικοποίηση πηγής διακριτών γεγονότων χωρίς μνήμη (1 από 2)

- Χωρίς μνήμη: τα σύμβολα/γεγονότα είναι στατιστικά ανεξάρτητα
  - Ρεαλιστικά σπάνια περίπτωση
- Πεπερασμένο αλφάβητο συμβόλων
  - x_i, $i = 1, 2, \ldots, L$
  - Με πιθανότητα $P(x_i)$, $i = 1, 2, \ldots, L$
- Εντροπία:
  - $H(X) = -\sum_i P(x_i) \log_2 P(x_i) \leq \log_2 L$

Κωδικοποίηση πηγής διακριτών γεγονότων χωρίς μνήμη (2 από 2)

- (Μέσο) κόστος αναπαράστασης : *R* (δυφία/σύμβολο)
- Αποδοτικότητα κωδικοποίησης = $H(X) / R$
- Κωδικοποιημένες λέξεις σταθερού μήκους
- $R = \lceil \log_2 L \rceil$

Κωδικές λέξεις σταθερού μήκους

- $R = \lceil \log_2 L \rceil$
- Αν L είναι δύναμη του 2
  - $R = \log_2 L$
- … αν τα σύμβολα είναι ισοπίθανα
  - αποδοτικότητα= 1
- … Αλλιώς η αποδοτικότητα βελτιώνεται κωδικοποιώντας ομάδες συμβόλων

Κωδικές λέξεις μεταβλητού μήκους (1 από 2)

- **Κωδικοποίηση εντροπίας:** βρες την κωδικοποίηση που αναθέτει μικρές κωδικοποιημένες λέξεις στα πιο πιθανά σύμβολα και μεγαλύτερες λέξεις στα πιο σπάνια
  – Τότε συνήθως η κωδικοποιημένη έξοδος είναι μικρότερη
  – παράδειγμα: κωδικοποίηση Morse(1800s):
- (Επιθυμητές) Ιδιότητες κωδικοποίησης
  – **Μοναδική** αποκωδικοποίηση
  – **Ακαριαία** αποκωδικοποιήσιμη

Κωδικές λέξεις μεταβλητού μήκους (2 από 2)

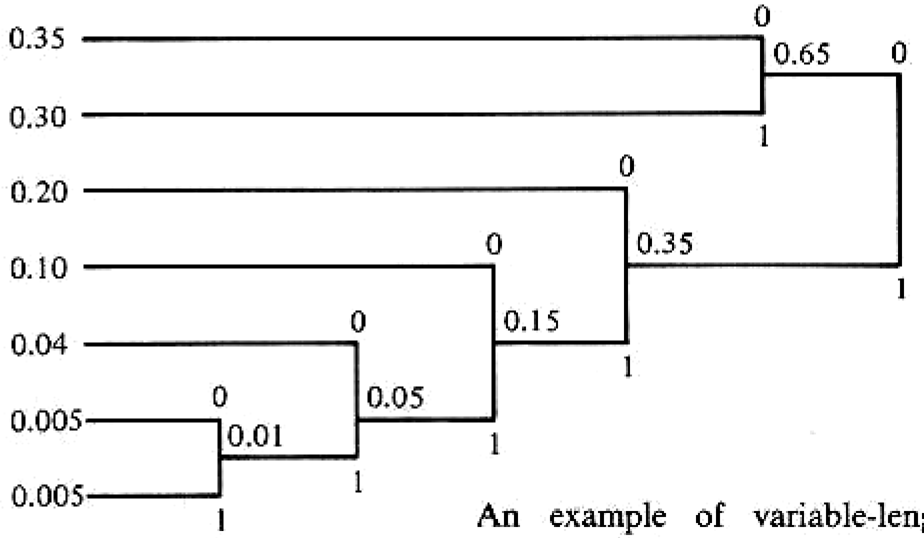
- Συνθήκη **προθέματος**
  - Δεν υπάρχει κωδικοποιημένη λέξη με μήκος $l < k$ που να είναι όμοια στα πρώτα l δυφία με μια άλλη λέξη μήκους $k > l$.
  - Αν η κωδικοποίηση τηρεί την συνθήκη προθέματος, είναι ακαριαία αποκωδικοποιήσιμη

Θεώρημα κωδικοποίησης πηγής

- Έστω *X* σύνολο από σύμβολα από την πηγή διακριτών γεγονότων χωρίς μνήμη με πεπερασμένη εντροπία *H(X).* Είναι πιθανό να βρεθεί κωδικοποίηση που τηρεί την συνθήκη **προθέματος** και έχει μέσο μήκος ***R*** που ικανοποιεί το:

$$H(X) < R < H(X) + 1$$

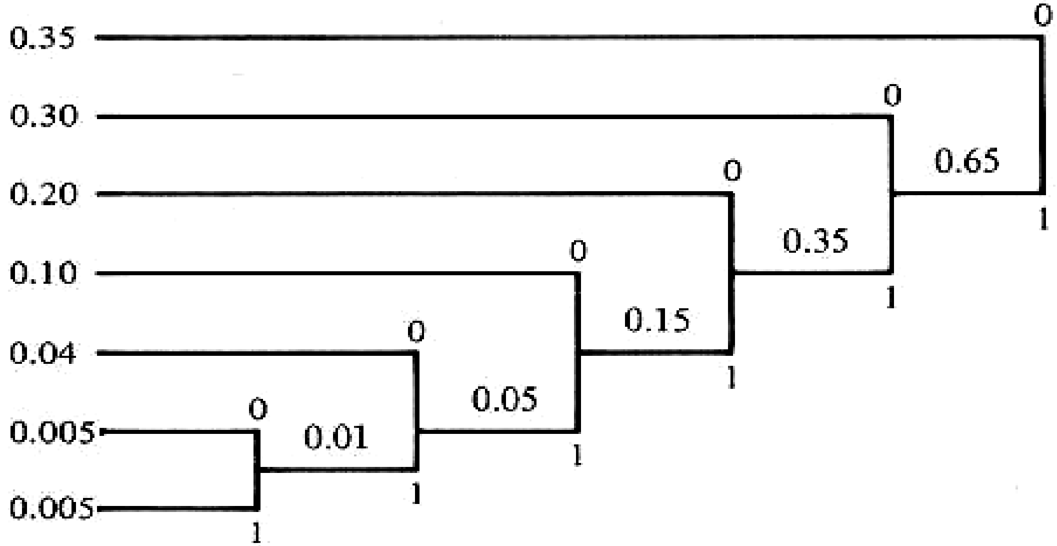
Παράδειγμα: Κωδικοποίηση πηγής μεταβλητού μήκους (1 από 2)



An example of variable-length-source encoding for a DMS.

Letter	Probability	Self-information	Code
x_1	0.35	1.5146	00
x_2	0.30	1.7370	01
x_3	0.20	2.3219	10
x_4	0.10	3.3219	110
x_5	0.04	4.6439	1110
x_6	0.005	7.6439	11110
x_7	0.005	7.6439	11111
	$H(X) = 2.11$	$\bar{R} = 2.21$	

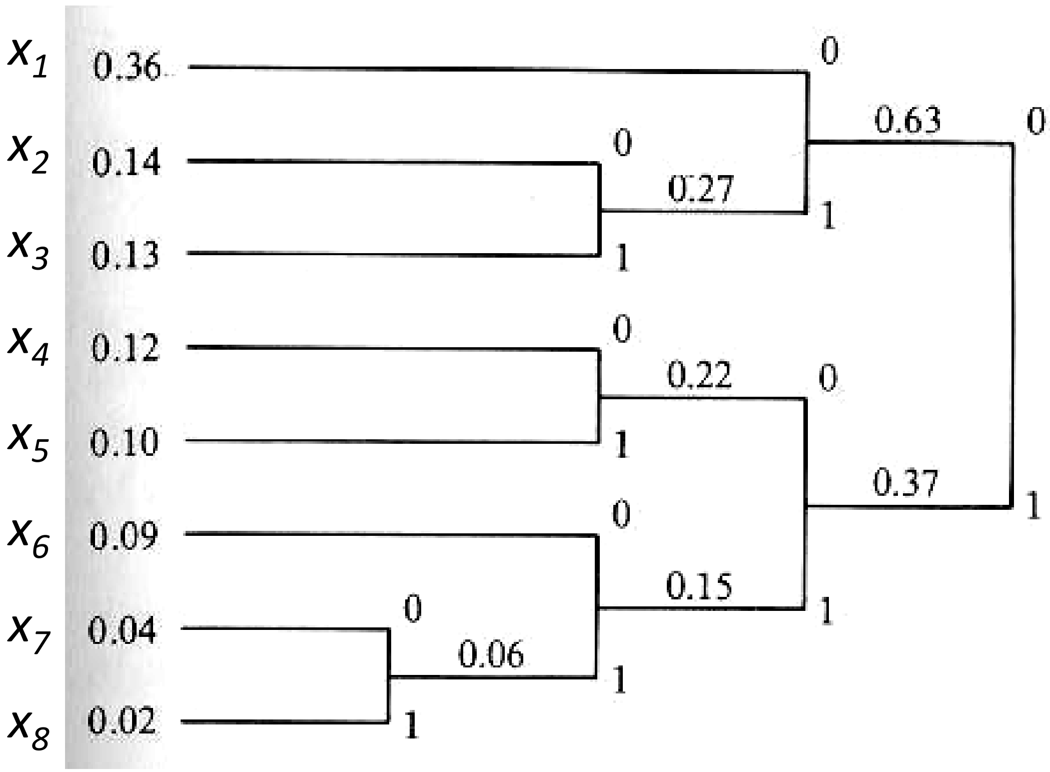
Παράδειγμα: Κωδικοποίηση πηγής μεταβλητού μήκους (2 από 2)



Letter	Code
x_1	0
x_2	10
x_3	110
x_4	1110
x_5	11110
x_6	111110
x_7	111111

$\overline{R} = 2.21$

Κωδικοποίηση Huffman



Letter	Code
x_1	00
x_2	010
x_3	011
x_4	100
x_5	101
x_6	110
x_7	1110
x_8	1111
$H(X) = 2.63$	$\overline{R} = 2.70$

- **Βέλτιστη** κωδικοποίηση
- Παρόμοια κωδικοποίηση εντροπίας είναι η *αριθμητική κωδικοποίηση*

Κωδικοποίηση Huffman για ζεύγη γραμμάτων

Letter	Probability	Self-information	Code
x_1	0.45	1.156	1
x_2	0.35	1.520	00
x_3	0.20	2.330	01

$$H(X) = 1.518 \text{ bits/letter}$$
$$\overline{R}_1 = 1.55 \text{ bits/letter}$$
$$\text{Efficiency} = 97.9\%$$

- Encoding Single Letters (97.9%)

- Encoding Pairs of Letters (99%)

Letter pair	Probability	Self-information	Code
x_1x_1	0.2025	2.312	10
x_1x_2	0.1575	2.676	001
x_2x_1	0.1575	2.676	010
x_2x_2	0.1225	3.039	011
x_1x_3	0.09	3.486	111
x_3x_1	0.09	3.486	0000
x_2x_3	0.07	3.850	0001
x_3x_2	0.07	3.850	1100
x_3x_3	0.04	4.660	1101

$$2H(X) = 3.036 \text{ bits/letter pair}$$
$$\overline{R}_2 = 3.0675 \text{ bits/letter pair}$$
$$\frac{\overline{R}_2}{2} = 1.534 \text{ bits/letter}$$
$$\text{Efficiency} = 99.0\%$$

Κωδικοποίηση μήκους σειρών (1 από 2)

- Κωδικοποιεί ακολουθίες ίδιων συμβόλων (αντί να επαναλαμβάνει τα σύμβολα) σημειώνοντας το σύμβολο και τις εμφανίσεις του
- Χρησιμοποιεί χαρακτήρες διαφυγής (escape characters)
- Παράδειγμα: byte-stuffing
  - ! = χαρακτήρας διαφυγής
  - !! = “!”

Κωδικοποίηση μήκους σειρών (2 από 2)

- Παράδειγμα κωδικοποίησης μήκους σειρών
  - Κείμενο: AB**CCCCCCCC**DEFGGG
  - Κωδικοποιημένο κείμενο:AB**C!8**DEFGGG
  - Κέρδη κωδικοποίησης του “C”: 3/8
- Όριο «ελάχιστου αριθμού εμφανίσεων» προς αντικατάσταση
  - e.g., 4 συνεχόμενα ίδια σύμβολα σε αυτό το παράδειγμα μιας και η αντικατάσταση από μόνη της κοστίζει 3 σύμβολα (σύμβολο, χαρακτήρας διαφυγήςκαι αριθμός επαναλήψεων)

Κατηγοριοποίηση τεχνικών κωδικοποίησης (1 από 2)

<table>
<tr><td rowspan="3">Κωδικοποίηση εντροπίας</td><td colspan="2">Κωδικοποίηση μήκους γραμμές (RLE)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Κωδικοποίηση Huffman</td></tr>
<tr><td colspan="2">Αριθμητική κωδικοποίηση</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Κωδικοποίηση πηγής</td><td rowspan="2">Πρόβλεψη</td><td>DPMC</td></tr>
<tr><td>DM</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Μετασχηματισμός</td><td>FFT</td></tr>
<tr><td>DCT</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Κωδικοποίηση πολλών επιπέδων (layered coding)</td><td>Θέση δυφίου</td></tr>
<tr><td>Υποδειγματοληψία</td></tr>
<tr><td>Υποπεδίων</td></tr>
<tr><td colspan="2">Κβαντοποίηση διανυσμάτων</td></tr>
</table>

Κατηγοριοποίηση τεχνικών κωδικοποίησης (2 από 2)

Υβριδική κωδικοποίηση	JPEG
	MPEG
	H.261
	DVI RTV, DVI PLV

Τέλος Ενότητας # 6

Μάθημα: Θέματα Συστημάτων Πολυμέσων
Ενότητα # 6: Στοιχεία Θεωρίας Πληροφορίας
Διδάσκων: Γεώργιος Κ. Πολύζος
Τμήμα: Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών “Επιστήμη των Υπολογιστών”

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης