ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS AND BUSINESS

Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Τμήμα Πληροφορικής
ΠΜΣ στα Πληροφοριακά Συστήματα

Κρυπτογραφία και Εφαρμογές
Διαλέξεις Ακ. Έτους 2016-2017

Μαρκάκης Ευάγγελος
markakis@aueb.gr

Ντούσκας Θεόδωρος
tntouskas@aueb.gr

Γιώργος Στεργιόπουλος
geostergiop@aueb.gr

Περιεχόμενα

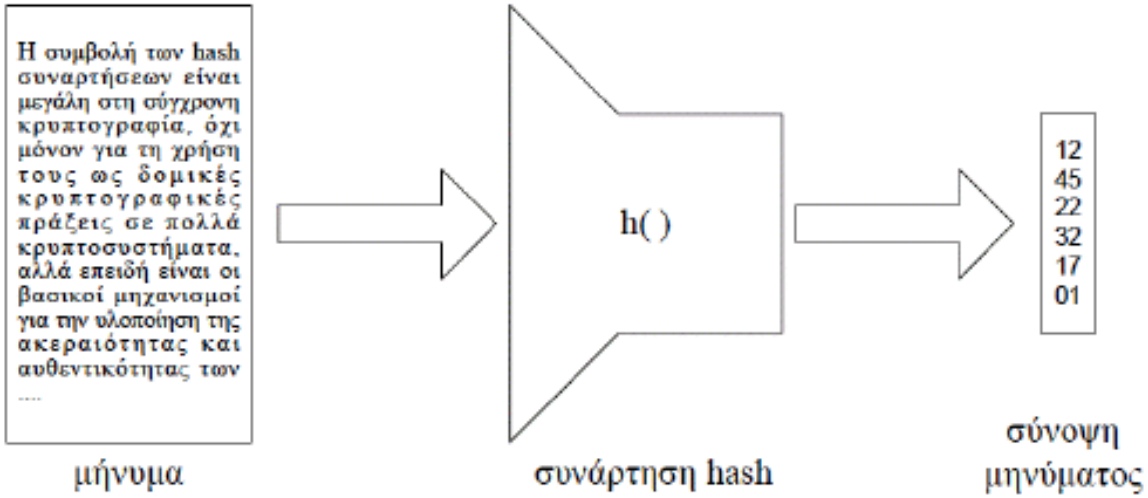
- Hash functions (συναρτήσεις σύνοψης)
  - ✓ Assurance of Data Integrity (ακεραιότητα)
  - ✓ Προϋποθέσεις ασφάλειας
- Μέγεθος σύνοψης
- Message Authentication Codes (MACs)
- Modification Detection Codes (MDCs)
- Iterated Hash functions
- Υλοποιήσεις:
  - ✓ MD4, MD5 (Message Digest 5, Rivest)
  - ✓ SHA-1 (Secure Hash Algorithm)

Συναρτήσεις Σύνοψης

- Αναφέρονται και ως ***Συναρτήσεις Κατακερματισμού***
- Απεικονίζουν μήνυμα αυθαίρετου μήκους ***(pre-image)*** σε μήνυμα με σταθερό αριθμό bits
- Το αποτέλεσμα της διαδικασίας ονομάζεται ***αποτύπωμα***, ή ***hash value***, ή ***message digest*** ή ***fingerprint***
- Γνωστοί αλγόριθμοι:
  - ✓ MD4, MD5 (Message Digest 5, Rivest)
  - ✓ SHA-1/2 (Secure Hash Algorithm)
  - ✓ RIPEMD 128/160 (RACE Integrity Primitives Evaluation
  - ✓ Message Digest, Europe RACE Framework, 1996)

Λειτουργικές Προϋποθέσεις – Ευρύς Ορισμός

- Μπορεί να εφαρμοστεί σε τμήμα δεδομένων οποιουδήποτε μεγέθους
- Παράγει έξοδο (σύνοψη h) σταθερού ***μικρού*** μήκους
- Εύκολα υπολογίσιμη για δοθέν x



Προϋποθέσεις Ασφάλειας

- Συνήθως θέλουμε μία συνάρτηση hash h: X → Y να ικανοποιεί τις ακόλουθες ιδιότητες:
- 1. Δεδομένης hash function h και y ∈ Y, πρέπει να είναι υπολογιστικά δύσκολο να βρεθεί x τέτοιο ώστε h(x) = y (**preimage resistance**)
- 2. Δεδομένης hash function h και x ∈ X, πρέπει να είναι υπολογιστικά δύσκολο να βρεθεί x΄ τέτοιο ώστε h(x΄) = h (x) (**2nd preimage resistance ή weak collision resistance**)
- 3. Δεδομένης hash function h, πρέπει να είναι υπολογιστικά δύσκολο να βρεθούν x, x' ∈ X τέτοια ώστε h(x) = h(x΄) (**strong collision resistance**)

Προϋποθέσεις Ασφάλειας

- Όταν ισχύει η ιδιότητα 1, θα λέμε ότι η h είναι *one-way hash function (OWHF)*
  - ✓ Η ύπαρξη one-way functions δεν έχει αποδειχθεί μαθηματικά
  - ✓ Στην πράξη όμως έχουμε αρκετές υποψήφιες συναρτήσεις που πιστεύουμε ότι είναι one-way
  - ✓ Η ασφάλεια σε πολλά κρυπτογραφικά σενάρια στηρίζεται στην ύπαρξη one-way functions
- Όταν ισχύει η ιδιότητα 3, θα λέμε ότι η h είναι *collision resistant hash function (CRHF)*

Key-based hash functions

- Μπορούμε να έχουμε και hash functions με κλειδί k,
- Παράδειγμα: έστω μία συνάρτηση h χωρίς κλειδί
- Μπορούμε να ορίσουμε την h_k έτσι ώστε:

$$h_k(x) = h(x \,||\, k)$$

όπου $x \,||\, k$ το μήνυμα που προκύπτει από concatenation των x και k

Μέγεθοσ Σύνοψης

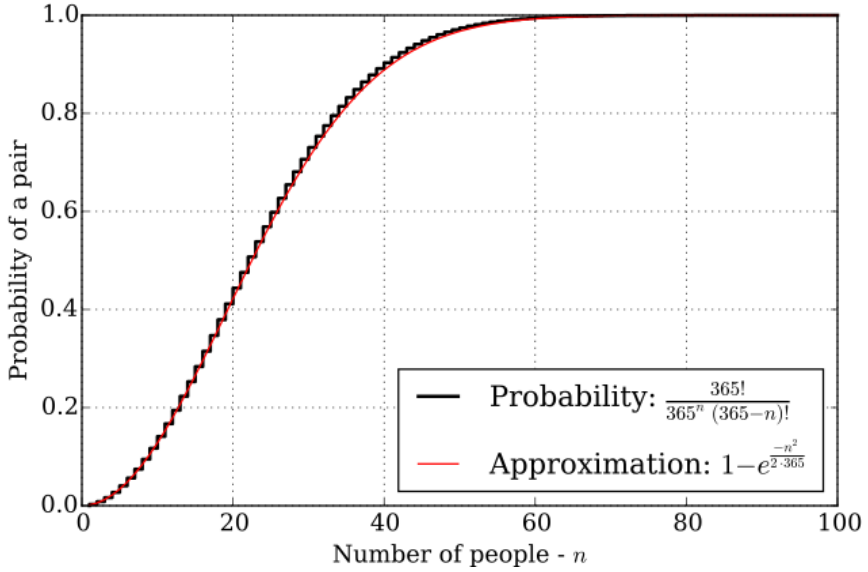
- Πόσο μεγάλη πρέπει να είναι η σύνοψη σε μία collision resistant hash function?
- Από αρχή περιστερώνα σίγουρα θα υπάρχουν πολλές συγκρούσεις
- Θέλουμε να είναι υπολογιστικά ανέφικτο να βρίσκουμε συγκρούσεις με brute force.
- **Παράδοξο Γενεθλίων**: Σε μία ομάδα από 23 τυχαία επιλεγμένα άτομα, η πιθανότητα να υπάρχουν 2 άτομα που έχουν γενέθλια την ίδια μέρα είναι ≥ ½
- Απόδειξη: έστω n άτομα σε μία αίθουσα
  - ✓ PY(n): πιθανότητα τουλάχιστον δύο άτομα στο δωμάτιο να έχουν ίδια γενέθλια
  - ✓ PN(n): πιθανότητα να μην υπάρχουν δύο άτομα στο δωμάτιο με ίδια γενέθλια.
  - ✓ PN και PY αλληλο-αποκλείονται: PY(n) = 1 - PN(n)
  - ✓ Ας θεωρήσουμε ότι τα άτομα έρχονται διαδοχικά στην αίθουσα

- Παράδοξο Γενεθλίων
  - ✓ Πιθανότητα 1ο άτομο να μην έχει κοινά γενέθλια με υπόλοιπα άτομα στην αίθουσα = P(1) = 365/365
  - ✓ Πιθ/τα 2ο άτομο να μην έχει κοινά γενέθλια με 1ο =P (2) = 364/365
  - ✓ Πιθ/τα 3ο άτομο να μην έχει κοινά γενέθλια με 1ο και 2ο =P (3) =363/365
  - ✓ ….
  - ✓ Πιθ/τα n-οστό άτομο να μην έχει κοινά γενέθλια με υπόλοιπους = P(n) =(365-n+1)/365
  - ✓ Άρα PN(n) = P(1)*P(2)* … P(n) =365/365 × 364/365 × 363/365 × 362/365 × ... ×(365-n+1)/365 =

$$\frac{365!}{365^n \times (365-n)!}$$

- Παράδοξο Γενεθλίων
  - ✓ $P_Y(n) = 1 - P_N(n)$
    - n=10, $P_Y(n)$=11,7%
    - n=20, $P_Y(n)$=41,7%
    - n=23, $P_Y(n)$=50,7%
    - n=50, $P_Y(n)$=97,0%
    - n=100 $P_Y(n)$= 99.99997%
- Προσέγγιση μέσω σειρών Taylor
  - ✓ $P_Y(n) = 1 – e–n*n/(2*365)$

e ≈ 2.718281828



Μέγεθος Σύνοψης

- Ανάλογα αναλύουμε οποιαδήποτε άλλη κατάσταση όπου τα πιθανά ενδεχόμενα είναι ≠ 365
- Το παράδοξο γενεθλίων πρέπει να λαμβάνεται υπόψη όταν αποφασίζουμε το μέγεθος της σύνοψης
- Δεν θέλουμε μεγάλη πιθ/τα 2 τυχαία μηνύματα να έχουν την ίδια σύνοψη
- Στην πράξη χρησιμοποιούνται συνήθως 160 bits
- Έχουν προταθεί και αλγόριθμοι για παραπάνω bits
- 128 μπορεί να είναι επίσης ok (έχουν βρεθεί επιθέσεις όμως)

Μέγεθος Σύνοψης – Επιθέσεις

- Παράδοξο Γενεθλίων – Αλγόριθμος Yuval
- Αν η σύνοψη δεν είναι μεγάλη αυξάνεται η πιθ/τα «γειτονικά» κείμενα να έχουν το ίδιο hash
- Μπορούμε τότε να προσπαθήσουμε να λύσουμε το εξής πρόβλημα:
  - ✓ Είσοδος: νόμιμο μήνυμα x1, Δόλιο μήνυμα x2, σύνοψη h μήκους m-bit
  - ✓ Έξοδος: x'_1, x'_2 αποτελέσματα ελάχιστων διαφοροποιήσεων των x_1 και x_2, με $h(x'_1) = h(x'_2)$
- 1. Παραγωγή $t = 2^{m/2}$ κειμένων με ελάχιστες διαφοροποιήσεις x'_1 του x_1
- 2. Για κάθε μήνυμα x'_1 παράγεται η σύνοψη και αποθηκεύεται μαζί με το αντίστοιχο μήνυμα ώστε να ανιχνεύονται με βάση τη hash-value (κόστος O(t))
- 3. Παράγονται κείμενα x'_2 με ελάχιστες διαφοροποιήσεις από το x_2, υπολογίζονται τα $h(x'_2)$ για κάθε ένα κείμενο και συγκρίνονται με κάθε ένα από τα ως άνω x'_1 (μέχρι να βρεθεί ταίριασμα).

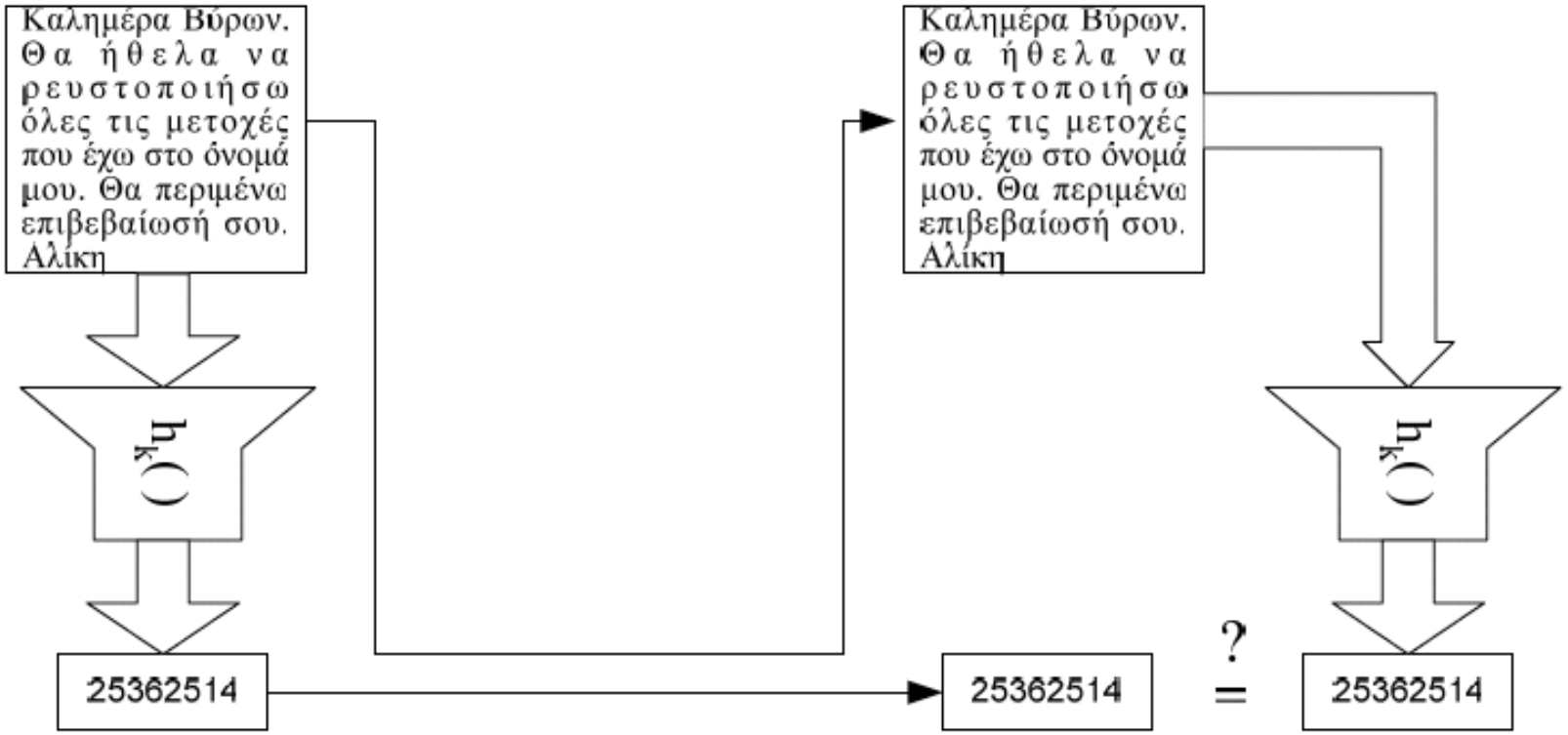
- Παράδοξο Γενεθλίων – Αλγόριθμος Yuval
  - ✓ Εφαρμογή αυτής της επίθεσης:
  - ✓ Έστω ότι η Αλίκη θέλει να υπογράψει μία συμφωνία x1 με τον Bob
  - ✓ Ο Bob δεν έχει ιδέα από κρυπτογραφία
  - ✓ Η Αλίκη παρουσιάζει μία παραλλαγή του αρχικού συμβολαίου x'_1 και ο Bob το υπογράφει
  - ✓ Αργότερα η Αλίκη μπορεί να υποστηρίξει ότι το μήνυμα που υπεγράφη ήταν το x'_2

- *Εφαρμογές*
  - ✓ ψηφιακές υπογραφές
    - Το μεγάλο μήνυμα κατακερματίζεται και μόνο η hash τιμή υπογράφεται
    - εξοικονομεί χρόνο και χώρο σε σύγκριση με την υπογραφή του μηνύματος άμεσα
  - ✓ ακεραιότητα των δεδομένων
    - Η hash-τιμή που αντιστοιχεί στα δεδομένα υπολογίζεται σε κάποια χρονική στιγμή
    - Η ακεραιότητα της hash-τιμής προστατεύεται
    - Σε μεταγενέστερη χρονική στιγμή επανα-υπολογίζεται η hash-τιμή των δεδομένων και γίνεται σύγκριση με την αρχική
  - ✓ ακεραιότητα των δεδομένων και αυθεντικοποίηση πηγής δεδομένων (data origin authentication)
    - με key-based hash functions

Συναρτήσεις Σύνοψης – MAC / MDC

- Οι hash functions που χρησιμοποιούνται για αυθεντικοποίηση και ακεραιότητα δεδομένων κατατάσσονται συνήθως σε:
- Message Authentication Codes (MACs).
  - ✓ Key-based hash functions
  - ✓ Χρήση κυρίως για επικοινωνία μεταξύ 2 μελών όπου προέχει η ακεραιότητα δεδομένων αντί για εμπιστευτικότητα
  - ✓ Η Αλίκη στέλνει το μήνυμα μαζί με τη σύνοψη. Ο Bob όταν λάβει το μήνυμα, υπολογίζει ανεξάρτητα το MAC και ελέγχει αν είναι ίδιο με το MAC που έλαβε
- Modification Detection Codes (MDCs):
  - ✓ Unkeyed hash functions
  - ✓ Χρήση κυρίως για αποστολή μηνύματος σε πολλούς παραλήπτες
  - ✓ Π.χ. Λήψη ηλεκτρονικών αγαθών, βιβλίων, software upgrades
  - ✓ Δεν υπάρχει ανάγκη για κλειδί, ο έλεγχος μπορεί να γίνει από οποιονδήποτε πελάτη

- Message Authentication Codes (MACs).

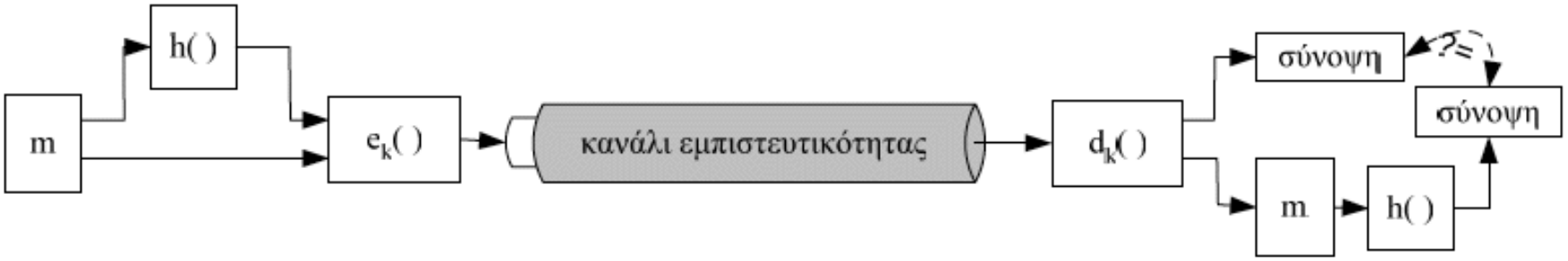


- Παραδείγματα εφαρμογών MAC: σήματα πύργου ελέγχου αεροδρομίων, συντονισμός σιδηροδρομικών γραμμών
- Δεν απαιτείται εμπιστευτικότητα, αλλά μία αλλαγή του μηνύματος μπορεί να προκαλέσει ατυχήματα

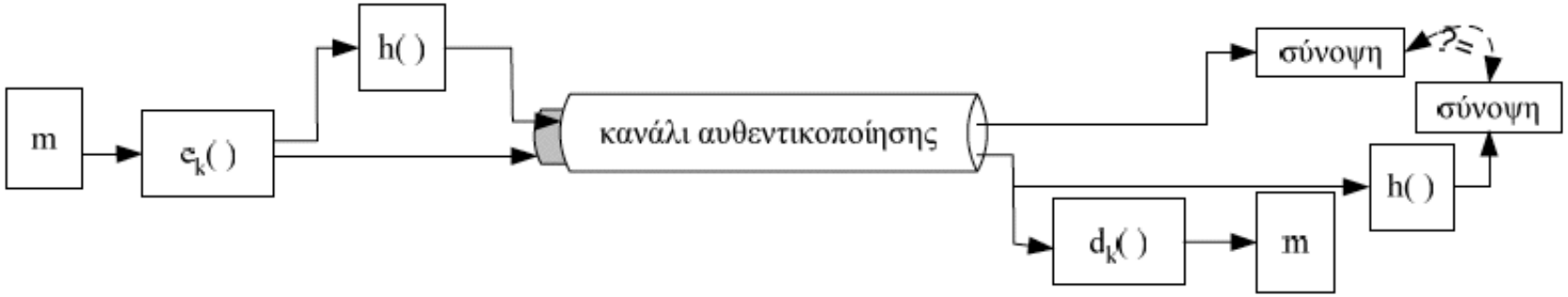
- Πιθανοί στόχοι αντιπάλου εναντίον MACs
  - ✓ Εύρεση του κλειδιού k
  - ✓ Χωρίς γνώση του *k*,εντοπισμός έγκυρου ζεύγους *(x, hk(x))*
  - ✓ Για δοσμένο x, εντοπισμός x', έτσι ώστε hk(x') = hk(x)
  - ✓ Εντοπισμός x, x' έτσι ώστε hk(x') = hk(x)
- Στόχοι αντιπάλου εναντίον MDCs
  - ✓ Τα ίδια εκτός του εντοπισμού κλειδιού
- Επιθέσεις σε MAC/MDC
  - ✓ *known-text attack.* Ένα η περισσότερα text-MAC pairs $(x_i, hk(x_i))$ γίνονται γνωστά
  - ✓ *chosen-text attack.* Ένα η περισσότερα text-MAC pairs $(x_i, hk(x_i))$ γίνονται γνωστά για x_i που επιλέγονται από τον επιτιθέμενο
  - ✓ *adaptive chosen-text attack.* Το x_i μπορεί να επιλέγεται από τον αντίπαλο, όπως παραπάνω, αλλά τώρα επιτρέπονται διαδοχικές επιλογές που βασίζονται στα αποτελέσματα των προηγούμενων

- Διαφορές με κρυπταλγόριθμους
  - ✓ Η συνάρτηση δεν χρειάζεται εδώ να είναι 1-1. Περισσότεροι βαθμοί ελευθερίας
  - ✓ Δεν υπάρχουν νομικοί περιορισμοί. Για κρυπταλγορίθμους μέγεθος κλειδιού νομικά ελεγχόμενο, εξαρτάται από τη χώρα (π.χ. στη Γαλλία είναι παράνομη η χρήση Vigenere αν η κυβέρνηση δεν έχει αντίγραφο κλειδιού)
  - ✓ Ο αντίπαλος συνήθως γνωρίζει το κείμενο και τη σύνοψη (στους κρυπταλγορίθμους κάποιες φορές γνωρίζει μόνο το κρυπτοκείμενο)

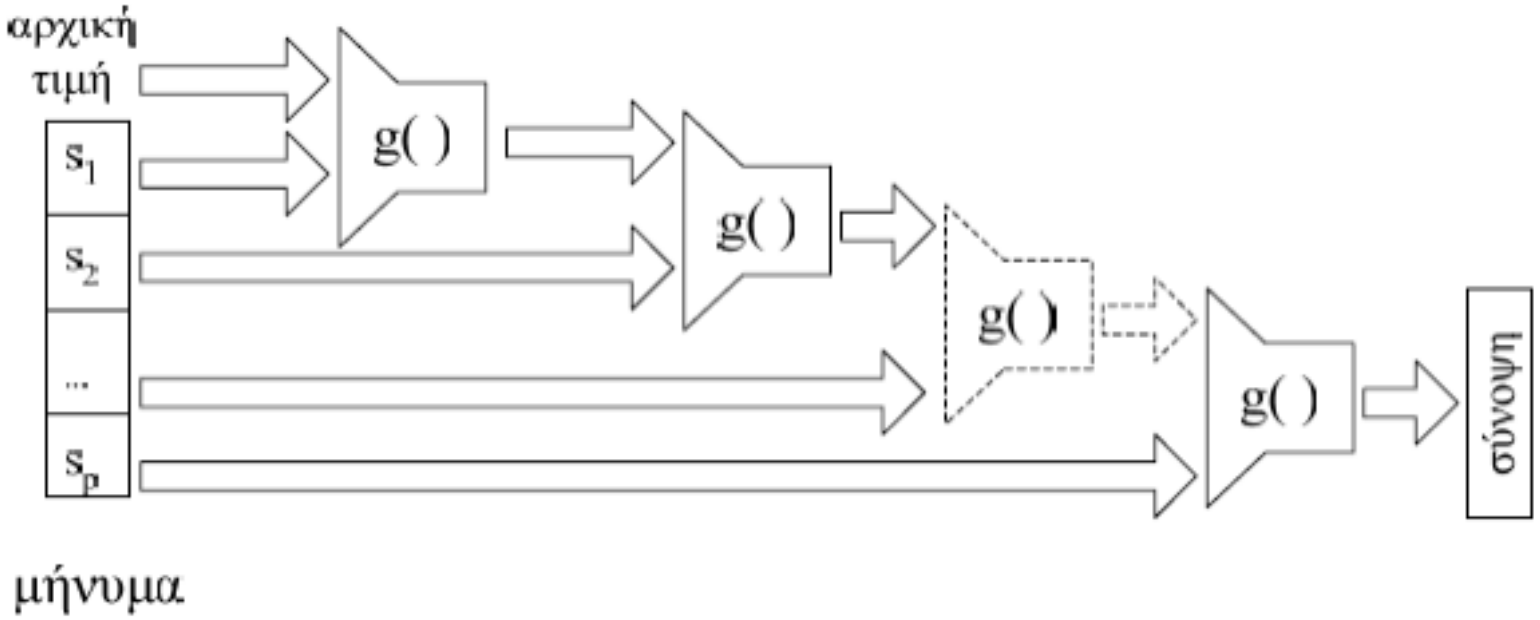
- Συνδυασμός εμπιστευτικότητας και αυθεντικοποίησης
  - ✓ Υπάρχουν 2 επικρατέστερα σενάρια
  - ✓ Κρυπτογράφηση της σύνοψης



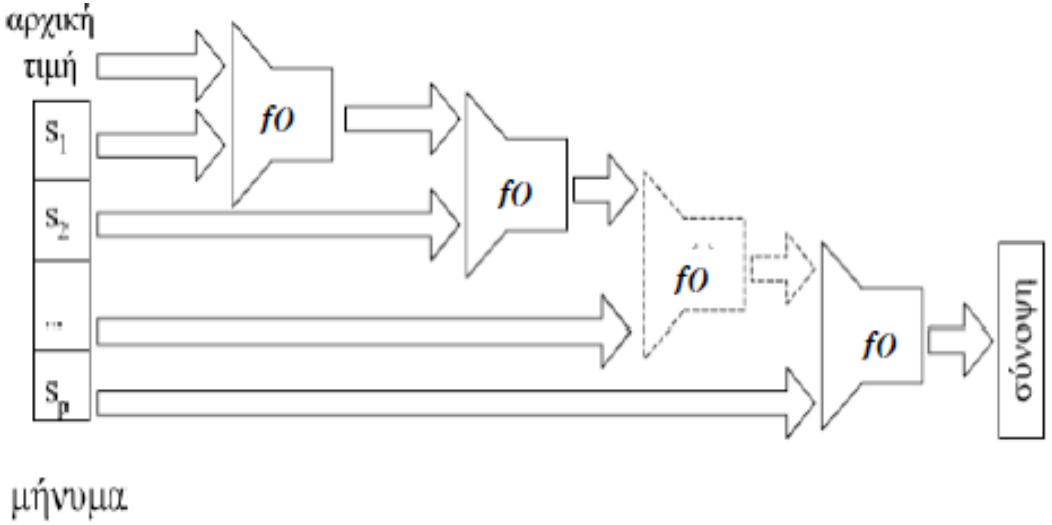
  - ✓ Σύνοψη της κρυπτογράφησης



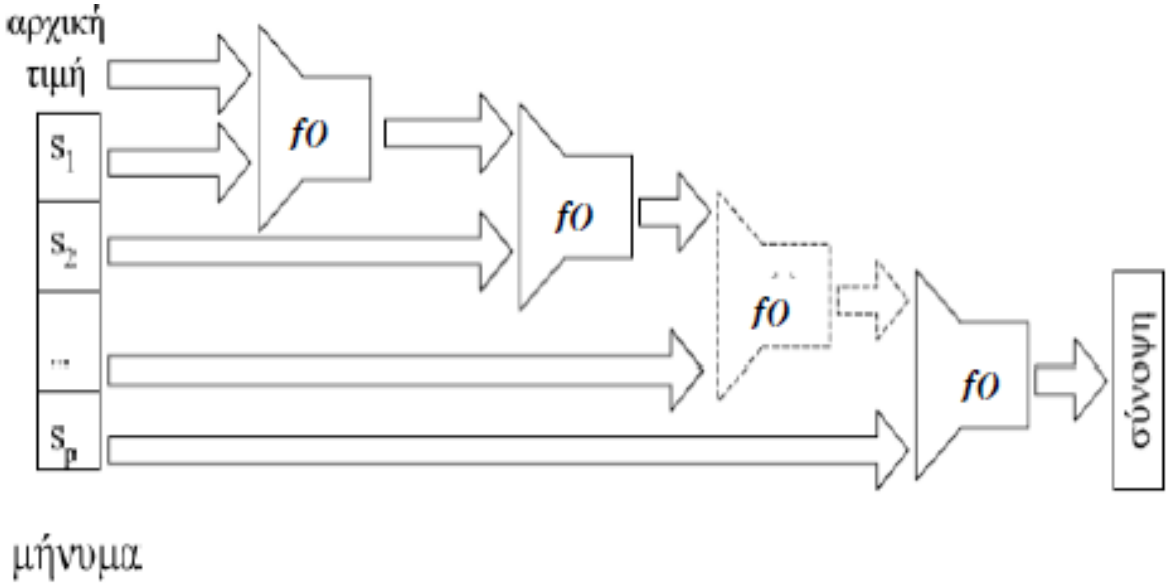
- Iterated hash functions
  - ✓ Είσοδος: μηνύματα με αυθαίρετο μήκος
  - ✓ Έξοδος: σύνοψη σταθερού μήκους
  - ✓ Κατάτμηση του μηνύματος της εισόδου σε τμήματα
  - ✓ Επιμέρους επεξεργασία των τμημάτων αυτών.
  - ✓ Βασίζονται στην επαναληπτική εφαρμογή μιας συνάρτησης *f*
  - ✓ Η συνάρτηση *f: {0,1}m* ☐ *{0,1}n* ονομάζεται ***συνάρτηση συμπίεσης***



- Iterated hash functions
  - ✓ Συνήθως υπάρχουν 3 βήματα σε τέτοιες κατασκευές
  - ✓ *Βήμα 1: Preprocessing (padding) step*. Από το input string x μετά από κατάλληλο padding παράγεται ένα string y = $s_1 s_2 \ldots s_p$. Κάθε τμήμα s_i έχει μήκος *m-n* bits
  - ✓ *Βήμα 2: Processing step*. Ξεκινάμε με ένα διάνυσμα αρχικοποίησης IV
    - h_0 = IV (n bits)
    - $h_1 = f(h_0 \,||\, s_1)$
    - ...
    - $h_i = f(h_{i-1} \,||\, si),\ 1 \leq i \leq p$
    - Τελικά $hp = f(h_{p-1}, s_p)$



- Iterated hash functions
  - ✓ Στο βήμα 2, κάθε block s_i είναι input της συμπίεσης f στην επανάληψη i
  - ✓ Γίνεται concatenation με την έξοδο της προηγούμενης επανάληψης για να συμπληρωθεί το απαιτούμενο μήκος εισόδου των m bits.
  - ✓ *Βήμα 3: Output Transformation (optional)*. Προαιρετικά μία συνάρτηση g εφαρμόζεται στο αποτέλεσμα της τελευταίας επανάληψης
  - ✓ Τελικά σε input x, το message digest είναι $h(x) = g(h_p)$



- Iterated hash functions
  - ✓ Η κατασκευή των Merkle και Damgard (1989)
  - ✓ Έστω συνάρτηση συμπίεσης f: $\{0,1\}^{m+t} \rightarrow \{0,1\}^m$
  - ✓ Έστω $|x|$ το μήκος του input string x (σε bits)

```
MERKLE-DAMGARD(x)
n = |x|
k = ⌈n/(t-1)⌉     //χωρίζει το x σε τμήματα με μήκος t-1
d = k(t-1) - n    //πόσα bits θα γίνουν padded στο τελευταίο τμήμα
for i=1 to k-1 y_i = x_i
y_k = x_k||0^d        //padding
y_{k+1} = binary rep. of d
z_1 = 0^{m+1}||y_1; h_1 = f(z_1)
for i=1 to k      //processing step
    z_{i+1} = h_i||1||y_{i+1}
    h_{i+1} = f(z_{i+1})
h(x) = h_{k+1}
```

- Iterated hash functions
  - ✓ Η κατασκευή θεωρεί ότι το αρχικό input string ειναι στη μορφή $x = x_1||x_2||\ldots||x_k$
  - ✓ Επομένως το string $y = y_1||y_2||\ldots||y_k||y_{k+1}$ είναι της μορφής $y = x||p(x)$, όπου $p(x)$ είναι το padding που καθορίζεται μόνο από το x
    - Είναι ο πιο συνηθισμένος τρόπος εκτέλεσης του preprocessing step
    - Το y_{k+1} πρέπει να γίνει padded με μηδενικά για να είναι και αυτό μήκους t-1
- Θεώρημα: Αν η συνάρτηση συμπίεσης f είναι collisionresistant τότε και η h(x) όπως ορίζεται από την κατασκευή Merkle-Damgard θα είναι collision-resistant.

Συναρτήσεις Σύνοψης – Σχεδιασμός

- Iterated hash functions
  - ✓ 1990: MD4, από τον Rivest
  - ✓ 1992: MD5, πάλι από Rivest
  - ✓ 1993: SHA ή SHA-0 (the Secure Hash Algorithm), προτυποποιείται ως FIPS-180
  - ✓ 1995: SHA-1, FIPS 180-1
  - ✓ mid-90's: collisions on MD4/MD5
  - ✓ 1998: αλγόριθμος για εύρεση collisions στον SHA-0 σε 261
  - ✓ 2002: FIPS 180-2. Εκτός από τον SHA-1, προτείνονται και οι SHA-224,
  - ✓ SHA-256, SHA-384, SHA-512.
    - Η οικογένεια αυτή αναφέρεται και ως SHA-2
  - ✓ 2004: Πιο ρεαλιστικός αλγόριθμος για εύρεση collisions σε SHA-0 και MD5 (CRYPTO 2004)
  - ✓ 2005: Collisions για 58 γύρους του SHA-1, εκτιμάται ότι για τον κανονικό
  - ✓ SHA-1, απαιτείται πολυπλοκότητα 269
    - Ανησυχία ότι στο μέλλον ο SHA-1 δεν θα είναι ασφαλής
  - ✓ 2007:
    - Ο SHA-1 εξακολουθεί να είναι ο πιο δημοφιλής, lack of support για πλήρη χρήση του SHA-2
    - Ανακοινώνεται διαγωνισμός για SHA-3.
  - ✓ 2012 (October 2): Ανακοινώνεται ο νικητής (Keccak)

- MD5
  - ✓ Ακολουθεί δομή Merkle-Damgård
  - ✓ Το input string x μπορεί να είναι οποιουδήποτε μεγέθους
  - ✓ Επιστρέφει hash τιμή 128 bits
  - ✓ Βήμα 1: Padding
    - Το x μετατρέπεται σε πολλαπλάσιο των 512 bits

      PAD(x)

      d = (447 - |x|) mod 512

      L = bin. representation of |x| // 64 bits, αν |x|> 264, reduce mod 264

      y = x||1||0d||L
  - ✓ Το string y διαιρείται σε blocks των 512 bits
  - ✓ y = M1||M2||…||Mn
  - ✓ Κάθε Mi το βλέπουμε ως μία συλλογή 16 words (=32 bits)
  - ✓ Mi = Wo ||W1||…||W15

- MD5
  - ✓ Βήμα 2:
  - ✓ Αρχικοποίηση βοηθητικών καταχωρητών
    - H_0 = 67452301
    - H_1 = EFCDAB89
    - H_2 = 98BADCFE
    - H_3 = 10325476
  - ✓ Ενδιάμεσες τιμές αποθηκεύονται σε 4 καταχωρητές, A, B, C, D
  - ✓ for i =1 to n (όσα και τα blocks του x)
    - A = H_0
    - B = H_1
    - C = H_2
    - D = H_3
    - Στη συνέχεια εκτελείται η συνάρτηση συμπίεσης: $f: \{0,1\}^{512+128} \rightarrow \{0,1\}^{128}$

MD5

- ✓ Βήμα 2:
- ✓ Συνάρτηση συμπίεσης: $f: \{0,1\}^{512+128} \rightarrow \{0,1\}^{128}$
- ✓ Αποτελείται από 4 γύρους
  - Κάθε γύρος j εκτελεί 1 πράξη f_j 16 φορές (με διαφορετικά ορίσματα)
  - Κάθε πράξη είναι μία μη γραμμική συνάρτηση πάνω σε 3 από τις A, B, C, D και το αποτέλεσμα προστίθεται στην 4η μεταβλητή (mod 2^{32})
- ✓ Γύρος j: $a = b + ((a+f_j(b,c,d) + W_t + T[k]) << s) \bmod 2^{32}$ (32 bits)
  - a,b,c,d: συνδυασμός των A, B, C, D. Η σειρά και αντιστοιχία μεταβάλλεται ανά γύρο και ανά πράξη
  - W_t: η t-οστή λέξη στο block που εξετάζουμε, t=0,…,15
  - T[k]: ακέραιο τμήμα του $2^{32}|\sin(k)|$, k = 1,…,64

```
for i from 0 to 63
    K[i] := floor(232 × abs(sin(i + 1)))
```

MD5

Βήμα 2:

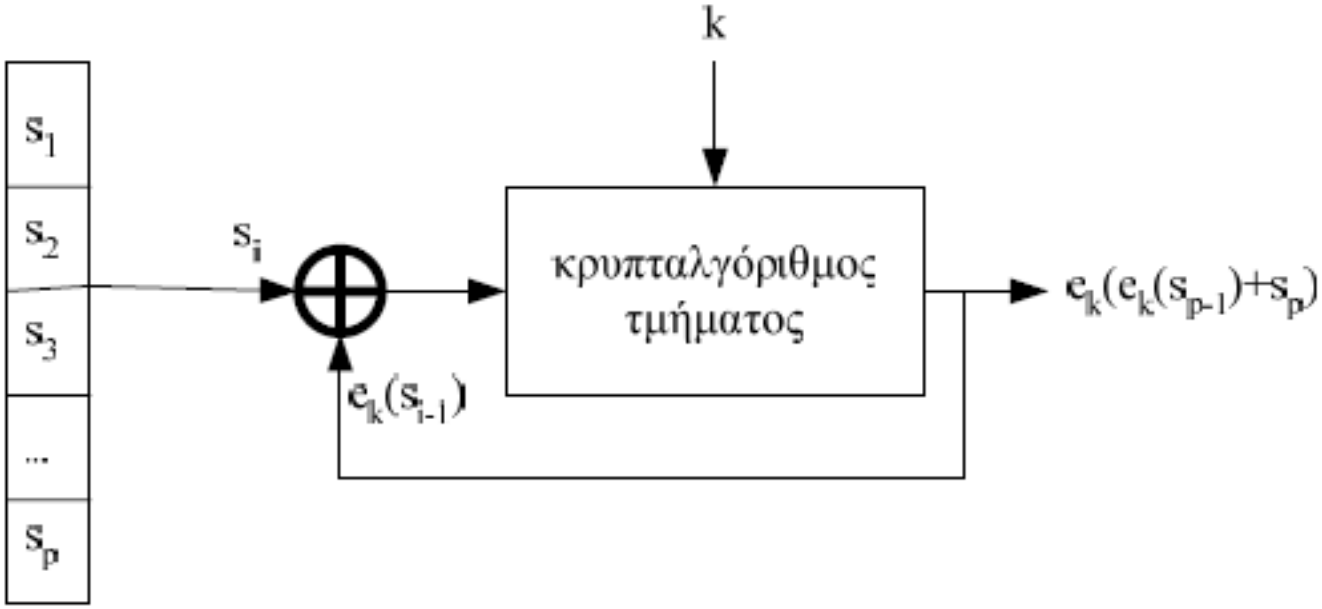
- Οι πράξεις f_t (four possible functions F; a different one is used in each round:)
- $f_1(b, c, d) = (b \wedge c) \vee (\neg b \wedge d)$
- $f_2(b, c, d) = (b \wedge d) \vee (c \wedge \neg d)$
- $f_3(b, c, d) = b \oplus c \oplus d$
- $f_4(b, c, d) = c \oplus (b \vee \neg d)$
- Η τιμή για την κυκλική ολίσθηση διαφέρει σε κάθε επανάληψη
- Στο τέλος των 4 γύρων στις τελικές τιμές των A, B, C, D, προστίθενται οι αρχικές τιμές mod 2^{32}
  - H0 = H0 + A
  - H1 = H1 + B
  - H2 = H2 + C
  - H3 = H3 + D
- Επιστροφή στην αρχή του for loop για το επόμενο block του x

- SHA-1
  - ✓ Βασίζεται στον MD5
  - ✓ Θεωρεί όπως και πριν ότι το μήκος της εισόδου δεν υπερβαίνει τα 264-1 bits
  - ✓ Παράγει συνοψη 160 bits
  - ✓ **Βήμα 1**: το padding είναι ακριβώς ίδιο με MD5
  - ✓ Στο τέλος του βήματος 1, έχουμε πάλι blocks των 512 bits (16 words)

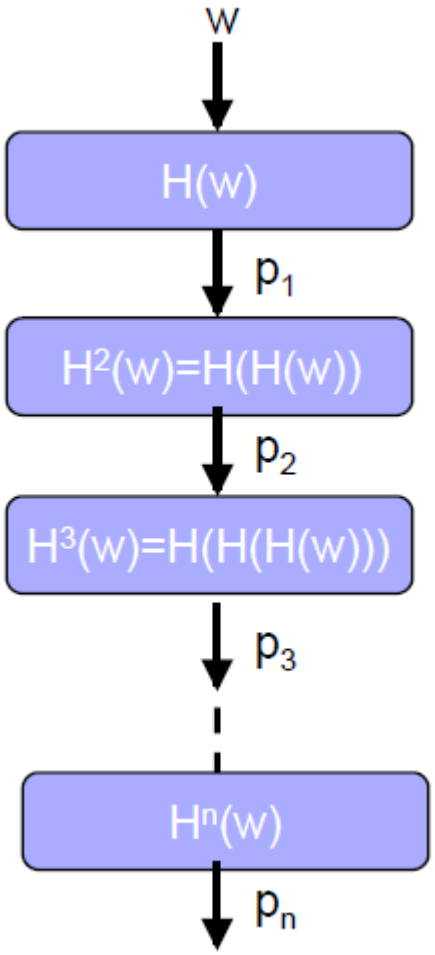
  - ✓ **Βήμα 2**:
  - ✓ Χρήση και 5ου καταχωρητή E = C3D2E1F0
  - ✓ Αρχικές τιμές στους βοηθητικούς καταχωρητές H_0, H_1, H_2, H_3, H_4
  - ✓ Η συνάρτηση συμπίεσης αποτελείται από 4 γύρους
  - ✓ Κάθε γύρος j εκτελεί 20 επαναλήψεις εφαρμόζοντας μία πράξη fj
  - ✓ $f_1(b, c, d) = (b \wedge c) \vee (\neg b \wedge d)$
  - ✓ $f_2(b, c, d) = b \oplus c \oplus d$
  - ✓ $f_3(b, c, d) = (b \wedge c) \vee (b \wedge d) \vee (c \wedge d)$
  - ✓ $f_4(b, c, d) = b \oplus c \oplus d$

- SHA-1
  - ✓ Βήμα 2:
  - ✓ Πριν ξεκινήσουν οι 4 γύροι, το block των 16 words επεκτείνεται σε 80 words
    - Οι πρώτες 16 μένουν όπως είναι
    - For t=16 to 79 Wt = (Wt-3 ⊕ Wt-8 ⊕ Wt-14 ⊕ Wt-16) << 1
  - ✓ Κάθε γύρος j εκτελεί 20 επαναλήψεις εφαρμόζοντας μία πράξη fj
  - ✓ (a, b, c, d, e) = ((e+fj(b,c,d) + S5(A) + Wt + Kj), a, S30(b), c, d)
    - Sk(.): αριστερή κυκλική ολίσθηση κατά k bits
    - Wt: η t-οστή λέξη στο block που εξετάζουμε, t=0,…,79
    - Kj: σταθερές τιμές για κάθε γύρο αποθηκευμένες σε 4 καταχωρητές
  - ✓ Στο τέλος των 4 γύρων στις τελικές τιμές των A, B, C, D, E προστίθενται οι αρχικές τιμές
    - $H_0 = H_0 + A$
    - $H_1 = H_1 + B$
    - $H_2 = H_2 + C$
    - $H_3 = H_3 + D$
    - $H_4 = H_4 + E$
  - ✓ Τελικά SHA-1(x) = $H_0 \| H_1 \| H_2 \| H_3 \| H_4$

- Επαναληπτικές μονόδρομες hash συναρτήσεις
  - ✓ Χρήση κρυπτοσυστήματος για δημιουργία hash functions
  - ✓ Με κρυπταλγόριθμο τμήματος με n bits είσοδο και n bits έξοδο.
  - ✓ Το ενδιάμεσο αποτέλεσμα προστίθεται στο επόμενο τμήμα του μηνύματος
  - ✓ Η είσοδος του κλειδιού αποτελεί και το κλειδί της μονόδρομης hash



- Επαναληπτική εφαρμογή hash function
  - ✓ Αλυσίδα hash function – S/Key
    - Για παραγωγή One Time Password (used for one login session/transaction)
  - ✓ Ξεκινά με secret key w.
    - Παράγεται από χρήστη ή αυτόματα
  - ✓ Αν αυτό παραβιαστεί τότε όλη η ασφάλεια του S/KEY σε κίνδυνο
  - ✓ Χρησιμοποιεί hash function H
    - Εφαρμόζεται n φορές στο w,
    - Παράγει hash chain από n one-time passwords p1…pn
    - Ο παραλήπτης εφοδιάζεται με τα n passwords με την αντίστροφη σειρά (δηλαδή pn, …, p2, p1).



Ψηφιακές Υπογραφές

- Το γεγονός ότι στην ασύμμετρη κρυπτογραφία το ιδιωτικό κλειδί το έχει μόνο ο ιδιοκτήτης του, σημαίνει ότι το αποτέλεσμα οποιασδήποτε συνάρτησης χρησιμοποιεί το κλειδί αυτό, μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει επιτελεστεί από το συγκεκριμένο ιδιοκτήτη και κανέναν άλλο.
- Μια ψηφιακή υπογραφή δημιουργείται **από την χρήση του ιδιωτικού κλειδιού** προκειμένου να «υπογραφούν» ηλεκτρονικά δεδομένα, με τέτοιο τρόπο που να μην μπορεί να πλαστογραφηθεί.

Ψηφιακές Υπογραφές ElGamal

- Απαιτείται κρυπτογραφική μονόδρομη hash, της οποίας η σύνοψη είναι στοιχείο του συνόλου Zp * , όπου p πρώτος αριθμός
- Επιλέγεται ένα μεγάλος πρώτος αριθμός p
- Επιλέγεται ένας ακέραιος a γεννήτορας του Zp *
- Επιλέγεται ένας ακέραιος b τέτοιος ώστε 0<b<p-1
- Υπολογίζεται το $\mathbf{y=a^b mod p}$
- Το Δημόσιο κλειδί είναι $\mathbf{K_{pub}=(p,a,y)}$
- Το Ιδιωτικό κλειδί είναι $\mathbf{K_{pr}=b}$

Δημιουργία υπογραφής

1. Επιλογή **μυστικού ακεραίου k**, με $0 < k < p–1$, και $\gcd(k, p–1) = 1$.
2. Υπολογισμός του $r \equiv a^k \pmod p$
3. Υπολογισμός του $k^{-1} \bmod p$
4. Υπολογισμός του $s \equiv k^{-1} (h(m) – br) \pmod{p–1}$
5. $Sig_b(m,k)=(r,s)$ Η υπογραφή είναι το ζεύγος (r, s), το οποίο αποστέλλεται μαζί με το μήνυμα στον παραλήπτη.

Επαλήθευση Υπογραφής

1. Έλεγχος ότι $0 < r < p-1$. Στην περίπτωση που το r δε βρίσκεται μεταξύ των ενδεδειγμένων ορίων, απορρίπτεται η ψηφιακή υπογραφή.
2. Υπολογισμός του $v \equiv y^r r^s \bmod p$
3. Υπολογισμός της σύνοψης h(m)
4. Υπολογισμός του $v' \equiv a^{h(m)} \bmod p$
5. Η υπογραφή θεωρείται έγκυρη αν και μόνο αν $v = v'$

Παράδειγμα

- Δημιουργία υπογραφής
  1. P=29
  2. a=2
  3. b=12
  4. $y=a^b \bmod 29=2^{12} \bmod 29=7 \bmod 29$
  5. Επιλογή K=5, gcd(5,29)=1
  6. h(m)=26
  7. $r=a^k \bmod p=2^5 \bmod 29=3 \bmod 29$
  8. $S=k^{-1}(h(m)-br) \pmod{p-1}$
     $=17*(26-12*3) \bmod 28$
     $=17*(-10) \bmod 28$
     $=26 \bmod 28$
  9. Άρα: (h(m),(r,s)=(26,(3,26)

- Επαλήθευση Υπογραφής
  1. $v \equiv y^r r^s \bmod p$
     $=7^3*3^{26} \bmod 29=22 \bmod 29$
  2. $v' \equiv a^{h(m)} \bmod p=2^{26} \bmod 29=22 \bmod 29$
  3. v=v'
  4. Άρα valid signature

Άσκηση

- *Kpr* = 67
- *Kpub* = (*p*,a,y) =(97,23,15)
  - ✓ Υπολογίστε την ψηφιακή υπογραφή
  - ✓ Κάντε validate την υπογραφή για:
    - h(m)=17, k=31
    - h(m)=17, k=49

Ψηφιακές Υπογραφές DSA

- Ο DSA είναι μια τροποποίηση του συστήματος ψηφιακής υπογραφής ElGamal.
- Η ασφάλειά του βασίζεται στο πρόβλημα του υπολογισμού του διακριτού λογάριθμου.

Δημιουργία Υπογραφής

- Α. Δημιουργία Κλειδιών:
  - ✓ Αρχικά, επιλέγεται ένας πρώτος αριθμός q τέτοιος ώστε $2^{159} < q < 2^{160}$. Άρα μέγεθος του q: 160 bits.
  - ✓ Στη συνέχεια επιλέγεται πρώτος αριθμός p τέτοιος ώστε $2^{t-1} < p < 2^t$, με $512 \leq t \leq 1024$, και ο t να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 64 και $q|(p-1)$.
  - ✓ Επιλέγουμε $g \in Zp^*$ ώστε $g^{(p-1)/q} \bmod (p) > 1$ και υπολογίζουμε: $a \equiv g^{(p-1)/q} \bmod (p)$
  - ✓ Επιλέγουμε b ώστε $0<b<q$ και υπολογίζουμε το $y \equiv a^b \bmod p$
  - ✓ $K_{pub}=(p,q,a,y)$
  - ✓ $K_{pr}=b$

Δημιουργία Υπογραφής

1. Επιλογή τυχαίου μυστικού ακέραιου k τέτοιου ώστε $0 < k < q$.
2. Υπολογισμός του $r \equiv (a^k \bmod p) \pmod q$
3. Υπολογισμός του $k^{-1} \bmod q$.
4. Υπολογισμός του $s \equiv k^{-1}(h(m) + br) \pmod q$

Επαλήθευση Υπογραφής

1. Έλεγχος ότι $0<r,s<q$
2. Υπολογισμός του $w=s^{-1} \bmod q$.
3. Υπολογισμός των:
   1. $u_1=w*h(m) \pmod q$
   2. $u_2=r*w \pmod q$
4. $r'=a^{u1}y^{u2} \bmod q$
5. Η υπογραφή είναι έγκυρη αν και μόνο αν $r=r'$

Παράδειγμα

- p=59
- q=29
- a=3
- b=7
- $y \equiv a^b \bmod p = 3^7 \bmod 59$

- Δημιουργία υπογραφής
- h(m)=26, k=10
- $r \equiv (a^k \bmod p) \pmod q$
  $=(3^{10} \bmod 59) \bmod 29$
  $=20 \bmod 29$
- $s \equiv k^{-1}(h(m) + br) \pmod q$
  $=3*(26+7*20)$
  $=5 \bmod 29$

- Επαλήθευση Υπογραφής
  - ✓ $0<r, s<q$
  - ✓ $w=s^{-1} \bmod q = 5^{-1} \bmod 29 = 6 \bmod 29$
  - ✓ $u1=w*h(m) \pmod q = 6*26 \bmod 29 = 11 \bmod 29$
  - ✓ $u2=r*w \pmod q = 20*6 \bmod 29 = 4 \bmod 29$
  - ✓ $r' = a^{u1} y^{u2} \bmod q$
    $=(3^{11}*4^4 \bmod 59) \bmod 29$
    $=20 \bmod 29$
  - ✓ $r=r'$

Άσκηση

- Για p=59, q=29, a=3, Kpr=23 να υπολογίσετε και να επαληθεύσετε την ψηφιακή υπογραφή:
  - ✓ h(m)=17, k=25
  - ✓ h(m)=2, k=13

Ψηφιακές Υπογραφές RSA

Έστω p και q πρώτοι με n=pq και K_{pr}, kpub=(n,e).
$K_{pr}*K_{pub}=1 \bmod(\varphi(n))$

Η ψηφιακή υπογραφή είναι

$S_A(m) = m^{kpr} \bmod n$

Για την επαλήθευση υπολογίζουμε το:

$V_A(s)=S^{Kpub} \bmod n$

Παράδειγμα

- ✓ $p = 3$, $q = 11$
- ✓ $n = p \cdot q = 33$
- ✓ $\Phi(n) = (3-1)(11-1) = 20$
- ✓ $e = 3$
- ✓ $K_{pr} \equiv e^{-1} \equiv 7 \bmod 20$

- Υπολογισμός υπογραφής
  - ✓ $m = 4$:
  - ✓ $S_A(m) = m^{kpr} \bmod n \equiv 4^7 \bmod 33 \equiv 16 \bmod 33$
  - ✓ Άρα αποστέλλουμε τα:
  - ✓ (n,e)=(33,3)
  - ✓ (m,s)=4,16)

- Επαλήθευση υπογραφής
- $m = se \equiv 163 \equiv 4 \bmod 33$
- $V_A(s) = S^{kpub} \bmod n = 16^3 \bmod 33 = 4 \bmod 33 = m \pmod n$
- Άρα valid signature

Φάσεις παραγωγής ψηφιακής υπογραφής

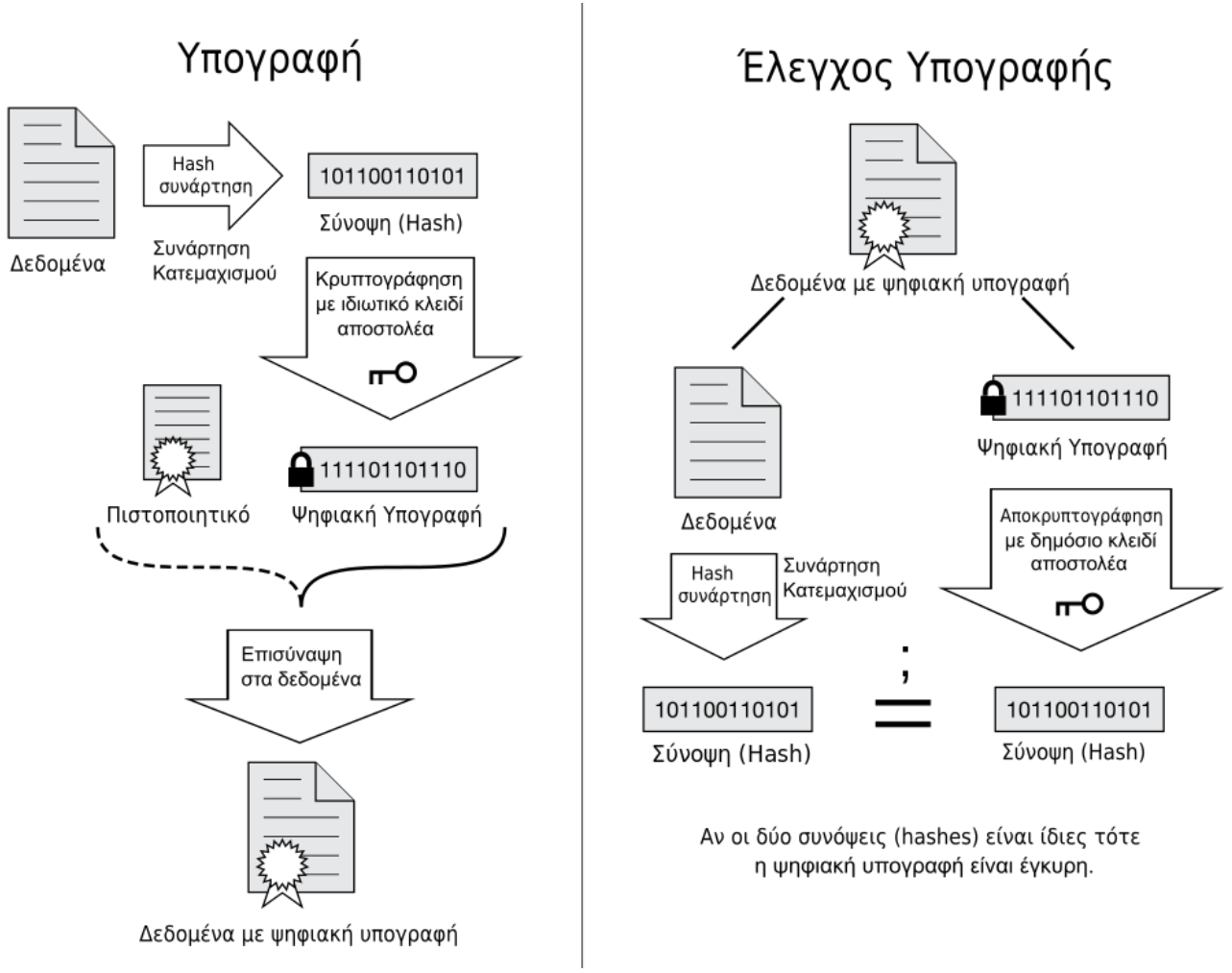
I. Αρχικά εφαρμόζεται μια **συνάρτηση κατακερματισμού h(x)** στο κείμενο που θα υπογραφεί.
II. Στη συνέχεια η **σύνοψη** που προκύπτει **κρυπτογραφείται με το ιδιωτικό κλειδί** του **υπογράφοντος- αποστολέα** σύμφωνα με ένα συγκεκριμένο αλγόριθμο και έτσι προκύπτει μια **κρυπτογραφημένη σύνοψη**.
III. Αυτή ακριβώς η κρυπτογραφημένη σύνοψη αποτελεί την «**ψηφιακή υπογραφή**» και αποστέλλεται μαζί με το **κείμενο** στον παραλήπτη, συνοδευμένη από το δημόσιο κλειδί του αποστολέα.

Επαλήθευση υπογραφής

I. Στην πρώτη υποεργασία χρησιμοποιείται ο ίδιος αλγόριθμος μαζί με το **δημόσιο κλειδί** του αποστολέα για να αποκρυπτογραφηθεί η σύνοψη.

II. Στη δεύτερη υποεργασία, χρησιμοποιείται **η ίδια συνάρτηση κατακερματισμού h(x)** που εφαρμόστηκε και κατά την δημιουργία της υπογραφής για να ληφθεί και πάλι η σύνοψη του κειμένου.

III. Στο τελευταίο βήμα **συγκρίνονται οι δύο συνόψεις** που έχουν προκύψει. Εάν είναι εντελώς όμοιες, τότε η ψηφιακή υπογραφή είναι έγκυρη και άρα είναι όντως υπογεγραμμένη από το συγκεκριμένο αποστολέα και δεν έχει αλλοιωθεί κατά την αποστολή. Εάν οι συνόψεις διαφέρουν τότε η υπογραφή είναι άκυρη.



Πηγή: Wikipedia.gr

Άσκηση

- public key ($n = 9797, e = 131$),
- Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω είναι έγκυρες υπογραφές
  - ✓ ($m = 123$, sig(x) = 6292)
  - ✓ ($m = 4333$, sig(x) = 4768)
  - ✓ ($m = 4333$, sig(x) = 1424)

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS AND BUSINESS

Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Τμήμα Πληροφορικής
ΠΜΣ στα Πληροφοριακά Συστήματα

Κρυπτογραφία και Εφαρμογές

Διαλέξεις Ακ. Έτους 2015-2016

Μαρκάκης Ευάγγελος
markakis@aueb.gr

Ντούσκας Θεόδωρος
tntouskas@aueb.gr