

Ειδικά Θέματα Επιχειρησιακής Έρευνας

4η σειρά ασκήσεων

Παράδοση: Πέμπτη 10 Ιανουαρίου 2019.

Άσκηση 1

Επιθυμείτε να πουλήσετε τον παλιό σας υπολογιστή μέσα σε χρονικό διάστημα 4 ωρών αλλιώς θα τον δώσετε στον μικρό σας αδερφό. Κάθε ώρα σας κάνουν μια προσφορά για αγορά του υπολογιστή στην τιμή 100 ή 200 ή 300 ή 400 ευρώ με ίση πιθανότητα. Θεωρήστε ότι κάθε προσφορά είναι ανεξάρτητη από τις προηγούμενες. Εάν δεχθείτε μια προσφορά τότε κερδίζετε ποσό ίσο με την τιμή της προσφοράς. Εάν αρνηθείτε τότε δεν κερδίζεται τίποτα και δε μένει άλλη επιλογή από το να περιμένετε την επόμενη προσφορά που θα σας γίνει. Βρείτε την πολιτική αποφάσεων που επιτυγχάνει το μεγαλύτερο μέσο κέρδος από την πώληση.

Άσκηση 2

Βρείτε x και y που ικανοποιούν τις εξισώσεις:

$$x = \min\left\{1 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}y, -1 + \frac{1}{2}y\right\}$$
$$y = \min\left\{-1 + \frac{3}{8}x + \frac{1}{8}y, 1 + \frac{1}{2}x\right\}$$

(Υπόδειξη: Προσπαθείστε να μεταφράσετε το παραπάνω σε πρόβλημα εύρεσης βέλτιστης πολιτικής για το κριτήριο του αναμενόμενου υποτιμώμενου κόστους για κάποια Μαρκοβιανή διαδικασία αποφάσεων)

Άσκηση 3

Προπονείτε μια ομάδα ποδοσφαίρου που δίνει έναν αγώνα κάθε εβδομάδα. Έχετε παρατηρήσει ότι:

Αν επικεντρωθείτε περισσότερο στην τεχνική όλη την εβδομάδα, τότε στον επόμενο αγώνα αν προέρχετε από νικητήριο αγώνα θα νικήσετε με πιθανότητα 50%, θα χάσετε με 25% ή θα φέρετε ισοπαλία με 25%, αν προέρχετε από ήττα, θα νικήσετε ή θα χάσετε με ίση πιθανότητα αλλά αποκλείεται να φέρετε ισοπαλία, ενώ αν προέρχετε από ισοπαλία κάθε αποτέλεσμα είναι ισοπίθανο.

Αν επικεντρωθείτε περισσότερο στην φυσική κατάσταση όλη την εβδομάδα, τότε στον επόμενο αγώνα αν προέρχετε από νικητήριο αγώνα θα νικήσετε με πιθανότητα 25%, θα χάσετε με 25% ή θα φέρετε ισοπαλία με 50%, αν προέρχετε από ήττα, θα νικήσετε ή θα φέρετε ισοπαλία με ίση πιθανότητα αλλά αποκλείεται να χάσετε, ενώ αν προέρχετε από ισοπαλία κάθε αποτέλεσμα είναι ισοπίθανο.

Ανεξαρτήτως από την απόφασή σας, στην κάθε νίκη παίρνετε 3 βαθμούς, στην κάθε ισοπαλία 1 και στην ήττα 0. Βρείτε την πολιτική που μεγιστοποιεί τους αναμενόμενους βαθμούς ανά αγώνα (δηλ. που ελαχιστοποιεί το αναμενόμενο μέσο 'κόστος').

Άσκηση 4

Ασχολείστε με αγοραπωλησίες κόμικς και διαρκώς μαζεύετε τα 3 σπάνια τεύχη του Αστεριζ και μετά τα πουλάτε (αρχικά δεν έχετε κανένα). Υπάρχουν δυο τρόποι συλλογής των τευχών:

Στον 1ο τρόπο, αν δεν τα έχετε μαζέψει όλα πληρώνετε 1 ευρώ και με πιθανότητα $1/4$ σας έρχεται ένα τεύχος που δεν έχετε και με πιθανότητα $3/4$ δεν σας ερχεται καινούριο τεύχος, ενώ αν τα έχετε μαζέψει όλα τα πουλάτε 20 ευρώ και μένετε με 0 τεύχη.

Στον 2ο τρόπο, αν δεν τα έχετε μαζέψει όλα πληρώνετε 1 ευρώ, με πιθανότητα $1/2$ σας έρχεται ένα τεύχος που δεν έχετε και με πιθανότητα $1/2$ πρέπει να επιστρέψετε ένα πίσω, ενώ αν τα έχετε μαζέψει όλα τα πουλάτε 20 ευρώ και μένετε με 0 τεύχη.

1. Βρείτε την βέλτιστη πολιτική για το κριτήριο του αναμενόμενου συνολικού υποτιμώμενου κόστους με συντελεστή $\beta = 3/4$. Η πολιτική αυτή θα υποδεικνύει ανάλογα με τα πόσα τεύχη έχετε στη διάθεσή σας ποιόν τρόπο συλλογής θα διαλέγατε.
2. Βρείτε την βέλτιστη πολιτική για το κριτήριο του αναμενόμενου μέσου κόστους. Αντίστοιχα, η πολιτική αυτή θα υποδεικνύει ανάλογα με τα πόσα τεύχη έχετε στη διάθεσή σας ποιόν τρόπο συλλογής θα διαλέγατε.

(Υπόδειξη: χρησιμοποιήσετε Μαρκοβιανή αλυσίδα $N + 1$ καταστάσεων με κάθε κατάσταση να αντιστοιχεί στο πλήθος διαφορετικών τευχών που έχετε στη διάθεσή σας)