ΕΡΓΑΣΙΑ 1.

1. Εάν $z = x + f(u)$ όπου $u = xy$, να αποδειχθεί ότι $x\dfrac{\partial z}{\partial x} - y\dfrac{\partial z}{\partial y} = x.$

2. Εάν $w = f(x, y)$ και υπάρχει σταθερά a τέτοια ώστε $x = u\cos a - v\sin a,$ $y = u\sin a + v\cos a$, να αποδειχθεί ότι $\left(\dfrac{\partial w}{\partial u}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial w}{\partial v}\right)^2 = \left(\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)^2$.

3. Εάν $w = f(u)$ και $u = x + y,$ να αποδειχθεί ότι $\dfrac{\partial w}{\partial x} = \dfrac{\partial w}{\partial y}$.

4. Θεωρούμε την συνάρτηση $f(x, y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2$ στο σημείο $P(1,1)$. Προς ποια κατεύθυνση οι τιμές της f μειώνονται με τον γρηγορότερο ρυθμό;

5. Θεωρούμε την συνάρτηση $f(x, y) = x + 2y$ με πεδίο ορισμού την κλειστή τετραγωνική περιοχή με κορυφές τα σημεία $(\pm 1, \pm 1)$. Να βρεθούν τα ολικά ακρότατα σημεία της f.

6. Θεωρούμε την συνάρτηση $f(x, y) = x^2 + y^2 - x$ με πεδίο ορισμού την κλειστή τετραγωνική περιοχή της άσκησης 5. Να βρεθούν τα ολικά ακρότατα σημεία της f .

7. Να λυθεί το παρακάτω γραμμικό σύστημα χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο των Gauss-Jordan,

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 + x_3 &= 2 \\
3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 1 \\
4x_1 - 3x_2 - x_3 &= 3 \\
2x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 4
\end{aligned}$$