

ΕΡΓΑΣΙΑ 2.

1. Έστω U το σύνολο των διανυσμάτων της μορφής $(2a-b, 3a, a+b)$ όπου $a, b \in \mathbb{R}$. (i) Να αποδειχθεί ότι το U είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^3 . (ii) Να βρεθεί μια βάση του U και στην συνέχεια μια ορθοκανονική του βάση.
2. Να βρεθεί βάση για τον υπόχωρο του \mathbb{R}^4 , ο οποίος παράγεται από τα διανύσματα $(1, 1, -1, 2), (2, 1, 3, -4), (1, 2, -6, 10)$.

3. Εάν η ορίζουσα του πίνακα $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ ισούται με 5, ποια θα είναι η

τιμή της ορίζουσας του πίνακα $\begin{bmatrix} 2a & b & c \\ 6d & 3e & 3f \\ 2g & h & i \end{bmatrix}$;

4. Έστω A τετραγωνικός πίνακας μεγέθους 7×7 . Εάν $A^T = -A$, να αποδειχθεί ότι $|A| = 0$.

5. Να δοθεί παράδειγμα πίνακα μεγέθους 5×6 , ο οποίος έχει βαθμό 4. (Να αιτιολογηθεί γιατί ο πίνακας του παραδείγματός σας έχει τον παραπάνω βαθμό).

6. Έστω πίνακας $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$. Να αποδειχθεί πρώτα ότι ο A είναι

αντιστρέψιμος και στην συνέχεια να βρεθεί ο αντίστροφός του.

$$4x - 3y + z = 11$$

7. Θεωρούμε το γραμμικό σύστημα $2x + y - 4z = -1$. (i) Να αποδειχθεί $x + 2y - 2z = 1$

(χωρίς να επιλυθεί) ότι έχει μία και μοναδική λύση. (ii) Να επιλυθεί χρησιμοποιώντας τον Κανόνα του Cramer.