

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2010

1)α) Να αποδειχθεί ότι το σύνολο διανυσμάτων (a,b,c) του R^3 που ικανοποιούν τη σχέση $b=a+c$ ορίζουν έναν διανυσματικό υπόχωρο.

β) Ποια είναι η διάσταση του παραπάνω διανυσματικού υπόχωρου;

2) Έστω πίνακας A μεγέθους 3×5 . Να αποδειχθεί ότι τα διανύσματα στηλών του A είναι μια συλλογή γραμμικώς εξαρτημένων διανυσμάτων.

3) Έστω γραμμική απεικόνιση $F: R^4 \rightarrow R^3$ με τύπο $F(\bar{x}) = A\bar{x}$ όπου

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \text{ Να βρεθούν βάσεις για τους υπόχωρους } \text{Im} F \text{ και}$$

$\text{Ker} F$.

4) Έστω τετραγωνικός πίνακας A μεγέθους $n \times n$, με $|A| \neq 0$. Να αποδειχθεί ότι ο βαθμός του A ισούται με n .

5) Δίνεται η τετραγωνική μορφή $Q = X^T A X$, όπου $A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 8 & 5 & 5 \\ 6 & 5 & 5 \end{bmatrix}$.

Να χαρακτηριστεί ως προς το πρόσημό της.

6) Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x,y)$ στον σημείο $A(2,4)$ προς την κατεύθυνση του διανύσματος $i+j$ είναι $\sqrt{2}$ και προς την κατεύθυνση του διανύσματος $-3i$ είναι 4. Ποια είναι η παράγωγος της f στην κατεύθυνση του διανύσματος $3i-4j$;

7) Έστω $z = f(t)$, $t = \frac{(x+y)}{x \cdot y}$. Να αποδειχθεί ότι $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} = y^2 \frac{\partial z}{\partial y}$.

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες