Τεχνητή νοημοσύνη

Φροντιστήριο 4

Ασκήσεις μελέτης της $7^{ης}$ και $8^{ης}$ διάλεξης

Έγκυροι συλλογισμοί

Υπόθεση 1: Κάθε σκύλος είναι ζώο.

Υπόθεση 2: Ο Bruno είναι σκύλος.

Συμπέρασμα: Ο Bruno είναι ζώο.

Έγκυρες υποθέσεις

+

Έγκυρο συμπέρασμα

=

Έγκυρος συλλογισμός

Μη έγκυροι συλλογισμοί

Υπόθεση 1: Μερικά ζώα είναι θηλαστικά

Υπόθεση 2: Ο Bruno είναι ζώο.

Συμπέρασμα: Ο Bruno είναι θηλαστικό.

Έγκυρες υποθέσεις

+

ΜΗ έγκυρο συμπέρασμα

=

ΜΗ έγκυρος συλλογισμός

Προτασιακοί τύποι

Σύνδεσμος

Απλές προτάσεις

Βρέχει και ο ήλιος λάμπει

$p_1 \quad \wedge \quad p_2$

Προτασιακές μεταβλητές

Αποφαντικές προτάσεις: είναι αληθείς ή ψευδείς

Σύνδεσμοι

$p_1 \vee p_2$ (ή)

$p_1 \wedge p_2$ (και)

$\neg\, p_1$ (άρνηση)

$p_1 \Leftrightarrow p_2$ (ισοδυναμία/αν και μόνο αν)

$p_1 \Rightarrow p_2$ (συνεπαγωγή/αν … τότε)

Προτασιακοί τύποι

- Γλώσσα (Γ): σύνολο από σύμβολα.
- Σύνολο προτασιακών τύπων Τ(Γ):

  - $p_1, p_2, \ldots, p_n$ ∈ Τ(Γ) (κάθε προτασιακή μεταβλητή είναι ένας τύπος)

  - Αν φ, ψ ∈ Τ(Γ) → (φ ∨ ψ) ∈ Τ(Γ)

    (φ ∧ ψ) ∈ Τ(Γ)

    (¬φ) ∈ Τ(Γ)

    (φ ⬄ ψ) ∈ Τ(Γ)

    (φ ⇒ ψ) ∈ Τ(Γ)

Αποτίμηση

Αποτίμηση είναι μια συνάρτηση που αντιστοιχίζει τις προτασιακές μεταβλητές σε True ή False.

Πχ : $p_1 \Rightarrow$ True

$p_2 \Rightarrow$ True

.

.

.

$p_n \Rightarrow$ True

Αποτίμηση που δίνει την τιμή True σε κάθε προτασιακή μεταβλητή

Ταυτολογική συνεπαγωγή

Έστω $\Sigma \subseteq T(\Gamma)$ και $\phi, \psi \in T(\Gamma)$.

Το Σ εδώ μπορεί να είναι η ΒΓ μας

- Ταυτολογική συνεπαγωγή:

  $\Sigma \models \phi$ κάθε αποτίμηση που ικανοποιεί το Σ ικανοποιεί και τον φ.

- Ταυτολογία:

  $\emptyset \models \phi$

- Αν $\Sigma = \{\psi\}$ και $\Sigma \models \phi$, τότε $\psi \models \phi$ και λέμε ότι ο ψ ταυτολογικά συνεπάγεται τον φ.

- Ταυτολογική ισοδυναμία:

  Αν $\phi \models \psi$ και $\psi \models \phi$ τότε $\phi \equiv \psi$

Άσκηση 8.1(i)

Έστω ότι α και β είναι δύο τύποι της προτασιακής λογικής. Αποδείξτε ότι $\alpha \models \beta$ αν και μόνο αν ο τύπος $(\alpha \Rightarrow \beta)$ είναι έγκυρος (ταυτολογία).

Άσκηση 8.1(i)

(=>)

Αν α ⊨ β τότε ο (α ⇒ β) είναι ταυτολογία.

α ⊨ β σημαίνει ότι σε κάθε αποτίμηση που αληθεύει ο α αληθεύει και ο β. Άρα, περιοριζόμαστε στις γραμμές (1), (3) και (4) όπου ο (α ⇒ β) είναι True και άρα ταυτολογία.

	α	β	(α=>β)
1.	T	T	T
~~2.~~	~~T~~	~~F~~	~~F~~
3.	F	T	T
4.	F	F	T

Άσκηση 8.1(i)

(<=)

Αν ο (α ⇒ β) είναι ταυτολογία τότε α ⊨ β.

(α ⇒ β) είναι ταυτολογία σημαίνει ότι είναι αληθής για κάθε αποτίμηση. Άρα, περιοριζόμαστε στις γραμμές (1), (3) και (4) όπου όποτε αληθεύει ο α αληθεύει και ο β. Άρα, α ⊨ β.

	α	β	(α=>β)
1.	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	T
~~2.~~	~~T~~	~~F~~	~~F~~
3.	F	T	T
4.	F	F	T

Κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων

$\alpha, \beta \vdash \gamma$ από τους τύπους α και β ο κανόνας παράγει τον τύπο γ

Πχ κανόνων:

Modus Ponens: $\{\alpha, (\alpha \Rightarrow \beta)\} \vdash \beta$

Modus Tollens: $\{\neg\beta, (\alpha \Rightarrow \beta)\} \vdash \neg\alpha$

Άσκηση 8.1(ii)

Αποδείξτε την ορθότητα του κανόνα Modus Ponens.

Modus Ponens: $\{\alpha, (\alpha \Rightarrow \beta)\} \vdash \beta$

Άσκηση 8.1(ii)

Για να δείξουμε ότι ο κανόνας Modus Ponens είναι ορθός, θα αποδείξουμε ότι $((\alpha \Rightarrow \beta) \land \alpha) \models \beta$.

Όταν η πρόταση $((\alpha \Rightarrow \beta) \land \alpha)$ είναι αληθής, τότε είναι και η πρόταση β αληθής. Άρα $((\alpha \Rightarrow \beta) \land \alpha) \models \beta$. Συνεπώς, ο κανόνας Modus Ponens είναι ορθός.

	α	β	(α=>β)	((α=>β) ∧ α)
1.	T	T	T	T
2.	T	F	F	F
3.	F	T	T	F
4.	F	F	T	F

Άσκηση 8.1(iii)

Αποδείξτε την ορθότητα του κανόνα Modus Tollens.

Modus Tollens: $\{\neg\beta, (\alpha \Rightarrow \beta)\} \vdash \neg\alpha$

Άσκηση 8.1(iii)

Για να αποδείξουμε την ορθότητα του modus tollens θα δείξουμε ότι αν αληθεύει το $((\alpha \Rightarrow \beta) \land \neg\beta)$, τότε αληθεύει και το $\neg\alpha$.

Παρατηρούμε πως όταν η πρόταση $((\alpha \Rightarrow \beta) \land \neg\beta)$ αληθεύει, τότε αληθεύει και η $\neg\alpha$. Άρα $((\alpha \Rightarrow \beta) \land \neg\beta) \models \neg\alpha$. Άρα ο κανόνας Modus Tollens είναι ορθός.

	α	β	(α=>β)	¬β	((α=>β) ∧ ¬β)	¬α
1.	T	T	T	F	F	F
2.	T	F	F	T	F	F
3.	F	T	T	F	F	T
4.	F	F	T	T	T	T

Ο κανόνας της ανάλυσης

- Αν το l_i είναι η άρνηση του m_j ή αντίστροφα, τότε:

$$(l_1 \vee \ldots \vee l_k)\,,\,(m_1 \vee \ldots \vee m_n) \vdash (l_1 \vee \ldots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \ldots \vee l_k \vee m_1 \vee \ldots$$
$$\ldots\, m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \ldots \vee m_n)$$

Έχουμε αφαιρέσει τα l_i και m_j ,
καθώς και τα πολλαπλά
αντίγραφα των ίδιων l και m.

Άσκηση 8.1(iv)

Ο κανόνας της ανάλυσης είναι ορθός:

- Για k = 1;
- Για n = 1;
- Για k = n = 1;

Κανόνας ανάλυσης:

$(l_1 \vee \ldots \vee l_k)$, $(m_1 \vee \ldots \vee m_n) \vdash (l_1 \vee \ldots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \ldots \vee l_k \vee m_1 \vee \ldots$
$\ldots\, m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \ldots \vee m_n)$

Άσκηση 8.1(iv)

$(l_1 \vee \ldots \vee l_k)\ , (m_1 \vee \ldots \vee m_n) \vdash (l_1 \vee \ldots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \ldots \vee l_k \vee m_1 \vee \ldots$
$\ldots m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \ldots \vee m_n)$

Για k = 1:

$(l_1)\ , (m_1 \vee \ldots \vee m_n) \vdash (m_1 \vee \ldots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \ldots \vee m_n)$

Άρα True

Έστω ότι είναι True, τότε m_j False.

Επειδή $(m_1 \vee \ldots \vee m_n)$ είναι True τότε κάποιο άλλο m_r με r ≠ j θα είναι True.

Άσκηση 8.1(iv)

$(l_1 \vee \ldots \vee l_k)\,,(m_1 \vee \ldots \vee m_n) \vdash (l_1 \vee \ldots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \ldots \vee l_k \vee m_1 \vee \ldots$
$\ldots\, m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \ldots \vee m_n)$

Για n = 1:

$(l_1 \vee \ldots \vee l_k)\,,(m_1) \vdash (l_1 \vee \ldots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \ldots \vee l_k \vee m_1)$

Άρα True

Έστω ότι είναι True, τότε l_i False.

Επειδή $(l_1 \vee \ldots \vee l_k)$ είναι True τότε κάποιο άλλο l_r με r ≠ i θα είναι True.

Άσκηση 8.1(iv)

$(l_1 \vee \ldots \vee l_k)\,,\,(m_1 \vee \ldots \vee m_n) \vdash (l_1 \vee \ldots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \ldots \vee l_k \vee m_1 \vee \ldots$
$\ldots m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \ldots \vee m_n)$

Για n = k = 1:

$(l_1)\,,\,(m_1) \vdash \square$

Το l_i είναι η άρνηση του m_j.
Για να είναι ο κανόνας αληθής θα πρέπει αν τα l_i, m_j είναι αληθή τότε να είναι και αληθές και το αποτέλεσμα.
Όμως τα l_i, m_j δεν γίνεται να είναι αληθή ταυτόχρονα, οπότε ο κανόνας είναι ορθός

Κανονική συζευκτική μορφή (CNF)

Κάθε πρόταση της ΠΛ είναι ταυτολογικά ισοδύναμη με μια πρόταση σε CNF:

$$(p_1 \vee \ldots \vee p_n) \wedge \ldots \wedge (q_1 \vee \ldots \vee q_m)$$

Έχουμε σύμβολα ή αρνήσεις
συμβόλων μόνο.

Άσκηση 8.2(α)

Μετατρέψτε την ακόλουθη βάση γνώσης (ΒΓ) σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF), δείχνοντας αναλυτικά τα βήματα της μετατροπής:

$\neg B_{1,1}$

$(B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1}))$

Άσκηση 8.2(α)

Μετατρέψτε την ακόλουθη βάση γνώσης (ΒΓ) σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF), δείχνοντας αναλυτικά τα βήματα της μετατροπής:

$\neg B_{1,1}$

$(B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1}))$

Το $B_{1,1}$ είναι ήδη σε CNF

Άσκηση 8.2(α)

$$(B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1}))$$

1. Απαλοιφή $\Leftrightarrow$

$$(B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$$

2. Απαλοιφή $\Rightarrow$

$$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg (P_{1,2} \vee P_{2,1}) \vee B_{1,1})$$

3. Μεταφορά ¬ στο εσωτερικό:

$$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge ((\neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}) \vee B_{1,1})$$

4. Επιμερισμός των ∨:

$$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg P_{1,2} \vee B_{1,1}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee B_{1,1})$$

Άσκηση 8.2(β)

Χρησιμοποιώντας τον κανόνα της ανάλυσης αποδείξτε με **απαγωγή σε άτοπο** ότι ΒΓ $\models (\neg P_{1,2} \land \neg P_{2,1})$. Σχεδιάστε το δέντρο της απόδειξης.

Κανόνας της ανάλυσης:

Αν το l_i είναι η άρνηση του m_j ή αντίστροφα, τότε:

$(l_1 \lor \ldots \lor l_k)$, $(m_1 \lor \ldots \lor m_n) \vdash (l_1 \lor \ldots \lor l_{i-1} \lor l_{i+1} \lor \ldots \lor l_k \lor m_1 \lor \ldots \ldots m_{j-1} \lor m_{j+1} \lor \ldots \lor m_n)$

ΒΓ:

$\neg B_{1,1}$

$(\neg B_{1,1} \lor P_{1,2} \lor P_{2,1}) \land (\neg P_{1,2} \lor B_{1,1}) \land (\neg P_{2,1} \lor B_{1,1})$

Άσκηση 8.2(β)

Εισάγουμε την άρνηση του $(\neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1})$ στη ΒΓ, δηλαδή το $P_{1,2} \vee P_{2,1}$ και καταλήγουμε σε άτοπο:

$\cancel{P_{1,2}} \vee P_{2,1}$ $\qquad$ $\neg \cancel{P_{1,2}} \vee B_{1,1}$

$\cancel{P_{2,1}} \vee B_{1,1}$ $\qquad$ $\neg \cancel{P_{2,1}} \vee B_{1,1}$

$B_{1,1}$ $\qquad$ $\neg B_{1,1}$

$\square$

Άσκηση 8.3

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF) να γίνει με αναζήτηση A*

Τι θα παρίστανε κάθε κατάσταση και πώς ακριβώς;

Άσκηση 8.3

Θα παρίστανε μια ανάθεση τιμών στα σύμβολα του τύπου.

Κάθε κατάσταση θα ήταν ένα διάνυσμα με τόσες συνιστώσες όσες και τα διαφορετικά σύμβολα του τύπου.

Η τιμή κάθε συνιστώσας θα ήταν T (αληθές) ή F (ψευδές)

Άσκηση 8.3

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF) να γίνει με αναζήτηση A*

Ποια θα ήταν η αρχική κατάσταση;

Άσκηση 8.3

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF) να γίνει με αναζήτηση A*

Ποια θα ήταν η αρχική κατάσταση;

Η αρχική κατάσταση θα αντιστοιχούσε σε τυχαία ανάθεση τιμών στα σύμβολα του τύπου.

Άσκηση 8.3

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF) να γίνει με αναζήτηση A*

Πώς θα προέκυπταν τα παιδιά κάθε κατάστασης;

Άσκηση 8.3

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF) να γίνει με αναζήτηση A*

Πώς θα προέκυπταν τα παιδιά κάθε κατάστασης;

Τα παιδιά θα μπορούσαν να παριστάνουν π.χ. όλες τις νέες αναθέσεις τιμών που προκύπτουν μεταβάλλοντας σε κάθε μία νέα ανάθεση την τιμή ενός μόνο συμβόλου, σε σχέση με τις τιμές της τρέχουσας κατάστασης.

Έτσι κάθε κατάσταση θα είχε πάντα τόσα παιδιά όσα και τα διαφορετικά σύμβολα του τύπου.

Επομένως και ο μέγιστος παράγοντας διακλάδωσης θα ήταν πεπερασμένος.

Άσκηση 8.3

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF) να γίνει με αναζήτηση A*

Ποια θα μπορούσε να ήταν η ευρετική συνάρτηση; Θα ήταν «αποδεκτή»; Ναι ή όχι και γιατί;

Θεωρήστε ότι το κόστος κάθε μετάβασης είναι 1 και ότι το κόστος ενός μονοπατιού ισούται με τον αριθμό μεταβάσεών του.

Άσκηση 8.3

- Η ευρετική θα μπορούσε να ήταν ο **αριθμός των διαζεύξεων (διαζευκτικών παρενθέσεων)** του CNF τύπου **που δεν αληθεύουν** με την ανάθεση τιμών της αξιολογούμενης κατάστασης.
- Η ευρετική αυτή δεν είναι αποδεκτή. Μπορεί π.χ. με την ανάθεση τιμών μιας αξιολογούμενης κατάστασης να **υπάρχουν δύο διαζεύξεις που δεν αληθεύουν** και αλλάζοντας τιμή σε ένα μόνο σύμβολο **(κάνοντας μόνο μία μετάβαση)** να αληθεύουν πλέον όλες οι διαζεύξεις, δηλαδή να έχουμε φτάσει σε τελική κατάσταση. Επομένως, **η τιμή (2) που είχε επιστρέψει η ευρετική στην προηγούμενη κατάσταση ήταν υπερ-εκτίμηση** (όχι υπο-εκτίμηση όπως θα έπρεπε) της απόστασης (του αριθμού μεταβάσεων) ως την πλησιέστερη τελική κατάσταση.

Άσκηση 8.3

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF) να γίνει με αναζήτηση A*

Αν η ευρετική που προτείνατε είναι αποδεκτή, τι μας εξασφαλίζει αυτό; Αν δεν είναι, έχει αυτό κάποια σημαντική επίπτωση στον έλεγχο ικανοποιησιμότητας;

Άσκηση 8.3

- Αν η ευρετική ήταν αποδεκτή, θα ήμασταν σίγουροι ότι ο A* θα έβρισκε πάντα το βέλτιστο μονοπάτι. Η ευρετική που χρησιμοποιούμε, όμως, δεν είναι αποδεκτή και έτσι δεν έχουμε εγγύηση ότι ο A* θα βρίσκει πάντα το βέλτιστο μονοπάτι.
- Στον έλεγχο ικανοποιησιμότητας, όμως, αυτό δεν είναι σημαντικό, γιατί **δεν μας ενδιαφέρει να βρίσκει το βέλτιστο μονοπάτι**· μας ενδιαφέρει μόνο αν υπάρχει ή όχι τελική κατάσταση, δηλαδή ανάθεση τιμών που ικανοποιεί τον τύπο.

Άσκηση 8.3

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF) να γίνει με αναζήτηση A*

Είναι σίγουρο πως αν ο τύπος είναι ικανοποιήσιμος, ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας θα τερματίσει και θα αποκριθεί θετικά; Ναι ή όχι και γιατί;

Άσκηση 8.3

- Ναι, γιατί ο μέγιστος παράγοντας διακλάδωσης είναι πεπερασμένος και το κόστος κάθε μετάβασης είναι 1.
- Στην περίπτωση αυτή, γνωρίζουμε ότι ο A* είναι πλήρης.
- Επομένως, αν ο τύπος είναι ικανοποιήσιμος, δηλαδή αν υπάρχει τελική κατάσταση (ανάθεση τιμών με την οποία αληθεύει ο τύπος), ο A* θα την βρει (σε πεπερασμένο χρόνο) και επομένως ο έλεγχος θα τερματίσει με θετική απόκριση.

Άσκηση 8.4(α)

Κάθε τύπος προτασιακής λογικής μπορεί να μετατραπεί σε κανονική συζευκτική μορφή:

Α) συμφωνώ και μάλιστα ο νέος τύπος είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με τον αρχικό

Β) συμφωνώ, αλλά ο νέος τύπος δεν είναι σίγουρα ταυτολογικά ισοδύναμος με τον αρχικό

Γ) διαφωνώ.

Άσκηση 8.4(α)

Κάθε τύπος προτασιακής λογικής μπορεί να μετατραπεί σε κανονική συζευκτική μορφή:

Α) συμφωνώ και μάλιστα ο νέος τύπος είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με τον αρχικό

Β) συμφωνώ, αλλά ο νέος τύπος δεν είναι σίγουρα ταυτολογικά ισοδύναμος με τον αρχικό

Γ) διαφωνώ.

Άσκηση 8.4(β)

- Αν διαθέτουμε αλγόριθμο που αποκρίνεται πάντα αν ένας τύπος προτασιακής λογικής είναι ή δεν είναι ικανοποιήσιμος, μπορούμε να τον χρησιμοποιήσουμε για να απαντήσουμε (i) αν ένας τύπος β έπεται ταυτολογικά από έναν άλλο τύπο α (α $\models$ β), καθώς και (ii) για να απαντήσουμε αν ο τύπος β δεν έπεται ταυτολογικά από τον α (α $\not\models$ β):

Α) συμφωνώ και με τα δύο (i και ii)

Β) συμφωνώ μόνο με το ένα (i ή ii, αλλά όχι και τα δύο)

Γ) διαφωνώ και με τα δύο (τα i και ii είναι και τα δύο λάθος).

Άσκηση 8.4(β)

Ξέρουμε ότι α $\models$ β ανν (α ∧ ¬ β) μη ικανοποιήσιμος· άρα και α $\not\models$ β ανν (α ∧ ¬ β) ικανοποιήσιμος.

Επομένως, μπορούμε να ελέγξουμε με τον αλγόριθμο που διαθέτουμε αν ο (α ∧ ¬β) είναι ικανοποιήσιμος ή όχι

Αν είναι ικανοποιήσιμος, τότε απαντάμε αρνητικά στο (i) και καταφατικά στο (ii)

Αν δεν είναι ικανοποιήσιμος, απαντάμε καταφατικά στο (i) και αρνητικά στο (ii).

Άσκηση 8.4(β)

- Αν διαθέτουμε αλγόριθμο που αποκρίνεται πάντα αν ένας τύπος προτασιακής λογικής είναι ή δεν είναι ικανοποιήσιμος, μπορούμε να τον χρησιμοποιήσουμε για να απαντήσουμε (i) αν ένας τύπος β έπεται ταυτολογικά από έναν άλλο τύπο α ($α \models β$), καθώς και (ii) για να απαντήσουμε αν ο τύπος β δεν έπεται ταυτολογικά από τον α ($α \not\models β$):

<u>Α) συμφωνώ και με τα δύο (i και ii)</u>

Β) συμφωνώ μόνο με το ένα (i ή ii, αλλά όχι και τα δύο)

Γ) διαφωνώ και με τα δύο (τα i και ii είναι και τα δύο λάθος).

Άσκηση 8.4(γ1)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Τι θα παρίστανε κάθε κατάσταση και πώς ακριβώς;

Άσκηση 8.4(γ1)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Τι θα παρίστανε κάθε κατάσταση και πώς ακριβώς;

Θα παρίστανε μια ανάθεση τιμών στα σύμβολα του τύπου. Κάθε κατάσταση θα ήταν ένα διάνυσμα με τόσες συνιστώσες όσες και τα διαφορετικά σύμβολα του τύπου. Η τιμή κάθε συνιστώσας θα ήταν true ή false.

Άσκηση 8.4(γ2)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Ποια θα ήταν η αρχική κατάσταση;

Άσκηση 8.4(γ2)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Ποια θα ήταν η αρχική κατάσταση;

Μια τυχαία ανάθεση τιμών στα σύμβολα του τύπου.

Άσκηση 8.4(γ3)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Πώς θα προέκυπταν τα παιδιά κάθε κατάστασης;

Άσκηση 8.4(γ3)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Πώς θα προέκυπταν τα παιδιά κάθε κατάστασης;

Τα παιδιά θα μπορούσαν να παριστάνουν π.χ. όλες τις νέες αναθέσεις τιμών που προκύπτουν μεταβάλλοντας σε κάθε μία νέα ανάθεση την τιμή ενός μόνο συμβόλου, σε σχέση με τις τιμές της τρέχουσας κατάστασης. Έτσι κάθε κατάσταση θα είχε πάντα τόσα παιδιά όσα και τα διαφορετικά σύμβολα του τύπου.

Άσκηση 8.4(γ4)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Ποια θα ήταν η συνάρτηση αξιολόγησης των παιδιών;

Άσκηση 8.4(γ4)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Ποια θα ήταν η συνάρτηση αξιολόγησης των παιδιών;

Ο αριθμός των διαζεύξεων (διαζευκτικών παρενθέσεων) του CNF τύπου που αληθεύουν με την ανάθεση τιμών του αξιολογούμενου παιδιού.

Άσκηση 8.4(γ5)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Αν η αναζήτηση αναρρίχησης λόφου τελειώσει χωρίς να βρεθεί μοντέλο που ικανοποιεί τον τύπο, είναι σίγουρο ότι ο τύπος είναι μη ικανοποιήσιμος; Γιατί;

Άσκηση 8.4(γ5)

Εξηγήστε πώς θα μπορούσε να γίνει ο έλεγχος ικανοποιησιμότητας ενός τύπου προτασιακής λογικής που βρίσκεται σε κανονική συζευκτική μορφή χρησιμοποιώντας αναρρίχηση λόφου.

Αν η αναζήτηση αναρρίχησης λόφου τελειώσει χωρίς να βρεθεί μοντέλο που ικανοποιεί τον τύπο, είναι σίγουρο ότι ο τύπος είναι μη ικανοποιήσιμος; Γιατί;

Όχι, γιατί μπορεί στην πραγματικότητα να υπάρχει ανάθεση τιμών (μοντέλο) που ικανοποιεί τον τύπο, αλλά η αναρρίχηση λόφου να μην το βρήκε επειδή παγιδεύτηκε σε τοπικό μέγιστο.