

# ΑΣΚΗΣΗ 5

Διδάσκων: Παρ. Βασσάλος

Αξία άσκησης: 10 Μόρια

1. Να υλοποιήσετε σε Python, τις μεθόδους των

- κανονικών εξισώσεων,
- Gram-Schmidt (τροποποιημένη και μή),
- μετασχηματισμών Householder,
- μετασχηματισμών Givens
- SVD

για την επίλυση του προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων  $\|Ax - b\|_2$ .

2. Υποθέστε ότι θέλουμε να προσδιορίσουμε το πολυώνυμο  $p_{m-1}(x)$  με

$$p_{m-1}(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{m-1}x^{m-1},$$

που θα ελαχιστοποιεί ως προς τη νόρμα 2, το σφάλμα στα σημεία  $(x_i, y_i)$  όπου  $x_i = \frac{i-1}{n-1}$ ,  $y_i = \frac{1}{c} \exp(\sin(4 \cdot x_i))$  με  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $c = 2006.787453080206\dots$ ,  $m = 15$  και  $n = 100$ . Χρησιμοποιώντας τα προγράμματα που κατασκευάσατε στο πρώτο σκέλος της άσκησης, να επιλύσετε το πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων

$$\min_x \|A_{nm}x_m - b_n\|_2, \quad x = (a_0, a_1, \dots, a_{m-1}), \quad b = (y_1, y_2, \dots, y_n).$$

Ποια μέθοδος έδωσε την ακριβέστερη προσέγγιση του  $x_{15}$  αν δίνεται ότι η ακριβής τιμή του είναι 1; Τι συμπεραίνετε για τον δείκτη κατάστασης του  $A$ ; Κατατάξτε τις μεθόδους ως προς την ακρίβεια λύσης που πήρατε αλλά και την ταχύτητα τους ως προς τον χρόνο απασχόλησης της cpu.

Σημείωση:

- Η υλοποίηση των μεθόδων μπορεί να στηριχθεί σε έτοιμες συναρτήσεις των SciPy, NumPy.
- Η εργασία που θα ανεβάσετε στο eclass, εκτός του επαρκώς τεκμηριωμένου κώδικα, θα πρέπει να περιέχει και ένα αρχείο κειμένου με τις απαντήσεις, σχόλια και παρατηρήσεις σας επί της άσκησης.