

Άσκηση 1

α) Κάνει κάποιος κατάθεση ποσού 5 χιλ. € σε λογαριασμό απλού τόκου με ετήσιο επιτόκιο 4%. Μετά από 3 μήνες κάνει ανάληψη 3 χιλ. € και μετά από άλλους 7 μήνες επιθυμεί να κάνει μία κατάθεση, έτσι ώστε στο τέλος του πρώτου έτους το έντοκο υπόλοιπο να είναι 4χιλ. €. Ποιο είναι το ποσό που θα πρέπει να καταθέσει ;

β) Αν στο παραπάνω ερώτημα, ο λογαριασμός ήταν σύνθετου τόκου με $j(12)=3\%$, ποιο είναι το ποσό που θα έπρεπε να καταθέσει ;

γ) Αν ήθελε στον παραπάνω λογαριασμό σύνθετου τόκου ($j(12)=3\%$) με αρχική κατάθεση 5χιλ. €, να κάνει ανάληψη σταθερού ποσού στο τέλος κάθε μήνα, ώστε στη λήξη του έτους το έντοκο υπόλοιπο να είναι 3 χιλ. €, ποιο είναι το ποσό αυτό ;

Λύση

α) $X=1,8774$ χιλ. €

β) $X=1,9065$ χιλ. €

γ) $X=0,1768$ χιλ. €

Άσκηση 2

α) Κάνει κάποιος κατάθεση ποσού 10 χιλ. € σε λογαριασμό απλού τόκου με ετήσιο επιτόκιο 5%. Μετά από 8 μήνες κάνει μία ανάληψη και μετά από άλλους 10 μήνες κάνει ανάληψη ακριβώς του ίδιου ποσού. Μετά από 2 έτη από την αρχική κατάθεση κλείνει τον λογαριασμό και το έντοκο υπόλοιπο είναι και πάλι 10χιλ. €. Τι αναλήψεις έκανε ;

β) Αν στο παραπάνω ερώτημα, ο λογαριασμός ήταν σύνθετου τόκου με $j(12)=4\%$, τι αναλήψεις έκανε ;

*γ) Αν ήθελε στον παραπάνω λογαριασμό σύνθετου τόκου ($j(12)=4\%$) με αρχική κατάθεση 10χιλ. €, να κάνει ανάληψη σταθερού ποσού στο τέλος κάθε μήνα, ώστε στη λήξη του 2 έτους το έντοκο υπόλοιπο να είναι και πάλι 10 χιλ. €, ποιο είναι το ποσό αυτό ;

Λύση

α) Ευθεία μέθοδος

$$X = 478,08$$

β) $X = 400,71$

*γ) $X=33,33$

Άσκηση 3

Ένας επενδυτής επιθυμεί να τοποθετήσει ένα ποσό για 20 μήνες και μπορεί να επιλέξει μεταξύ τραπεζών με τους παρακάτω όρους:

1. Απλός τόκος με επιτόκιο 12%
2. Σύνθετος τόκος με $j(1) = 11,5\%$ - τοποθέτηση 3 μήνες πριν κεφαλαιοποίηση
3. Σύνθετος τόκος με $j(6) = 11\%$ - τοποθέτηση σε κεφαλαιοποίηση

Τι πρέπει να επιλέξει;

Λύση

Έστω X το ποσό που θέλει να τοποθετήσει. Το τελικό ποσό θα είναι :

1. $S=1,2X$
2. $S=1,202X$
3. $S=1,1992X$

Άρα θα επιλέξει το 2.

Άσκηση 4

Κάποιος μπορεί να εξοφλήσει μια οφειλή του στην εφορία αμέσως με έκπτωση 5%. Εναλλακτικά μπορεί να εξοφλήσει την οφειλή του χωρίς έκπτωση σε 5 ίσες τριμηνιαίες δόσεις, όπου η πρώτη καταβάλλεται αμέσως.

α) Τι συμφέρει να κάνει δεδομένου ότι ισχύει απλός τόκος με ετήσιο επιτόκιο 8%.

***β)** Αν ισχύει σύνθετος τόκος με επιτόκιο $j(12)=12\%$

Προσοχή : Η 1η πληρωμή γίνεται στον χρόνο 0.

Λύση

α) Έστω A το οφειλόμενο ποσό.

Με έκπτωση πληρώνει $95\%A$

Με 5 ίσες τριμηνιαίες δόσεις θα είναι :

$$X=0,9629A$$

Άρα συμφέρει η έκπτωση.

***β)** (Γενική Σειρά Πληρωμών)

$$\hat{p} = \left(1 + \frac{j_{12}}{12}\right)^3 - 1 = 0,03$$

$$X = \frac{A}{5} + \frac{A}{5} \cdot \alpha(4, \hat{p}) = \frac{A}{5} \cdot (1 + \alpha(4, 0,03)) = \frac{A}{5} \cdot (1 + 3,7144) = 0,94285 \cdot A$$

Άρα στην περίπτωση αυτή είναι προτιμότερη η πληρωμή με δόσεις.

Άσκηση 5

Μία οφειλή στην εφορία μπορεί να εξοφληθεί αμέσως με έκπτωση 10%. Εναλλακτικά μπορεί να εξοφληθεί χωρίς έκπτωση σε 4 ίσες εξαμηνιαίες δόσεις, η πρώτη από τις οποίες πρέπει να καταβληθεί αμέσως.

(i) Τι συμφέρει να γίνει αν ισχύει απλός τόκος με επιτόκιο $j = 12\%$;

(ii) Τι συμφέρει να γίνει αν ισχύει σύνθετος τόκος με επιτόκιο $j(2)=12\%$

Λύση

Έστω A το οφειλόμενο ποσό.

Με έκπτωση πληρώνει $90\%A$

ι) Με 4 ίσες εξαμηνιαίες δόσεις θα είναι :
 $X=0,9237A$

Άρα συμφέρει η έκπτωση.

υ) $X=0,9182A$

Άρα συμφέρει και πάλι η έκπτωση.

Άσκηση 6

Τοποθετεί κάποιος ποσό 10.000 € σε λογαριασμό A με $j(1)=10\%$ σε στιγμή κεφαλαιοποίησης και 12.000€ σε λογαριασμό B με $j(1)=7\%$ και πάλι σε στιγμή κεφαλαιοποίησης.

α) Σε ποια στιγμή κεφαλαιοποίησης θα υπερβεί το υπόλοιπο του A το υπόλοιπο του B;

β) Λαμβάνοντας υπόψιν το αποτέλεσμα του α) εκτιμήστε πότε θα εξισωθούν ακριβώς τα υπόλοιπα των 2 λογαριασμών με ακρίβεια ημέρας (θεωρήστε εμπορικό έτος)

γ) Αν υπήρχε ένας λογαριασμός Γ με αρχικό ποσό 5.000€ με συνεχή ανατοκισμό ($j(\infty)$), τι επιτόκιο θα έπρεπε να δίνει ώστε να είναι ίσος με το έντοκο υπόλοιπο του λογαριασμού A σε 5 έτη;

Λύση

Λογαριασμός A : 10 χιλ. € με $j_{(1)}=10\%$

Λογαριασμός B : 12 χιλ.€ με $j_{(1)}=7\%$

α) Προσεγγιστικά

$n = 7$.

β) Ακριβής Υπολογισμός

6 κεφαλαιοποιήσεις – 6 έτη και 207 μέρες.

γ) $i=23,39\%$

Άσκηση 7

Καταθέτει κάποιος επενδυτής ποσό 10 εκατ. σε στιγμή κεφαλαιοποίησης σε λογαριασμό με $j(4)=12\%$. Ποιός είναι ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται έως ότου το έντοκο υπόλοιπο υπερβεί τα 12 εκατ. ; [Θεωρήστε εμπορικό έτος - ακρίβεια ημερών.]

Λύση

18 μήνες και 15 μέρες.

Άσκηση 8

Αγοράζει κάποιος στις 6/7/2006 ένα γραμμάτιο ετήσιας διάρκειας και ονομαστικής αξίας 10.000€ με απόδοση 5%. Στις 6/10/2006 ανακοινώνεται μείωση των επιτοκίων στο 4% και αποφασίζει να πουλήσει το γραμμάτιο. Εναλλακτικά μπορούσε να καταθέσει τα χρήματα του σε προθεσμιακό τραπεζικό λογαριασμό απλού τόκου με ετήσιο επιτόκιο 8%. Είναι συμφέρουσα η αγορά του γραμματίου δεδομένου ότι υπάρχει φόρος 5% επί των τόκων της κατάθεσης ενώ το γραμμάτιο είναι αφορολόγητο ;

Για ποιόν φορολογικό συντελεστή (αντί του 5%) θα ήταν αδιάφορος ανάμεσα στις δύο εναλλακτικές;

Λύση

Απόδοση Ομολόγου = 7,76%

Απόδοση κατάθεσης = 7,6%

Άρα συνέφερε το ομόλογο

Θα ήταν αδιάφορος αν :

$f = 2,9\%$

Άσκηση 9

Ένας επενδυτής αγόρασε ετήσιο έντοκο γραμμάτιο Δημοσίου απόδοσης 12% προ 4 μηνών αλλά αναγκάζεται να το ρευστοποιήσει σήμερα όπου τα επιτόκια έχουν παραμείνει στα 12%. Εξετάστε αν θα ήταν καλύτερη επιλογή η τοποθέτηση σε μη προθεσμιακό λογαριασμό απλού τόκου με επιτόκιο 12% που θα παρέμενε σταθερό για τους 4 αυτούς μήνες.

Λύση

Καλύτερη η τοποθέτηση στην τράπεζα.

Χρησιμοποιήστε 2 εναλλακτικούς τρόπους υπολογισμού.

Άσκηση 10

Αγόρασε κάποιος ένα γραμμάτιο εξάμηνης διάρκειας και ονομαστικής αξίας 10.000 € με απόδοση 8%. Μετά από 5 μήνες το ρευστοποίησε όταν τα επιτόκια αυξήθηκαν στο 14%. Οι πράξεις αυτές ήταν αφορολόγητες.

Ήταν συμφέρουσα η αγορά του γραμματίου αν εναλλακτικά μπορούσε να καταθέσει τα χρήματα του :

α) σε λογαριασμό απλού τόκου με ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο 7% όπου οι τόκοι φορολογούνται με συντελεστή 15%.

β) σε τραπεζικό λογαριασμό σύνθετου τόκου με ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο $j(12)=6\%$.

γ) σε τραπεζικό λογαριασμό σύνθετου τόκου με ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο $j(6)=7\%$

δ) σε τραπεζικό λογαριασμό με συνεχή ανατοκισμό και ονομαστικό επιτόκιο $j(\infty) = 7\%$

Λύση

$$P = \frac{10.000}{1 + 0,08 \cdot \frac{6}{12}} = 9615,38$$

$$P_{\Delta} = \frac{10.000}{1 + 0,14 \cdot \frac{1}{12}} = 9884,67$$

Αν επενδύαμε τα 9.615,38 € θα ήταν:

α) $9853,76 < 9884,67$ Ναι.

β) $9858,185 < 9884,67$ Ναι.

γ) $9898,45 > 9884,67$ Όχι.

δ) $9899,96 > 9884,67$ Όχι