

23/1/04

## ΔΑΝΕΙΑ

- ΓΙΑΤΙ ΔΑΝΕΙΖΕΤΑΙ ΚΑΝΕΙΣ;
- ΚΑΤΑΝΑΡΤΗΡΙΟΙ ΑΓΟΙ : ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΑΥΣΗΣ - ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΞΥ ΑΤΟΜΩΝ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΩΝ ΧΑΙΡΙΩΝ

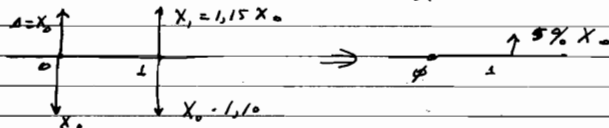


### ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΙ ΑΓΟΙ

- Ο ΔΑΝΕΙΣΜΟΣ (ΚΕ ΕΝΔΟΣΤΟΙΧ ΟΡΥΣ)
  - ΑΥΞΑΝΕΙ ΤΗΝ ΑΝΑΜΕΝΩΜΕΝΗ ΑΠΟΔΟΣΗ ΑΛΛΑ
  - ΑΥΞΑΝΕΙ ΚΑΙ ΤΟΝ ΚΙΝΔΥΝΟ ΤΩΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΑΞΗΜΟΤΗΤΩΝ
- ΑΝ ΕΧΟΥΜΕ ΑΥΞΗΜΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΧΩΡΙΣ ΚΙΝΔΥΝΟ ΤΟΤΕ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙΤΑΙ ΕΥΚΑΙΡΙΑ ARBITRAGE
- ΤΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΑΥΤΑ ΟΦΕΙΛΟΥΝ ΣΤΗΝ ΟΡΟΜΟΛΙΑ ΜΟΧΛΕΥΣΗ (LEVERAGE) ΓΙΑ ΤΟΝ ΔΑΝΕΙΣΜΟ

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ARBITRAGE ΜΕ ΔΑΝΕΙΣΜΟ

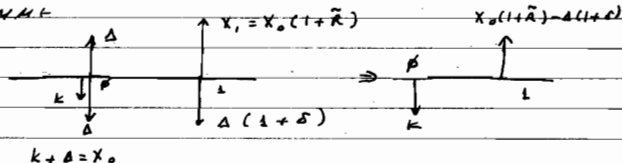
- ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΜΙΑΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΑΠΟΔΟΣΗ 15% (RISKY)
- ΑΝ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΔΑΝΕΙΣΤΟΥΜΕ ΠΑΡΕΛΙΘΟ <sup>προς 10%</sup> ΤΟ ΑΔΑΙΤΟΥΜΕΝΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ, ΕΧΟΥΜΕ:



- ΑΥΤΟ ΔΗΧΝΕΙ ΟΤΙ ΧΩΡΙΣ ΔΑΔΑΝΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ ΕΧΟΥΜΕ ΕΙΣΟΔΟ  $5\% \cdot X_0$  ΩΣ ΕΞΗΣ: ΔΑΝΕΙΟΜΑ. ΠΟΣΟ  $X_0$  ΠΑΥ ΟΡΘΙΑΣ ΝΑ ΕΠΙΛΗΨΩ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ 1 ΠΑΡΑΜΟΝΕΥΑΣ  $1,10 X_0$  (ΠΕΡΙΟΔΟΣ: ΕΤΟΣ) ΤΟΠΟΘΕΤΩ ΤΟ ΠΟΣΟ ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ  $X_0$  ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΕΥΚΑΛΥΡΙΑ ΠΟΥ ΜΟΥ ΔΙΝΕΙ  $1,15 X_0$  ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ 2 ΑΠΟ ΤΟ ΠΟΣΟ ΑΥΤΟ ΠΑΡΟΥΝΩ ΤΟ ΔΑΝΕΙΟ ΚΑΙ ΕΧΩ ΕΙΣΟΔΟΣ  $5\% X_0$  ( $1,15 X_0 - 1,10 X_0$ ) ΧΩΡΙΣ ΔΑΔΑΝΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ.
- ΑΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΠΟΣΑΚΕ ΤΕΤΟΙΕ ΠΑΡΑΜΟΝΟΙΟΤΥΠΕΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ΕΧΩ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΑΠΕΠΙΘΕΜΙΣΤΟΥ ΠΡΟΥΤΙΣΜΟΥ ΧΩΡΙΣ ΚΙΝΔΥΝΟ ΚΑΙ ΔΑΔΑΝΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ (ARBITRAGE)
- Η ΑΡΧΗ ΕΛΕΓΧΗΣ ARBITRAGE ΛΕΙ ΟΤΙ ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΔΙΑΡΚΕΣΕΙ ΠΟΥ Η ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΜΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ!

### ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ Η

ΓΕΝΙΚΑ ΤΟ ΥΠΟΣ ΔΑΝΕΙΣΜΟΥ ΔΕΝ ΚΑΛΥΠΤΕΙ ΠΛΗΡΩΣ ΤΙΣ ΔΑΔΑΝΕΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ. ΓΕΝΙΚΑ ΑΝ  $\tilde{r}$  Η ΑΠΟΔΟΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ΜΙΑΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ (ΕΤΟΣ) ΚΑΙ  $\delta$  ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΔΑΝΕΙΟΥ ΥΠΟΥΣ  $\delta$  ΕΧΟΥΜΕ



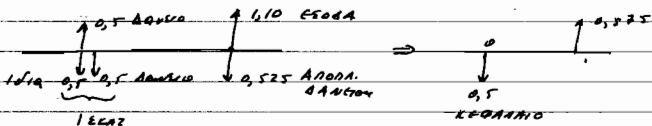
Η ΑΡΧΙΚΗ ΔΑΔΑΝΗ  $X_0$  ΚΑΛΥΠΤΕΤΑΙ ΑΠΟ ΙΔΙΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ  $k$  ΚΑΙ ΔΑΝΕΙΟ  $\Delta$

ΤΑ ΚΑΘΑΡΑ ΕΣΟΔΑ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ 2 ΕΙΝΑΙ  $X_1 - D(1+\delta)$   
 $= X_0(1+\tilde{R}) - D(1+\delta)$ . Η ΑΠΟΘΕΣΗ ΕΠΙ ΤΩΝ  
 ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ ΕΙΝΑΙ

$$\begin{aligned} i_{\text{ΕΠΙΘΥΜΗΤΗ}} \\ \text{ΜΕ ΚΟΧΛΑΥΣΗ} &= \frac{X_0(1+\tilde{R}) - D(1+\delta) - K}{K} \\ &= \frac{(K+D)(1+\tilde{R}) - D(1+\delta) - K}{K} \\ &= \left(1 + \frac{D}{K}\right) \tilde{R} - \frac{\delta D}{K} = \tilde{R} + \frac{D}{K}(\tilde{R} - \delta) \end{aligned}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΘΥΜΗΤΗ ΕΚΗ ΑΠΟΘΕΣΗ 10% ΚΑΙ ΑΝΑΤΗ  
 ΑΡΧΙΚΗ ΑΔΑΝΤΗ 1 ΕΚΑΤ Ε, ΜΟΡΦΩΜΕΤ ΝΑ ΔΑΝΕΙΣΤΟΥΜΕ  
 ΕΟΣ 0,5 ΕΚΑΤ Ε ΜΕ ΕΠΙΤΟΚΙΟ 5%. ΠΟΙΑ Η ΑΠΟΘΕΣΗ  
 ΤΗΣ ΕΠΙΘΥΜΗΣ ΜΕ ΚΟΧΛΑΥΣΗ;

ΕΙΝΑΙ  $K=D=0,5$  ΕΚΑΤ,  $\tilde{R}=10\%$   $\delta=5\%$   
 ΟΠΩΣ  $i_{\text{ΕΠΙΘΥΜΗΤΗ}} = 10\% + 1(10\% - 5\%) = 15\%$   
 ΟΠΩΣ ΘΑ ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΚΑΙ ΣΤΟ ΧΡΟΝΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



$$\text{ΑΠΟΘΕΣΗ} = \frac{0,575 - 0,500}{0,500} = 15\%$$

ΑΠΟ ΤΟΝ ΠΥΛΩ ΘΑ ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΟΤΙ ΑΝ  $\tilde{R} > \delta > 0$   
 ΔΑΝΕΙΣΜΟΣ ΑΥΞΑΝΕΙ ΤΗΝ ΑΠΟΘΕΣΗ ΤΩΝ ΔΙΟΝ  
 ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ, ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΟΜΩΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ  
 ΟΠΩΣ ΑΝΟΜΑ ΚΑΙ ΑΝ  $\delta > \tilde{R}$  ΕΥΜΕΛΕΣ  
 ΔΑΝΕΙΣΜΟΣ, ΚΑΘΩΣ ΜΑΣ ΕΠΙΣΠΕΙΡΕΙ ΝΑ ΕΒΛΕΠΟΥΜΕ

ΑΥΤΟΥΤΟ ΕΙΣ "ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΚΑΙΜΑΚΟΣ" (ΔΙΑΒΑΝΗ ΚΥΒΑΛΕΣ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΥΨΗΛΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΔΙΑΔΕΙΧΝΟΜΕ 0,5 ΕΛΑΤ Ε ΠΟΥ ΜΠΟΡΟΥΜΕ  
ΝΑ ΤΑ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΟΥΜΕ ΠΡΟΣ 7%. ΜΠΟΡΟΥΜΕ  
ΝΑ ΔΑΝΕΙΣΤΟΥΜΕ ΜΕΧΡΙ 0,5 ΕΛΑΤ Ε ΜΕ ΕΠΙΤΟΚΙΟ  
20%. ΕΣΤΙ ΟΤΙ ΥΠΑΡΧΕΙ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΑΡΧΙΚΗΣ ΑΠΑΝΗΣ  
1 ΕΛΑΤ Ε ΠΟΥ ΑΠΟΔΙΔΕΙ 15%. ΤΙ ΘΑ ΚΑΝΟΥΜΕ;

ΑΝ ΔΑΝΕΙΣΤΟΥΜΕ ΓΙΑ ΝΑ ΑΝΑΠΑΡΑΘΟΥΜΕ ΤΗΝ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΘΑ ΑΠΑΙΤΗΣΕΙ ΔΑΝΕΙΟ 0,5 ΕΛΑΤ Ε  
( $D/K = 1$ ) ΚΑΙ Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΘΑ ΕΙΝΑΙ

$$\tilde{r} + D/K (\tilde{r} - r) = 15\% + 1 (15\% - 20\%) = 10\%$$

ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΤΙΜΟΤΕΡΟ ΑΠΟ ΤΟ 7% ΠΟΥ ΕΧΟΥΜΕ  
ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ. ΑΡΑ ΔΑΝΕΙΖΟΜΑΣΤΕ ΠΑΡΟΛΟ  
ΠΟΥ Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ ΚΕΙΝΟΝΑΙ!

### ΕΞΕΤΗ ΜΟΧΛΕΥΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

- ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΠΟΥ Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ  
 $\tilde{r}$  ΕΙΝΑΙ ΑΡΧΑΙΑ, ΤΟΤΕ Ο ΔΑΝΕΙΣΜΟΣ ΑΡΕΣΑΝΕΙ  
ΤΟΝ ΚΙΝΔΥΝΟ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ
- ΑΝ Π.Χ. ΑΝΑΜΕΝΟΥΜΕ ΑΠΟΔΟΣΗ  $\tilde{r} = 10\%$   
ΚΑΙ ΕΧΟΥΜΕ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΔΑΝΕΙΣΜΟΥ 5%, ΑΝ  $D = K$   
Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΕΙΝΑΙ ΜΕ ΜΟΧΛΕΥΣΗ 15%, ΣΕ  
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΠΡΑΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ.  
ΑΝ ΟΜΩΣ Η ΕΞ ΤΩΝ ΥΠΕΡΕΝ ΑΠΟΔΟΣΗ ΕΙΝΑΙ  
 $\tilde{r} = 5\%$ , Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΜΕ ΜΟΧΛΕΥΣΗ ΕΙΝΑΙ  
ΠΑΛΙ 5%. ΑΝ ΟΜΩΣ Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΕΙΝΑΙ  
ΚΑΙΘ ΑΠΟ 5%, Η ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΜΕ ΜΟΧΛΕΥΣΗ  
ΕΙΝΑΙ ΧΕΙΡΟΤΕΡΗ: ΑΝ  $\tilde{r} = 3\%$  Η ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ

ΜΕ ΚΟΤΑΛΥΣΗ ΑΠΟΔΟΣΕΙ 1%, ΧΙΠΟΥΤΕΡΟ ΑΠΟ ΤΗΝ ΜΗ  
ΜΟΧΑΛΥΑΤΗΝ ΑΠΟΔΟΣΗ.

ΑΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ:

ΕΣΤΕ ΟΤΙ Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ  $\tilde{R}$   
ΕΧΕΙ ΑΝΑΜΕΝ. ΤΙΜΗ  $\bar{A}$  ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ  $\sigma > 0$ .  
ΤΟΤΕ Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ΜΕ ΚΟΤΑΛΥΣΗ  
ΕΙΝΑΙ ΚΑΙ ΑΥΤΗ ΤΥΧΑΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ

$$\tilde{I} = \left(1 + \frac{\Delta}{K}\right) \tilde{A} - \frac{\delta \Delta}{K}$$

ΑΕ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΤΙΜΗ

$$E(\tilde{I}) = \bar{I} = \left(1 + \frac{\Delta}{K}\right) \bar{A} - \frac{\delta \Delta}{K}$$

ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ

$$\sigma_{\tilde{I}} = \left|1 + \frac{\Delta}{K}\right| \sigma \quad \left(\begin{array}{l} \text{ΑΝ } \Delta/K > 0 \text{ Η} \\ \text{ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΤΙΜΗΣ} \\ \text{ΔΕΝ ΥΦΗΛΕΥΤΑΙ,} \\ \text{ΑΛΛΩΣ ΚΑΙ ΑΝ } \Delta/K < -1 \end{array}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{\Delta}{K}\right) \sigma$$

ΑΝ ΒΕΒΩΘΗΘΟΥΜΕ ΟΤΙ Η  $\sigma_{\tilde{I}}$  ΜΕΤΡΑ ΤΩΝ ΚΙΝΑΥΝΩ  
ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΙΝΑΥΝΩ-ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΕΙΝΑΙ  
ΥΠΗΛΙΚΟ ΕΤΟΥΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ

ΑΠΟ ΤΙΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΑ  $\bar{I}$ ,  $\sigma_{\tilde{I}}$ , ΑΠΑΙΟΘΕΩΡΕΙΤΕ  
ΤΟ  $\Delta/K$  ΕΧΟΥΜΕ ΤΗΝ ΣΧΕΣΗ

$$\bar{I} = \delta + \sigma_{\tilde{I}} \frac{\bar{R} - \delta}{\sigma} \quad (\bar{R} > \delta)$$

ΑΝ  $\sigma_{\tilde{I}} = \sigma$  ΑΥΤΟ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΟΤΙ ΔΕΝ ΕΧΟΥΜΕ  
ΚΟΤΑΛΥΣΗ ΟΠΩΣΤΕ  $\bar{I} = \bar{R}$  ΑΝ ΒΕΒΩΘΟΥΜΕ  
ΚΑΤΑΡΤΙΣΤΕ

Α  $\tilde{I}$ , Ο ΤΥΠΟΣ ΔΕΙΧΝΕΙ ΟΤΙ ΟΙ ΥΨΗΛΕΣ  
ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ ΘΑ ΣΥΝΔΕΚΥΝΟΝΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ  
ΑΠΟ ΥΨΗΛΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΙΝΑΥΝΩΥ  $\sigma_{\tilde{I}}$ !

π.χ.  $C_{FP} = \bar{R} = 10\%$   $G = 20\%$   $\delta = 5\%$

ΕΙΝΑΙ  $\bar{r} = 5\% + G; 0,4$

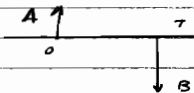
ΑΝ ΕΠΙΘΥΜΟΥΜΕ ΑΠΟΔΟΣΗ 15% ΔΑ ΠΡΕΠΕΙ  
ΝΑ ΣΥΜΒΙΒΑΣΤΟΥΜΕ ΜΕ ΚΙΝΑΥΝΟ  $G_2 = 25\%$

- ΜΙΚΡΟΤΕΡΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΟΥ ΚΙΝΑΥΝΟΥ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ  
ΑΝ  $\Delta/K < 0$  ΠΑΥ ΕΜΗΝΕΥΕΤΑΙ ΩΣ ΕΞΗΣ:  
ΤΟΠΟΘΕΤΟΥΜΕ ΧΡΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΚΛΑΥΣΗ  
ΕΑΤ ΣΕ ΕΝΑ ΛΟΓ/ΣΜΟ ΚΑΤΑΘΕΣΗΣ, ΑΝΑΡΑΗ  
ΠΑΙΡΝΟΥΜΕ ΔΑΝΕΙΟ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΥΦΟΥΣ!

• ΑΝ π.χ.  $\Delta/K = -1/2$   $\bar{r} = \frac{\bar{R} + \delta}{2}$ ,  $G_2 = G/2$

ΤΟΤΕ ΤΟΠΟΘΕΤΟΥΜΕ  $K/2$  ΣΤΗΝ ΕΛΚΛΑΥΣΗ  
ΚΑΙ  $K/2$  ΔΑΝΕΙΟΝΤΑΣ ΜΕ ΑΡΝΗΤΗ ΑΠΟΔΟΣΗ  $\delta$   
Ο ΚΙΝΑΥΝΟΣ ΥΠΟΔΙΠΛΩΣΙΖΕΤΑΙ ΕΩΣ Η ΑΝΑΜΟΧΩΚΗ  
ΑΠΟΔΟΣΗ ΜΕΙΩΝΕΤΑΙ ΣΤΟΝ ΜΕΣΟ ΟΡΟ ΕΛΚΛΑΥΣΗΣ  
- ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

### ΣΥΜΒΑΣΕΙΣ ΑΠΟΠΛΗΡΩΜΗΣ - ΕΞΟΦΛΗΣΗΣ ΔΑΝΕΙΩΝ



• ΑΠΛΟΥΣΤΕΡΗ ΣΥΜΒΑΣΗ

• ΕΜΠΛΕΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ ΕΠΙΤΟΚΙΟΥ

• ΑΠΛΟΥ ΤΟΚΟΥ:  $i_0 = \frac{B - A}{T} \frac{1}{A}$

• ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΤΟΚΟΥ: ΕΠΙΤΟΚΙΟ  $i^A$  ΑΝ  
 $A (1 + i^A/n)^{nT} = B$

ο ΔΑΝΕΙΖΟΜΕΝΟΣ ΣΥΧΝΑ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙ ΚΕΦΑΛΑΙΟ  
ΓΙΑ (ΠΡΟΒΛΩΝ) ΑΠΟΠΛΗΡΩΜΗΣ ΤΟΥ Β

ΑΝ ΤΟΠΟΘΕΤΕΙ ΚΑ ΠΟΣΑ ΓΕ ΑΡΙΘΜΟ  $f_{(m)}$ , ΤΟ  
ΣΤΑΘΕΡΟ ΠΟΣΟ Χ ΠΡΕΠΕ ΝΑ ΙΚΑΝΙΣΤΑΙ:

$$X = B \cdot S^T (mT, f_{(m)}/m) = B$$

$$\therefore X = B \cdot S^T (mT, f_{(m)}/m)$$

ο ΣΥΝΤΑΚΤΗΣ  
S' ΟΝΟΜΑΖΕΤΑΙ  
ΣΥΝΤΑΚΤΗΣ ΧΡΕΩΣΙΑΣ

ΠΑΡΑΧΙΣΤΑ ΔΑΝΕΙΟ 100 ΧΙΑ € ΕΞΟΦΛΗΤΑΙ

ΜΕ ΜΙΑ ΠΛΗΡΗΜΗ ΥΦΟΥΣ 150 ΧΙΑ € ΣΕ 2 ΕΤΗ

ΠΩΣ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ ΜΕ ΑΛΛΟ

ΤΟΣΟ; ΜΕ ΕΞΑΜ. ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΩΣΗΝ;

ΠΩΣ ΤΟ ΠΟΣΟ ΜΗΝΙΑΙΑΣ ΧΡΕΩΣΙΑΣ

$$\text{ΜΕ } f_{(12)} = 10\%$$

ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΑΡΑΒΥ ΤΟΣΟΥ ΕΙΝΑΙ  $i^A = \frac{1}{2} \frac{150-100}{100}$   
 $= 25\%$

ΜΕ ΕΞΑΜΗΝΙΑ ΚΕΦ/ΧΗ:  $100 (1 + f_{(6)}^A)^4 = 150$

$$\therefore f_{(6)}^A = 2(\sqrt[4]{1.5} - 1) = 21,34\%$$

ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΧΡΕΩΣΙΑΣ ΕΙΝΑΙ  $X = 150 S^T (24, \frac{10\%}{12})$

$$= 150 \left[ \frac{1,00833^{24} - 1}{0,00833} \right]^{-1} = 5.672 \text{ €}$$

ΕΞΟΦΛΗΝ ΜΕ ΠΩΡΑΞΕ ΠΛΗΡΩΜΕΣ

ΣΕ ΔΑΝΕΙΟ ΥΦΟΥΣ Α ΣΥΜΦΩΝΕΙΤΑΙ ΣΥΧΝΑ

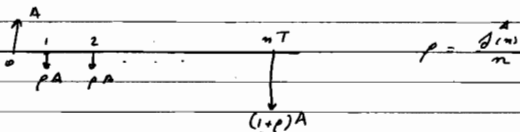
ΠΑΡΩΜΑ ΤΟΚΩΝ  $n$  ΦΟΡΕΣ ΤΟ ΕΤΟΣ ΜΕ

ΕΠΙΤΟΚΙΟ (ΕΤΗΣΙΟ)  $f_{(m)}$

ΕΤΗ "ΑΝΘΗ" ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ ΣΕ Π.Χ.  $T$  ΕΤΗ

ΠΑΡΩΜΟΝΤΑΙ  $n$  ΤΟΚΩΙ ΤΗΣ ΤΕΛΕΥΤΑΙΑΣ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΥΝ ΤΟ ΥΦΟΣ ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ Α



π.χ. αν  $j^{(2)} = 10\%$  και  $A = 1$  εκατ. €, και το δάνειο εξοφληθεί σε 5 ετη, τότε εσάμηνια καταβάλλονται 50 χιλ. € στο τέλος της δεκαετίας καταβάλλονται 1,050 εκατ. €.

σε περίπτωση που επιθυμείται επίσης εξομάλυνση των πληρωμών μπορεί να δημιουργηθεί χρεώσια για το  $A$  αν η τοποθέτηση έχει ίδια συχνότητα όπως το δάνειο και επιτόκιο  $j^{(n)}$  ή σταθερή πληρωμή είναι

$$\left\{ \frac{A}{n} + s' \left[ nT, \frac{j^{(n)}}{n} \right] \right\} A$$

αν  $j^{(n)} = j^{(n)}$  και  $p = \frac{j^{(n)}}{n}$

$$\text{ισχύει } p + s' (m, p) = \ddot{a}' (m, p) \quad (\text{γιατί;})$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ  $j^{(2)} = 8\%$   $j^{(2)} = 10\%$   $T = 5$  ετη  
 υφάρ δάνειο 100 χιλ. € στο εξομάλυντο ποσό αποπληρωμής;

$$100 \left[ \frac{10\%}{2} + s' (10, 4\%) \right] =$$

$$= \underbrace{5}_{\text{τόκοι}} + \underbrace{8,33}_{\text{χρεώσιο}} \text{ x 11 €}$$

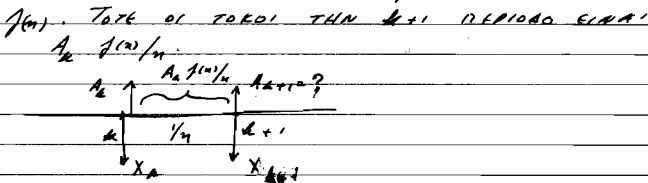


ΜΕΤΑΒΑΛΟΜΕΝΟ ΕΠΙΤΟΧΙΟ : Η ΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΦΑΡΜΟΖΕΤΑΙ ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΑΛΟΜΕΝΟ ΕΠΙΤΟΧΙΟ  
 ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΚΑΘΙΑ ΣΥΜΒΑΣΗ : 9.Χ. ΤΟΚΟΙ ΠΑΡΗΡΜΟΝΤΑ  
 ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΕΥΜΕΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ ΜΕ ΕΠΙΤΟΧΙΟ 10% ΜΕ  
 ΤΟ ΜΕΣΟ ΕΥΡΙΒΟΡ<sup>\*</sup> ΠΡΟΣΑΥΞΗΜΕΝΟ ΜΕ 0,5% (50 BASIS POINTS)  
 ΕΤΣΙ ΑΝ ΤΟ ΕΥΡΙΒΟΡ ΤΟΥ ΠΡΟΗΓ. ΕΞΑΜΗΝΟΥ ΗΤΑΝ  
 2,50% . ΔΑΝΕΙΟ 1 ΕΚΑΤ € ΒΑ ΠΑΡΗΡΗΣΕΙ ΤΟΚΟΥΣ  
 $(2,5 + 0,5) \cdot \frac{1}{12} \cdot 1 \text{ ΕΚΑΤ} = 15.000 \text{ €}$   
 ΑΝ ΤΟ ΕΠΟΜΕΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ ΤΟ ΕΥΡΙΒΟΡ ΠΕΡΕΙ ΕΤΩ  
 1,5% Κ ΤΟΚΟΣ ΒΑ ΕΙΝΑΙ 10.000 €

ΑΠΟΓΡΑΦΩΜΗ ΜΕ ΤΗΜΑΤΙΚΗ ΕΞΟΦΛΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- ΟΡΙΣΜΕΝΕ ΣΥΜΒΑΣΕΙΣ ΕΠΙΠΡΕΤΟΥΝ ΝΑ ΕΞΟΦΛΕΙΤΑΙ  
 (ΚΕΦΑΛΑΙΟ)  
 ΤΟ ΠΟΣΟ, ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ ΤΗΜΑΤΙΚΑ. ΕΤΣΙ ΟΙ ΤΟΚΟΙ  
 ΥΠΟΔΙΔΟΝΤΑΙ ΣΕ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ ΥΠΟΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ
- ΑΝ  $A_k$  ΥΠΟΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ ΜΕΤΑ ΤΗΝ  $k$   
 ΠΑΡΗΡΜΗ,  $X_k$ , ΤΟΤΕ ΒΑ ΕΧΟΥΜΕ ΜΙΑ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΗ  
 ΣΧΕΣΗ ΓΙΑ ΤΑ  $A_k$
- ΕΣΤΟ ΠΕΡΙΟΔΟ ΥΠΟΔΙΣΜΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ  $\frac{1}{n}$  ΕΤΩΥΣ, ΕΠΙΤΟΧΙΟ  
 $f(n)$ . ΤΟΤΕ ΟΙ ΤΟΚΟΙ ΤΗΝ  $k+1$  ΠΕΡΙΟΔΟ ΕΙΝΑΙ



\* ΕΥΡΙΒΟΡ EURO INTERBANK OFFER RATE: ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΑΥΤΟ; ΑΝΑΠΗΡΗΣΗ ΙΝΤΕΡΝΕΤ...

Το ΥΠΟΛΟΙΠΟ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΕΠΟΜΕΝΗ ΠΑΝΩΣΗ  $X_{k+1}$ ,  
 ΕΙΝΑΙ  $A_{k+1}$ . ΕΙΝΑΙ ΣΥΛΟΓΗ Η ΠΑΝΩΣΗ  $X_{k+1}$ ,  
 ΝΑ "ΕΞΟΦΛΗΣΤΕΙ" ΠΡΟΤΑ ΤΟΣΟΥΤΕ, ΤΟ ΑΕ ΥΠΟΛΟΙΠΟ  
 $X_{k+1} = \frac{j(n)}{n} A_k$  ΝΑ ΜΕΙΩΣΗ ΤΟ ΥΠΟΛΟΙΠΟ

ΑΝ ΕΙΝΑΙ ΘΕΤΙΚΟ, ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΝΑ ΑΥΞΗΣΗ ΤΟ  
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ (ΝΑ ΘΕΩΡΗΣΩ ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΟ ΔΑΝΕΙΟ). ΕΧΟΥΜΕ  
 ΤΟΤΕ

$$A_{k+1} = A_k - (X_{k+1} - \frac{j(n)}{n} A_k)$$

$$A_{k+1} = A_k (1+p) - X_{k+1} \text{ με } p = \frac{j(n)}{n}$$

ΠΡΟΒΛΕΨΕ ΘΕΤΟΥΜΕ  $A_0$ : ΠΟΣΟ ΔΑΝΕΙΟΥ

ΤΟ ΔΑΝΕΙΟ ΛΗΦΤΗ ΣΕ Ν ΠΑΙΡΝΟΜΕ

$$\text{ΑΝ ΒΕΒΑΙΑ } A_N = 0 \quad (\text{ΕΛΙ } A_1, A_2, \dots, A_{N-1} > 0)$$

Η ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΕΚΦΩΣ ΕΙΝΑΙ ΕΙΣΡΕΣΗ ΔΙΑΦΟΡΩΝ  
 ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΕΩΣ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΟΥΣ ΣΥΝΤΗΜΕΤΕΣ  
 ΑΝ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΕΙΝΑΙ ΣΤΑΘΕΡΟ. ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ  
 ΕΧΟΥΜΕ ΠΑΛΙ Ε.Δ. Α' ΤΑΞΗΣ, ΓΡΑΜΜΙΚΗ  
 ΜΕ ΜΕΤΑΒΑΛΟΜΕΝΕΣ ΣΥΝΤΗΜΕΤΕΣ.

$$A_{k+1} = (1+p_k) A_k - X_{k+1}$$

ΠΟΥ ΕΠΙΣΗΣ ΑΥΞΕΤΑΙ ΕΥΚΟΛΩ ΕΦΕΞΗΣ  
 $p_k$  ΣΤΑΘΕΡΑ

Η ΛΥΣΗ ΤΗΣ Ε.Δ. ΕΙΝΑΙ

$$A_k = A_0 (1+p)^k - \sum_{j=1}^k (1+p)^{k-j} X_j$$

$k=1, 2, \dots, N$

ΕΦΘΕΟΝ ΕΤΗ ΛΗΞΗ  $A_n = 0$  ΠΡΕΠΔΙ

$$A_n = 0 = A_0 (1+r)^n - \sum_{j=0}^{n-1} (1+r)^{n-j} \frac{X_0}{(1+r)^j}$$

$$\Rightarrow \text{(ΑΝΙΣΤΩΣΗ)} \quad \underline{A_0 = \sum_{j=0}^{n-1} X_0 / (1+r)^j}$$

ΑΤ ΠΡΟΒΛΗΤΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

ΕΠΙΣΗΣ ΙΣΧΥΕΙ (ΑΣΚΗΣΗ ...)

$$A_k = \sum_{j=k+1}^n X_0 / (1+r)^{j-k}$$

ΔΗΛΑΔΗ ΑΝ ΤΟ ΔΑΝΕΙΟ ΕΞΟΦΛΙΖΑΙ ΣΕ Ν ΠΛΗΡΩΜΕΣ ΤΟΤΕ ΤΟ  $\frac{1}{r}$  ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕ ΚΑΙ ΤΗΝ ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΤΩΝ ΕΠΟΜΕΝΩΝ ΠΛΗΡΩΜΩΝ ΜΕΧΡΙ ΤΗ ΛΗΞΗ ΤΟΥ!

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ ΓΙΑ ΤΟΝ ΔΑΝΕΙΣΤΗ ΤΟ ΔΑΝΕΙΟ ΕΙΝΑΙ ΜΙΑ ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΜΕ (ΠΡΟΦΑΝΩΣ) ΙΑΡ 1€0 ΜΕ  $f(n)/n$

ΕΞΟΦΛΗΣΗ ΜΕ ΙΣΕΣ ΠΛΗΡΩΜΕΣ

ΑΝ Η ΕΞΟΦΛΗΣΗ ΓΙΝΕΙ ΣΕ Ν ΙΣΕΣ ΠΛΗΡΩΜΕΣ

$X_k = X \quad \forall k=1, \dots, N$  ΟΑ ΠΡΕΠΔΙ

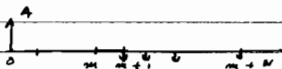
$$A = \sum_{j=0}^{n-1} X / (1+r)^j = X a(N, r)$$

$$X = \underline{A a^{-1}(N, r)}$$

ΤΟ  $a^{-1}$  ΟΝΟΜΑΖΕΤΑΙ ΕΥΛΟΓΟΣ "ΕΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΝΑΚΤΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ".

- ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΧΑΡΙΤΟΣ: ΑΝ ΟΙ ΔΟΣΕΙΣ ΚΑΡΥΣΤΕΡΗΣΟΥΝ ΚΑΤΑ ΤΗ ΠΕΡΙΟΔΟΥΣ (Μ: ΑΠΡΙΟΔΟΣ ΧΑΡΙΤΟΣ)

ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ



$$A = \frac{X \bar{a}^{-1}(N, p)}{(1+p)^m} \quad ; \quad X = A(1+p)^m \bar{a}^{-1}(N, p)$$

ΜΕ  $p = j(n) / n$  ΠΑΝΤΑ

### ΠΑΡΑΒΛΗΜΑΤΑ

1. ΔΑΝΕΙΟ 100 ΧΙΑ € ΜΕ  $j(n) = 10\%$   
ΕΞΟΦΛΙΤΑΙ ΕΚ 5 ΕΤΗ. ΓΙΝΕΤΑΙ ΜΙΑ ΠΑΡΩΜΗ  
30 ΧΙΑ ΕΚ 2 ΕΤΗ, ΚΑΙ ΜΙΑ ΤΕΛΙΚΗ ΕΚ 5 ΕΤΗ.

ΠΟΙΟ ΤΟ ΠΟΣ; ;

• ΠΡΕΠΕΙ  $100 = \frac{30}{1,10^2} + \frac{X_5}{1,10^5} \Rightarrow X_5 = 121,1 \text{ χιλ. €}$

- ΤΟ ΑΘΡΩΣΜΑ ΤΩΝ ΠΑΡΩΜΩΝ ΕΙΝΑΙ

$$X_2 + X_5 = 30 + 121,1 = 151,1 \text{ χιλ. €}$$

2. ΤΟ ΙΔΙΟ ΔΑΝΕΙΟ ΕΚ 1000 ΠΑΡΩΜΩΝ.  
ΠΟΙΟ ΤΟ  $X$  ΚΑΙ ΤΟ ΑΘΡΩΣΜΑ ΤΩΝ  
ΠΑΡΩΜΩΝ;

$$X \bar{a}^{-1}(5, 0, 10) = 1000 \Rightarrow X = 26,4 \text{ χιλ. €}$$

ΚΕ ΑΘΡΩΣΜΑ  $X_1 + X_2 + \dots = 5X = 132 \text{ χιλ. €}$   
ΕΛΠΙΣΤΕ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ.  
ΓΙΑΤΙ ;

3. ΤΟ ΙΔΙΟ ΔΑΝΕΙΟ ΕΞΟΦΛΙΤΑΙ ΕΚ 5 ΕΤΗΣΙΕΣ  
1000 ΠΑΡΩΜΩΝ ΜΕ ΠΕΡΙΟΔΟ ΧΑΡΙΤΟΣ 2 ΤΙΑ  
(ΠΡΩΤΗ ΠΑΡΩΜΗ ΕΚ 3 ΕΤΗ..). ΙΔΙΕΣ ΣΥΝΗΘΕΙΣ

$$\text{ΠΡΟΦΑΝΩΣ } X = 26,4 \cdot 1,10^2 = 31,9 \text{ χιλ. €}$$

9. ΙΔΙΟ ΠΑΡΑΧΡΙΣΤΑ ΑΛΛΗ ΜΗΤΡΙΑΚΕ ΔΟΣΕΙΣ  
 ΚΑΙ  $f(12) = 10\%$  (ΧΡΟΝΟΣ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΧΑΡΙΤΟΣ)  
 ΚΑΙ ΔΙΑΚΗΝΑ 5 ΕΤΩΝ

$$N = 12 \cdot 5 = 60 \quad \rho = \frac{10\%}{12} = 0,00833...$$

$$\begin{aligned} \text{ΑΠΑ} \quad X &= 100 \bar{a}^{-1}(60, 0,833\%) \\ &= 100 \cdot \frac{0,00833...}{1 - 1,00833^{-60}} \\ &= 100 / 47,082 = 2,124 \text{ €} \end{aligned}$$

ΤΟ ΑΒΟΙΣΜΑ ΤΩΝ ΠΑΥΣΕΩΝ ΕΙΝΑΙ:  $60 \cdot 2,124$   
 $\hat{=} 127,44$ , ΣΕΦΑΙΡΩΝ ΟΤΙ ΤΟ ΥΠΟΣ ΤΗΝ  
 ΔΑΝΕΙΟΥ ΗΤΑΝ 100, ΤΟ ΥΠΕΡΒΑΣΜΟΣ ΡΟΣΟ  
 $127,44 - 100,00 = 27,44$  ΧΑΙ Ε ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ  
 ΕΙΣ ΠΑΥΣΕΩΣ ΤΟΚΩΝ!

### ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΣ ΠΑΥΣΕΩΝ - ΤΟΚΩ, ΧΡΕΩΣΕΙΣ

ΑΠΟ ΤΗΝ ΣΥΣΤΗ ΑΝΑΡΟΜΗΣ ΕΙΣΟΔΑΤ

$$X_{k+1} = \underbrace{\rho A_k}_{\text{ΤΟΚΩ}} + \underbrace{(A_k - A_{k+1})}_{\text{ΧΡΕΩΣΕΙΣ}}$$

ΕΝΟΥ ΓΡΑΦΟΥΑΤ  $C_{k+1} = \tau_0$  ΚΑΙ ΧΡΕΩΣΕΙΣ  
 $= A_k - A_{k+1}$

ΠΡΟΘΑΝΕ  $C_1 + C_2 + \dots + C_N = A_0 - A_1 + A_1 - A_2$   
 $= A_0 - A_N^+ = A_0$

Η  $C_1 + C_2 + \dots + C_k = A_0 - A_k$

ο ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΣ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΩΝ ΜΕ ΤΟΤΟΥΣ  
 - ΧΡΕΥΣΙΑ ΑΝΑΘΕΤΑΙ ΣΕ ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΔΑΤΕΥΜΑΤΕ  
 ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ

ΠΡΟΣΟΧΗ Η ΕΞΟΔΙΑ ΒΕΒΑΗ ΤΟΥΣ ΤΟΤΟΥΣ  
 ΕΝΟΣ ΔΑΝΕΙΟΥ ΣΕ ΤΡΕΧΟΝΤΑ ΕΞΟΔΑ (ΠΟΥ ΜΕΙΟΝΟΥΝ  
 ΤΑ ΚΤΩΣΗ ΚΑΙ ΑΡΑ ΤΟΥΣ ΘΟΡΟΥΣ!!) ΤΟΥ ΟΙΚΟΝ.  
 ΕΤΟΥΣ). ΤΑ ΧΡΕΥΣΙΑ ΔΕΝ ΒΕΒΑΙΩΝΑΤΑΙ ΣΕ  
 ΕΞΟΔΑ ΚΑΘΩΣ ΤΟ 70% ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ - ΠΟΥ  
 ΙΣΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΤΑ ΧΡΕΥΣΙΑ - ΕΧΕΙ ΜΑΛΗ ΕΝΣΦΑ-  
 ΤΥΒΗ ΣΤΙΣ ΑΠΟΣΒΕΣΕΙΣ ΠΟΥ ΜΕΙΟΝΟΥΝ ΤΟΝ  
 ΦΟΡΟ ΒΛΗΤΕ ΕΠΟΜΕΝΑ ΕΔΑΘΙΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΠΙΝΑΚΑ ΑΠΟΔΑΤΕΥΜΑΤΕ

$$A_0 = 100 \text{ ΧΙΛ} \quad \rho = 10\% \quad \text{ΑΝΕΗ} : 5 \text{ ΕΤΗ}$$

<u>ΠΕΡΙΟΔΟΣ</u>	<u>ΔΑΝΕΙΟΝ</u>	<u>ΤΟΚΟΙ</u>	<u>ΧΡΕΥΣΙΩ</u>	<u>ΑΝΕΞΟΡΚΗΤΟ</u> <u>ΥΠΟΛΟΙΠΟ</u>
0	-			100,00
1	26,38	10,00	16,38	83,62
2	26,38	8,36	18,02	65,60
3	26,38	6,56	19,82	45,78
4	26,38	4,58	21,80	23,98
5	26,38	2,40	23,98	0

- Η ΠΑΡΩΜΗ ΙΣΟΥΝΤΑΙ ΜΕ  $100 \alpha^{-t}$  (5, 10%)
- ΟΙ ΤΟΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΝΤΑΙ ΒΛΠ ΤΟ ΑΝΕΞΟΡΚΗΤΟ  
 ΥΠΟΛΟΙΠΟ ΕΠΙ  $\rho = 10\%$
- ΤΟ 70% ΧΡΕΥΣΙΩ ΕΙΝΑΙ Η ΠΑΡΩΜΗ ΜΗΚΗ ΤΟΚΩ
- ΤΟ ΕΠΟΜΕΝΟ ΥΠΟΛΟΙΠΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΠΡΩΤΟΜΕΝΟ  
 ΜΕΙΟΝ ΤΩ ΧΡΕΥΣΙΩ
- ΠΡΟΔΑΤΕΥΜΑΤΕ ΥΠΟΛΟΙΠΕΝ ΣΕ ΘΥΡΑ ΑΠΕΙΡΜΙΚΟΥ!

· ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: ΔΙΑΔΙΣΤΟΜΕΤΑΙ ΣΤΟΝ ΠΙΝΑΚΑ ΟΤΙ

$$C_{k+1}/C_k = 1,10 = 1+p \quad \text{ΓΙΑΤΙ};$$

· ΔΙΟΤΙ ΑΝ  $X_k = X_{k+1}$  ΕΙΝΑΙ

$$X_k = pA_{k-1} + C_k = pA_k + C_{k+1} = X_{k+1}$$

$$\Rightarrow C_k + p(A_{k-1} - A_k) = C_{k+1} \Rightarrow C_k + pC_k = C_{k+1}$$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow} \text{ΤΕΛΟΣ} \quad \underline{C_{k+1} = (1+p)C_k}$$

· ΤΟ "ΠΡΩΤΟ" ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ  $C_1$  ΕΙΝΑΙ  $X - pA_0$

$$= A_0 \ddot{a}'(n, p) - pA_0 = A_0 (\ddot{a}'(n, p) - p)$$

ΠΟΥ ΙΣΟΥΤΑΙ ΜΕ  $A_0 \ddot{s}'(n, p)$

$$\text{ΚΑΘΩΣ ΙΣΧΥΕΙ} \quad \underline{\ddot{a}'(n, p) = \ddot{s}'(n, p) + p}$$

(ΑΣΕΗΣΗ)

$$\text{ΑΡΑ ΕΙΝΑΙ} \quad C_k = A_0 \frac{(1+p)^{k-1}}{s(n, p)} \quad (\text{ΙΣΕΣ ΠΑΗΡΟΜΕΣ})$$

· ΠΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ ΤΟ  $k$  ΑΝΕΞΟΦΑΝΤΟ  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕ ΙΣΕΣ ΠΑΗΡΟΜΕΣ

$$\begin{aligned} A_k &= A_0 - [C_1 + C_2 + \dots + C_k] \\ &= A_0 - \frac{A_0}{s(n, p)} [1 + (1+p) + \dots + (1+p)^{k-1}] \\ &= A_0 \left[ 1 - \frac{s(k, p)}{s(n, p)} \right] \end{aligned} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ s(k, p) \end{matrix}$$

· ΜΕ Π.Α. ΠΑΗΡΟΜΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ ΚΑΙ ΜΕ ΤΑ  $a(\dots)$

ΑΝΘΩΣ ΤΡΑΠΟΣ ΥΠΟΝΟΤΙΣΜΟΥ: ΙΣΧΥΕΙ

$$A_k = \sum_{j=k+1}^N X_j / (1+r)^{j-k}$$

ΟΠΟΥ  $X_j$  ΕΙΝΑΙ ΠΑΗΡΩΜΕΣ ΠΗ ΕΞΟΦΛΟΥΝ ΤΟ ΧΡΟΣ:

ΑΠΟΔΕΙΞΗ: ΙΣΧΥΕΙ

$$A_0 = \sum_{j=1}^N X_j / (1+r)^j$$

ΟΜΩΣ ΕΘΕΣΟΝ  $A_k = (1+r)A_k + X_{k+1}$   
 ΙΣΧΥΕΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΘΟΡΥΝ:

$$A_k = (1+r)A_0 - \sum_{j=1}^k X_j (1+r)^{k-j}$$

$$\begin{aligned} A_k &= (1+r)^k \sum_{j=1}^k X_j / (1+r)^j - \sum_{j=1}^k X_j (1+r)^{k-j} \\ &= \sum_{j=1}^k X_j (1+r)^{k-j} - \sum_{j=1}^k X_j (1+r)^{k-j} \\ &= \sum_{j=k+1}^N X_j (1+r)^{j-k} = \sum_{j=k+1}^N X_j / (1+r)^{j-k} \end{aligned}$$

ΑΡΑ ΑΝ ΕΧΟΥΜΕ ΚΕΕ ΠΑΗΡΩΜΕΣ

$$X_j = A \bar{a}'(N, r) \quad \text{ΓΙΑ ΚΑΘΕ } j$$

$$\text{ΑΡΑ } A_k = \sum_{j=k+1}^N A \bar{a}'(N, r) (1+r)^{j-k}$$

$$= A_0 \bar{a}'(N, r) \sum_{j=k+1}^N (1+r)^{j-k}$$

$\downarrow$   
 $(1+r) + \dots + (1+r)^{N-k}$

$$= A_0 \bar{a}'(N, r) a(N-k, r)$$



## ΑΛΛΗ ΕΥΜΒΑΣΗ ΑΠΟΠΛΗΡΩΜΗΣ - ΧΑΨΙΜΗ ΣΕ ΜΕΤΑΒΛΗΤΑ ΕΠΙΤΟΚΙΑ

- ΠΟΡΕΪΣ ΦΟΡΕΣ ΕΥΜΟΡΦΝΕΥΤΑΙ Η ΑΠΟΠΛΗΡΩΜΗ ΚΑΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΜΕ ΞΕΡΩΔΕΥΣΙΑ. Η ΠΛΗΡΩΜΗ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΞΕΡΩΔΕΥΣΙΟ ΕΝΑ ΤΟΚΟΥΣ, ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΙ ΑΕΡΟΜΗ ΚΑΙ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΚΑΙ Η ΜΕΙΩΣΗ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ.
- ΑΝ Η ΞΕΡΩΔΕΥΣΗ ΕΙΝΑΙ ΣΕ Ν ΠΛΗΡΩΜΕΣ ΟΑ ΕΙΝΑΙ  $C_k = A/N$   $k=1,2,\dots,N$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΠΛΗΡΩΜΗΣ

$$i(1) = 10\% \quad A = 100 \text{ Κ.Α.} \quad N = 5 \text{ (ΕΤΗ)}$$

ΠΕΡΙΟΔΟΣ	ΠΛΗΡΩΜΗ	ΤΟΚΟΣ	ΞΕΡΩΔΕΥΣΙΑ	ΥΠΟΛΟΙΠΟ
0	—	—	—	100,00
1	30,00	10,00	20,00	80,00
2	28,00	8,00	20,00	60,00
3	26,00	6,00	20,00	40,00
4	24,00	4,00	20,00	20,00
5	22,00	2,00	20,00	0

- ΠΛΗΡΩΜΕΣ, ΤΟΚΟΣ, ΥΠΟΛΟΙΠΟΝ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΟΔΟΙ.

$$\text{ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΟΚΩΝ} = \frac{10+2}{2} \cdot 5 = 30 \text{ Κ.Α.} \text{ } \epsilon$$

$$\text{ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΩΝ} = 100 + 30 = \text{ΞΕΡΩΔΕΥΣΙΑ} + \text{ΤΟΚΟΣ}$$

$$= \frac{30+22}{2} \cdot 5 = \text{ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΧΡΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΩΜΩΝ}$$

ΟΛΩΣ

$$\sum \text{ΟΦΕΙΛ. Α.Π.} = \frac{\text{ΠΡΩΤΟΣ} + \text{ΤΕΛΕΥΤ. ΟΦΕΙΛ. Α.Π.}}{2}$$

ΔΙΕΛΙΜΜΑ ΠΡΟΩΡΗΣ ΕΞΟΦΛΗΣΗΣ ΔΑΝΕΙΟΥ

- ΣΕ ΔΑΝΕΙΑ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ Ο ΔΑΝΕΙΟΜΕΝΟΣ ΧΑΝΕΙ ΑΝ ΤΑ ΕΠΙΤΟΚΙΑ ΜΕΙΩΘΟΥΝ, ΑΝΤΙΣΤΡΩΦΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΔΑΝΕΙΣΤΗ ...
- ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΣΕ ΟΡΙΣΜΕΝΑ ΔΑΝΕΙΑ ΟΡΟΙ ΠΡΟΩΡΗΣ ΕΞΟΦΛΗΣΗΣ ΟΠΟΥ ΑΝ ΤΟ ΥΠΟΛΟΙΠΟ ΕΙΝΑΙ  $A_2$  ΤΟ ΔΑΝΕΙΟ ΕΞΟΦΛΕΤΑΙ ΜΕ ΚΑΤΑΒΛΗΤΗ  $A_2 + ΠΟΣΟ ΠΗΤΡΑΣ$
- Ο ΟΡΟΣ ΤΗΣ ΣΥΜΒΑΣΗΣ ΑΥΤΟΣ ΕΝΕΧΕΙ ΔΙΕΛΙΜΜΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΔΑΝΕΙΟΜΕΝΟ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΕΤΑΙ ΕΤΗΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΚΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ!

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΤΟ ΔΑΝΕΙΟ 1500 ΠΛΗΡΩΜΩΝ  $j_{(1)} = 10\%$ ,  $n=5$ , ΥΠΑΡΧΕΙ ΠΗΤΡΑ ΠΡΟΩΡΗΣ ΕΞΟΦΛΗΣΗΣ  $+5\%$  ΕΠΙ ΥΠΟΛΟΙΠΟΥ. ΜΕΤΑ ΤΗΝ 2<sup>η</sup> ΠΛΗΡΩΜΗ ΠΑΡΑΤΗΡΕΙΤΑΙ ΟΤΙ ΤΑ ΕΠΙΤΟΚΙΑ ΜΕΙΩΘΗΚΑΝ ΣΤΟ  $6\%$  ( $=j_{(1)}$ ) ΣΥΜΦΕΡΕΙ Η ΠΡΟΩΡΗ ΕΞΟΦΛΗΣΗ ΑΝ Ο ΔΑΝΕΙΟΜΕΝΟΣ ΕΠΙΘΥΜΗ ΠΛΗΙ ΙΔΙΑ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΟΦΛΗΣΗΣ; (ΠΛΗΙ 5 ΔΟΣΕΣ ΣΥΝΟΡΙΚΑ)

- ΤΟ  $A_2$  ΕΙΝΑΙ  $65,60 \text{ χιλ. €}$  ΑΡΑ ΓΙΑ ΕΞΟΦΛΗΣΗ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΤΑΒΛΗΘΕΙ ΠΟΣΟ  $\bar{A}_0 = 65,60 \cdot 1,05 = 68,88 \text{ χιλ. €}$ .
- ΑΝ ΔΑΝΕΙΣΤΟΥΝΤΕ ΤΟ  $\bar{A}_0$  ΜΕ  $j_{(1)} = 6\%$  ΚΑΙ 3 ( $5 - 2$ ) ΊΣΕΣ ΔΟΣΕΙΣ, Η ΝΕΑ ΔΟΣΗ ΙΣΟΥΤΑΙ ΜΕ  $\bar{X} = 68,88 \bar{a} \cdot (3,6\%) = 25,76 \text{ χιλ. €}$ .
- ΕΦΟΣΟΝ Η ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗ ΔΟΣΗ ΕΙΝΑΙ  $26,38 \text{ χιλ. €}$  ΣΥΜΦΕΡΕΙ Η ΠΡΟΩΡΗ ΕΞΟΦΛΗΣΗ!
- ΔΟΣΗ ΕΙΝΑΙ Η ΠΡΩΤΗ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΟΠΟΙΑ ΣΥΜΦΕΡΕΙ Η ΠΡΟΩΡΗ ΕΞΟΦΛΗΣΗ;  
 ΠΡΕΠΕΙ  $68,88 \bar{a} \cdot (3, \rho) \leq 26,38$   
 $\bar{a} \cdot (3, 2\%) \geq \frac{68,88}{26,38} = 2,611$   
 ΕΙΝΑΙ  $a(3,2\%) = 2,624$   $a(3,8\%) = 2,577$   $\rho \approx 7\% + \epsilon$

## ΥΠΗΡΕΤΟΙΟΙΣ ΕΠΕΝΔΕΣΕΩΝ

- Η ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗ ΔΑΝΕΙΩΝ, Η ΕΘΑΡΜΟΧΗ ΦΟΡΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΘ. ΑΠΑΙΤΟΥΝ ΤΟΝ ΑΕΤΖΟΜΕΝΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΩΝ ΚΑΘΑΡΩΝ ΕΘΑΡΩΝ ΜΙΑΣ ΕΠΕΝΔΕΥΣΗΣ

- ΧΡΗΜΑΤΟΡΡΟΗ (CASH FLOW) ΣΥΜΜΑΙΝΕΙ ΤΗΝ ΚΑΘΑΡΗ ΑΛΛΑΓΗ ΣΤΟ ΤΑΜΕΙΟ ΜΙΑΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ ΚΑΤ' ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑ ΧΡΗΜΑΤΟΡΡΟΗ ΕΠΕΝΔΕΥΣΗΣ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΤΟ ΤΑΜΕΙΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΕΥΣΗΣ ΣΕ ΕΝΑ ΧΡΟΝΙΚΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ (ΣΥΝΗΘΩΣ ΕΤΟΣ...)

ΕΙΝΑΙ (ΣΤΟ ΕΤΟΣ  $t$ )

$$X_t = \left( \begin{array}{c} \text{ΣΤΑΘΕΡΑ ΤΟΥ} \\ \text{ΧΡΗΜΑΤΟΡΡΟΙΕΣ ΤΩΝ ΕΤΩΣ  $t$ } \end{array} \right)$$

$$= \begin{array}{l} \text{ΕΣΟΔΑ ΕΤΩΣ} \\ \text{ΠΩΛΗΣΕΩΝ} \end{array} - \begin{array}{l} \text{ΔΑΠΑΝΕΣ} \\ \text{"ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ"} \end{array} - \begin{array}{l} \text{ΦΟΡΟΕΤΩΣΕΙΣ} \\ \text{"} \end{array} \pm \begin{array}{l} \text{ΧΡΗΜΑ-} \\ \text{ΤΩ ΔΙΟΡ-} \\ \text{ΚΟΜΙΚΑ} \end{array}$$

ΤΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΕΙΝΑΙ ΑΘ' ΕΝΟΣ ΟΙ ΕΙΣΠΡΑΞΕΙΣ ΠΟΣΩΝ ΔΑΝΕΙΟΥ (ΟΡΕΓΙΚΑ) ΚΑΙ ΟΙ ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΠΛΗΡΩΜΕΣ (ΑΡΝΗΤΙΚΑ)

- Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΘΩΡΩΝ ΕΙΝΑΙ ΠΕΡΙΠΛΑΚΟΣ
- ΘΕΡΩΝΕΤ ΟΤΙ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΡΩΓΙΕΣ ΕΠΙ ΤΩΝ ΦΟΡΟΛΟΓΗΤΩΝ ΚΕΡΔΩΝ
- ΦΟΡΟΛΟΓΗΤΑ ΚΕΡΔΗ ΕΙΝΑΙ ΤΑ ΑΣΑΡΑΡΙΚΤΑ ΚΕΡΔΗ (ΠΩΛΗΣΕΙΣ - ΕΣΟΔΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ) ΜΕΤΩΝ ΑΠΟΣΑΦΕΙΣ ΑΚΙΩ ΤΩΡΩ ΔΑΝΕΙΩΝ

ΜΕ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΦΟΡΟΛΟΓΙΑΣ  $g$  ( $\sim 35-40\%$  - ΝΕΙΡΝΕΝΩ)

ΕΙΝΑΙ  $\Phi\omega\delta\epsilon\epsilon_t = f (Π\omega\lambda\eta\sigma\eta_t - \Delta\alpha\pi\alpha\lambda\epsilon\epsilon_t - \text{Α}\nu\omega\sigma\beta\eta\epsilon_t - \text{Τ}\omega\kappa\omicron\iota\epsilon_t)$

ΑΡΑ  $X_t = Π\omega\lambda\eta\sigma\eta_t - \Delta\alpha\pi\alpha\lambda\epsilon\epsilon_t - f (Π\omega\lambda\eta\sigma\eta_t - \Delta\alpha\pi\alpha\lambda\epsilon\epsilon_t - \text{Α}\nu\omega\sigma\beta\eta\epsilon_t - \text{Τ}\omega\kappa\omicron\iota\epsilon_t) - [\text{Τ}\omega\kappa\omicron\iota\epsilon_t + \chi\pi\epsilon\lambda\alpha\upsilon\sigma\iota\alpha_t]$

$X_t = (1-f) [Π\omega\lambda\eta\sigma\eta_t - \Delta\alpha\pi\alpha\lambda\epsilon\epsilon_t] + f \text{Α}\nu\omega\sigma\beta\eta\epsilon_t - [(1-f) \text{Τ}\omega\kappa\omicron\iota\epsilon_t + \chi\pi\epsilon\lambda\alpha\upsilon\sigma\iota\alpha_t]$

Η ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ ΣΚΕΨΗ ΑΦΕΙ ΟΤΙ

- ΟΙ ΑΝΩΣΒΕΣΕΙΣ ΕΙΝΑΙ "ΠΗΓΗ" ΧΡΗΜΑΤΟΡΡΗΣΕ
- ΟΙ ΤΟΚΟΙ "ΜΗΙΖΟΝΤΑΙ" ΚΑΤΑ ΤΟ ΠΟΣΟΣΤΟ ΦΩΡΟΛΟΓΙΑΣ

ΑΣΚΗΣΗ Η ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΤΩΝ ΚΑΤΑΒΟΛΩΝ ΓΙΑ ΕΝΑ ΔΑΝΕΙΟ ΜΕ ΤΟΡΟΥΣ ΜΗΣΙΑΚΟΥΣ ΚΑΤΑ  $f$  ΙΣΟΥΤΑΙ ΜΕ ΤΟ ΠΟΣΟ ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ ΜΕ ΕΠΙΤΟΚΙΟ  $(1-f)r$  (ΚΑΙ ΟΤΙ  $r \neq 1$ ) ΑΝΟΧΙΖΕΤΕ ΤΟ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

• ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΑΔΑΠΗΝΕ 100 ΧΙΑ Ε ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙ ΓΙΑ 5 ΕΤΗ. ΟΙ ΑΡΧΙΚΕΣ ΑΔΑΠΕΣ ΑΝΩΣΒΕΝΟΝΤΑΙ ΙΣΟΠΟΣΑ ΠΑΛΙ ΣΕ 5 ΕΤΗ. ΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΙΝΑΙ 50€ / ΜΟΝΑΔΑ ΚΑΙ Η ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΕΙΝΑΙ 1000 ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΤΗΣΙΩΣ ΣΤΑΘΕΡΗ ΣΤΗ ΠΕΝΤΑΕΤΙΑ.

Η ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΔΑΝΕΙΖΕΤΑΙ 50 ΧΙΑ Ε ΠΟΥ ΑΝΟΠΛΗΡΩΝΕΙ ΜΕ ΙΣΑ ΧΡΕΩΛΥΣΙΑ ΚΑΙ  $f_{\text{Π}}$  = 10%

Η ΦΩΡΟΛΟΓΙΑ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΚΗ ΜΕ ΣΥΜΤΕΛΕΣΤΗ 40%.

(α) ΑΝ Η ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΕΩΣ ΕΙΝΑΙ 75€ / ΜΟΝΑΔΑ ΓΡΑΨΤΕ ΤΗΝ ΧΡΗΜΑΤΟΡΡΗΝ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕ ΤΟ ΙΑΚ (ΕΤΑ ΙΔΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ !)

(b) ΠΩΣ ΤΙΜΗ ΜΟΝΑΔΟΣ ΕΞΑΞΙΟΛΟΓΕΙ  
 $IRR = 10\%$  ;

(a) Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΧΡΗΜΑΤΟΡΡΟΗΣ ΕΙΝΑΙ

ΕΤΟΣ	ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΔΑΝΕΥΣΗ	ΚΕΦ. ΤΟΚΟΙ ΔΑΝ.	ΑΠΟΣΒΕΣΕΙΣ	ΕΣΟΔΑ ΑΡΑ	ΔΑΔΑ ΝΕΕΣ ΑΣΑ.	ΦΟΡΜ. ΚΕΡΑΤΩΝ	ΦΡ	ΥΠ/ΡΟΗ
0	-100	+50						-50
1	-	-10	+5	20	75	50	0	90
2	-	-10	+4	20	75	50	1	94
3	-	-10	+3	20	75	50	2	98
4	-	-10	+2	20	75	50	3	1,2
5	-	-10	+1	20	75	50	4	1,6

• 70 ΕΤΟΣ Φ Η ΔΑΠΑΝΗ ΙΣΙΩΝ ΚΕΦ ΕΙΝΑΙ  $100 - 50 = 50$

• 70 ΕΤΟΣ Δ ΤΑ ΦΟΡΑ ΚΕΡΑΤΩΝ ΕΙΝΑΙ  $(75 - 50) - 20 - 5 = 0$   
 ΠΡΑΞΕΙ 3 ΤΟΚΟΙ

ΑΡΑ ΟΙ ΦΟΡΟΙ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝ

• Η ΧΡ/ΡΟΗ ΤΟ ΕΤΟΣ Δ ΕΙΝΑΙ

$$\begin{array}{ccccccc} (75 - 50) & - & 15 & - & 0 & = & 10 \\ \text{3} & & \text{3} & & \text{3} & & \text{3} \\ \text{ΑΚΑΘ. ΚΕΡΑΤΩΝ} & & \text{ΔΑΝ.} & & \text{ΦΟΡΟΙ} & & \end{array}$$

• ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΓΙΑ ΤΑ ΑΛΛΑ ΕΤΗ

• ΑΝ Η ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΣΥΝΕΧΙΖΟΤΑΝ ΜΕΤΑ ΤΟ ΧΡΟΝΟ 5 ΑΝ ΔΑ ΥΠΗΧΘΕ ΔΑΝΕΙΟ ΚΑΙ

ΑΠΟΣΒΕΣΕΙΣ - Η ΧΡ/ΡΟΗ ΔΑ ΗΤΑΝ

$$60\% \text{ ΤΩΝ ΑΚΑΘ ΚΕΡΑΤΩΝ } (0,6 \cdot 25 = 15)$$

• Η Ε. ΑΡΧΙΚΗ ΑΕ ΘΡΑΝΟΥΣ ΤΟ ΙΑΡ ΣΤΗΝ  
ΤΡΑΧΥΤΑΙΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΚΥΟΤΕΙ 3,76%

(6) ΑΝ Η ΤΙΜΗ ΠΡΑΞΕΩΣ ΕΙΝΑΙ π, Η  
ΧΡ/ΡΟΗ  $X_k$  k=1,...,5 ΕΙΝΑΙ:

$$X_k = 0,6 (\pi - 50) + 0,4 \cdot 20 - \left[ \frac{0,6 \text{ ΤΟΚΟΣ} + 10}{k} \right]$$

3  
ΑΠΟΣΒ

ΓΙΑ ΝΑ ΕΧΟΥΜΕ ΙΑΡ 10% ΠΡΕΠΕΙ

$$50 = (0,6\pi - 32) \cdot (5,10\%) = 0,6 \left[ \frac{5}{1,1} + \frac{4}{1,1^2} + \frac{3}{1,1^3} + \frac{2}{1,1^4} + \frac{1}{1,1^5} \right]$$

ΓΙΑΤΙ ;

ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΠΟΥ ΑΥΧΕΙΖΑΙ ΕΥΚΟΛΑ  
ΚΑΙ ΔΙΝΕΙ  $\pi \approx 78,5 \text{ €}$

• Η ΧΡ/ΡΟΗ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ (ΣΕ ΧΙΛ. Ε) ΣΤΟΝ ΠΙΝΑΚΑ:

ΕΤΟΣ	ΙΑΡΑ ΚΩΣ.	ΧΡΕΣΤΑ	ΤΟΚΟΣ	ΑΠΟΣΒ	ΑΚΑΘ ΚΑΘΗ	ΣΑΡΑ. ΚΑΘΗ	ΘΥΠΗ	ΧΡ/ΡΟΗ
0	-50							-50
1	10	5	20	28,5	3,5	1,4	12,1	
2	10	4	20	28,5	4,5	1,8	12,7	
3	10	3	20	28,5	5,5	2,2	13,3	
4	10	2	20	28,5	6,5	2,6	13,9	
5	10	1	20	28,5	7,5	3,0	14,5	

ΠΟΥ ΕΚΕΙ ΟΥΤΟΣ ΙΑΡ 10% ΚΑΘΟΣ  $\frac{12,1}{1,1} + \frac{12,7}{1,1^2} + \dots + \frac{14,5}{1,1^5} = 50$

• ΑΣΚΗΣΗ: ΓΙΑ ΔΕΚΑΕΤΗ ΑΕΙΟΥΜΠΙΑ ΔΟΙΑ ΤΙΜΗ  
ΔΙΝΕΙ ΙΑΡ 10% ; ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΕΤΕ ΚΑΙ ΤΟΝ  
ΠΙΝΑΚΑ ΧΡΗΜΑΤΟΡΡΟΝ.

