

**Αξιολόγηση Επενδύσεων με Εφαρμογές στην Πληροφορική  
Εξέταση Σεπτεμβρίου 2022**

**ΟΛΗΓΙΕΣ:**

**Κλειστά βιβλία – επιτρέπεται μία σελίδα Α4 με ΧΕΙΡΟΓΡΑΦΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ και αριθμομηχανές, όχι ΚΙΝΗΤΑ. Γράψτε τέσσερα από τα πέντε θέματα. Θα βαθμολογηθούν τα ΠΡΩΤΑ 4 θέματα που θα γράψετε. Τα υποθέματα έχουν ίδια στάθμιση εκτός και αν σημειώνεται διαφορετικά. Τα τελευταία 2 λεπτά της εξέτασης επιτρέπεται η χρήση του κινητού σας για να φωτογραφησετε το γραπτό σας.**

**Προετοιμασία:** Στην αρχή του γραπτού σας γράψτε τον αριθμό μητρώου σας. Το τελευταίο ψηφίο του θα είναι εφεξής η παράμετρος  $M$ , ενώ το προτελευταίο η παράμετρος  $\Pi$ . Έτσι αν ο αριθμός σας είναι 3200158 θα έχετε  $M=8$  και  $\Pi=5$ . Γράψτε ευκρινώς το  $M$  και το  $\Pi$  που σας αντιστοιχούν.  
**Προσοχή:** όταν γράφουμε  $3 \cdot M$  ή  $3M$  εννοούμε 3 επί  $M$ .

**Θέμα 1°**

**α.** Ένας επενδυτής επιθυμεί να τοποθετήσει ένα ποσό για  $33+\Pi$  μήνες και μπορεί να επιλέξει μεταξύ τραπεζών με τους παρακάτω όρους:

- I. Σύνθετος τόκος με  $j_{(1)}=10\%$  - τοποθέτηση 5 μήνες μετά κάποια κεφαλαιοποίηση
  - II. Σύνθετος τόκος με  $j_{(2)}=9,9\%$  - τοποθέτηση ακριβώς σε κεφαλαιοποίηση
  - III. Σύνθετος τόκος με  $j_{(12)}=9,8\%$  - τοποθέτηση 15 ημέρες (μισό μήνα...) πριν κάποια κεφαλαιοποίηση
- Τι πρέπει να επιλέξει; Δεν επιτρέπονται «επανατοποθετήσεις» σε συντομότερα διαστήματα των περιόδων κεφαλαιοποίησης. **Προαιρετικό (+20%)** Τι θα επέλεγε αν επιτρέπονται «επανατοποθετήσεις» σε συντομότερα διαστήματα των περιόδων κεφαλαιοποίησης.

**β.** Ένα δάνειο  $A$  ευρώ αποπληρώνεται με ίσες πληρωμές (τοκοχρεωλύσια). Η αποπληρωμή γίνεται σε  $N$  έτη, με  $n$  πληρωμές ανά έτος (σε ίσα χρονικά διαστήματα μεταξύ των) και ονομαστικό επιτόκιο  $j_{(n)}$ . Θέλουμε να καταστρώσουμε τον πίνακα αποπληρωμής του δανείου (να γίνεται οπωσδήποτε ο επιμερισμός των πληρωμών σε τόκους και χρεωλύσια).

**Αρχίστε τους υπολογισμούς σας στην γραμμή 10+M**

- i. (50%) Καταστρώστε το σχετικό φύλλο λογισμικού θεωρώντας ότι το ποσό του δανείου, η διάρκεια, η συχνότητα και το ονομαστικό επιτόκιο είναι παράμετροι. Επίσης ο αριθμός των πληρωμών είναι κάτω των (έστω) 100. Δεν θέλουμε να εμφανίζονται «εγγραφές» πέραν της διάρκειας του δανείου
- ii. (30%) Αλλάξτε το προγραμμά σας ώστε να μπορεί ο χρήστης να εισάγει χειρογραφικά τα **χρεωλύσια** που επιθυμεί σε κάποιες «μακρινές» θέσεις, πχ τις  $Y_{31}:Y_{30+k-1}$  ( $k$  ο αριθμός των πληρωμών) ενώ στην  $Y_{30+k}$  θέση θα γράφεται αυτόματα το χρεωλύσιο αν το άθροισμα των χρεωλυσίων είναι μικρότερο του δανείου, διαφορετικά θα αναγράφεται κάποιο μήνυμα προς τον χρήστη.
- iii. (20%) Αλλάξτε το αρχικό προγραμμά σας για τον πίνακα αποπληρωμής για να μπορεί ο χρήστης να εισάγει τις **πληρωμές** που επιθυμεί στις θέσεις  $Y_{31}:Y_{30+k-1}$  ( $k$  ο αριθμός των πληρωμών) ενώ στην  $Y_{30+k}$  θέση θα γράφεται αυτόματα η πληρωμή που απαιτείται για να αποπληρωθεί το δάνειο (για λόγους απλοποίησης η τελευταία πληρωμή μπορεί να είναι αρνητική...)

**Θέμα 2°**

**α.** Μία επένδυση έχει αρχική δαπάνη 1,6 εκατ. ευρώ και θα διαρκέσει δύο έτη. Θα έχει κέρδη προ αποσβέσεων  $(1+0,1M)$  εκατ. ευρώ το επόμενο έτος και 0,8 εκατ. ευρώ το μεθεπόμενο έτος. Η φορολογία είναι 20% ενώ οι αρχικές δαπάνες αποσβένονται σε δύο έτη. Υπολογίστε το IRR της επένδυσης.

**β.** Ένα δάνειο  $300+10M$  χιλ. ευρώ εξοφλείται σε 4 έτη και ετήσιες δόσεις με επιτόκιο  $j_{(1)}=8\%$ . Για να διευκολυνθεί ο δανειζόμενος, οι πληρωμές αρχικά είναι μικρές και αυξάνονται σταδιακά. Συγκεκριμένα η κάθε δόση είναι αυξημένη κατά 8% σε σχέση με την προηγούμενη.

i. (60%) Υπολογίσατε τις δόσεις και

ii. (40%) Καταστρώστε τον πίνακα αποπληρωμής του δανείου.

### Θέμα 3°

α. Μία επένδυση λειτουργεί επί 9 έτη. Η αρχική δαπάνη της επένδυσης ήταν  $250+10 \cdot M$  χιλ. ευρώ ενώ τα κέρδη πρό φόρων και ασφαλιστικών εισφορών ήταν  $35+M$  χιλ. € κάθε τρίμηνο και εισπράττονταν στο τέλος του τριμήνου. Στο τέλος κάθε έτους πλήρωνε φόρους 55 χιλ. € ενώ κάθε εξάμηνο πλήρωνε ασφαλιστικές εισφορές για τα στελέχη της 15 χιλ. €. Θα ήταν καλύτερα να είχε τοποθετήσει την αρχική δαπάνη της επένδυσης σε λογαριασμό που θα έδινε επιτόκιο  $j_{(12)}=9\%$ ;

β. Μια επιχείρηση σκοπεύει να αγοράσει μια μηχανή τύπου Α, Β ή Γ. Οι μηχανές κάνουν την ίδια δουλειά αλλά το ετήσιο κόστος λειτουργίας της Α είναι 1,5 χιλ. €, της Β 1,3 χιλ. € και της Γ 1,0 χιλ. €, που παραμένουν σταθερά. Η Α έχει διάρκεια ζωής 5 έτη και κόστος αγοράς 16 χιλ. €, η Β έχει διάρκεια ζωής 9 έτη και κόστος αγοράς 28 χιλ. € ενώ η Γ κοστίζει μεν 200 χιλ. € αλλά διαρκεί για απεριόριστο χρονικό διάστημα. Στο τέλος της ζωής κάθε μηχανήματος υπάρχει δαπάνη 2 χιλ. € για την περιβαλλοντικά σωστή αποκομιδή του. Ισχύει επιτόκιο  $(2+0.2 \cdot M) \%$  με ετήσια κεφαλαιοποίηση ενώ αγνοούμε τον πληθωρισμό.

ι. (60%) Ποια μηχανή θα αγοράζατε;

ιι. (40%). Έστω εξετάζουμε μόνο το μηχάνημα Α και διαπιστώνουμε ότι το κόστος λειτουργίας του είναι μεν αρχικά 1,5 χιλ. ευρώ αλλά αυξάνεται κατά 20% ετησίως οπότε μετά από κάποια ηλικία το κόστος λειτουργίας του θα είναι απαγορευτικά υψηλό. Είναι σκόπιμο να αγοράζουμε νέο μηχάνημα ίδιου τύπου κάθε 5 ή κάθε 9 έτη; Η δαπάνη αποκομιδής του παλαιού είναι πάντα 2 χιλ. ευρώ.

### Θέμα 4°

Μία επένδυση έχει αρχική δαπάνη  $12,0+0.1M$  εκατ. € και θα λειτουργήσει επί 7 έτη. Το ποσό αυτό αποσβένεται με ίσα ποσά ανά έτος σε 5 έτη. Στο τελευταίο έτος λειτουργίας της επένδυσης τα πάγια στοιχεία της (μηχανήματα, κτίρια κλπ) πωλούνται προς 2 εκατ. ευρώ, ποσό που φορολογείται. Τα πρώτα 2 έτη η επένδυση θα έχει ετήσιο κέρδος προ τοκοχρεολυσίων, φόρων και αποσβέσεων 3,2 εκατ. ευρώ, τα επόμενα τρία έτη κέρδη 3,0 εκατ. ευρώ ετησίως και εφεξής κέρδη 0,8 εκατ. ευρώ πάλι ετησίως. Η φορολογία είναι 40%.

α. (50%) Καταστρώστε τις χρηματοροές της επένδυσης και εκτιμείστε αν η επένδυση είναι συμφέρουσα με το κριτήριο Καθαρής Παρούσας Αξίας και επιτόκιο αξιολόγησης  $j_{(1)}=(10+0,05M) \%$ .

β. (50%) Η επένδυση μπορεί να χρηματοδοτηθεί με ένα δάνειο  $6,0+0,1M$  εκατ. ευρώ που εξοφλείται με επιτόκιο 12% σε τέσσερις ίσες δόσεις. Θα αναλαμβάνατε στην περίπτωση αυτή την επένδυση;

γ. (20% Προαιρετικό...) Υπάρχει περίπτωση η επένδυση με 40% φορολογία να μην είναι συμφέρουσα με επιτόκιο αξιολόγησης 10% χωρίς δάνειο αλλά να γίνεται συμφέρουσα με το δάνειο παρόλο που έχει επιτόκιο δανεισμού 12% υψηλότερο από το επιτόκιο αξιολόγησης της επένδυσης; Ίδια ερώτηση για επιτόκιο δανεισμού 15%.

### Θέμα 5°

α. Ένα δάνειο ποσού 200.000 € εξοφλείται σε  $20 + M$  έτη με ίσες δόσεις (τοκοχρεολύσια) και ονομαστικό επιτόκιο  $j_{(4)}=(4+M/10) \%$ . Να υπολογισθεί το άθροισμα των μερών τόκου όλων των πληρωμών.

β. Έστω ότι σας δίνεται η χρηματοροή μίας επένδυσης δηλαδή μη αρνητικοί αριθμοί  $x_0, x_1, \dots, x_N$  όπου το  $x_0$  είναι η αρχική δαπάνη ενώ τα υπόλοιπα  $x$  είναι εισροές στο ταμείο του επιχειρηματία στο τέλος των ετών  $1, 2, \dots, N$ . Επίσης έστω ότι το επιτόκιο της εναλλακτικής τοποθέτησης  $j_{(n)}$  είναι  $r\%$ .

**Αρχίστε τους υπολογισμούς σας στην γραμμή  $10+M$**

(α - 60%) Καταστρώστε ένα παραμετρικό φύλλο λογισμικού που υπολογίζει την Καθαρά Παρούσα Αξία της επένδυσης ΧΩΡΙΣ την χρήση της ενσωματωμένης συνάρτησης NPV().

(β - 40%) Θεωρώντας ότι μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την ενσωματωμένη συνάρτηση NPV αλλά όχι την IRR γράψτε ένα φύλλο λογισμικού που θα υπολογίζει την IRR για την επένδυση με τις παραπάνω παραμέτρους με ακρίβεια 3 δεκαδικών στην ποσοστιαία έκφραση του IRR, υποθέτοντας ότι το IRR είναι θετικό αλλά μικρότερο του 30%.

**Υπόδειξη:** Χρησιμοποιείστε διχοτόμηση. Για να βρείτε πόσες «γραμμές» χρειάζεσθε εξετάστε πόσες επαναλήψεις θα απαιτηθούν για την επιθυμητή ακρίβεια.

1  
 Η ζήτηση είναι ελαστική  
 ε302. ε302. 22 - ενδεχόμενος δώρος  
Πυροσ για  $M=1$   $\pi=3$

1. (A)  $T = 33 + \pi = 36$

I.  $T = (5) 7 + 2 \cdot 12 + 5$

$$S = \left(1 + \frac{7}{12} \cdot 0,10\right) \left(1 + 0,10\right)^2 \left(1 + \frac{5}{12} \cdot 0,10\right) A$$

$$= 1,334 A$$

II.  $T = 6 \cdot 6$

$$S = \left(1 + 0,099 \cdot \frac{6}{12}\right)^6 A = 1,336 A$$

III.  $T = 1\frac{1}{2} + 35 + \frac{1}{2}$

$$S = \left(1 + 0,098 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12}\right)^2 \left(1 + 0,098 \cdot \frac{1}{12}\right)^4 A$$

$$= 1,340 A \quad \leftarrow$$

Προσέγγιση: Αν εδωκεναι η ελαστικότητα  
 στην  $S = e^{36/12} \cdot A$

Ανα επιλέγουμε τον δόλοφο σε  
 το μέγιστο ενοποιητικό ενδιαφέρον,  
 δηλαδή το  $r_{int} = 10\%$  ( $> r_{m}, r_{ext}$ )

6. i. Τυπολόγιστον

ii. Η το τυπολόγιστον είναι το απομνημόνευον  
 πριν το γράφω χρευστό. Ο τόκος  
 είναι το απομνημόνευον επί τόκο και  
 ύψ. Η χρευστική ανάγκη είναι το γράφω  
 χρευστό συν τον γράφω τόκο. Αν το  
 αίδρομα των χρευστοβίων δεν είναι 100  
 με το δάνο (IF...) και όλα επιλέγουν  
 100% επιλέγουν πύρα (π.χ. 620 A1  
 A1 := IF (Εξπρ + λαιο, "Νατος", "Επαι")

(8) Το πρώτο είναι όπως το (α) όπου στο  
 δεξί της μηχανικής αναγράφεται το  
 $Y_31: Y_30 + k - 1$  ενώ στην τελευταία  
 μηχανική ελαίουμε  $X$  οφείλ.

$$\text{Δαξίο} = \sum_{t=1}^k \frac{Y_t}{(1+r)^t} + \frac{X}{(1+r)^k}$$

(ώστε η Π.Α. της μηχανικής να ισορροπεί  
 με το δάξιο).

2. α.  $M=1$ , οφείλ κέρδη 1,1€ το 1<sup>ο</sup> έτος  
 και 0,8 το 2<sup>ο</sup> έτος. Οι χρονοί είναι

$$1^{\circ} \text{ έτος} = 1,1 - 0,20(1,1 - 0,8) = 1,04 \text{ ευρώ}$$

$$\text{το } 2^{\circ} \text{ έτος} = 0,8 - 0,2(0,8 - 0,8) = 0,8 \text{ Αξία}$$

$$\text{Αν } X = \frac{1}{1+IRR} \text{ πρέπει}$$

$$-1,6 + \frac{1,04}{X} + \frac{0,8}{X^2} = 0$$

$$1,6X^2 - 1,04X - 0,8 = 0 \quad \text{''}$$

$$X = \frac{1,04 + \sqrt{1,04^2 + 4 \cdot 1,6 \cdot 0,8}}{2 \cdot 1,6} = 1,1032$$

$$\text{Αρα } IRR = 10,32\%$$

β. Δαξίο  $300 + 10 \cdot 1 = 310$   $\downarrow M$

Αν  $X \cdot 1,08$  η 1<sup>η</sup> μηχανική πρέπει

$$310 = \frac{X \cdot 1,08}{1,08} + \frac{X \cdot 1,08^2}{1,08^2} + \dots = 4X$$

Αρα  $X = 310/4 = 77,5$  οφείλ οι  
 μηχανικές είναι

$$Y_1 = 77,5 \times 1,08 \quad X_2 = X_1 \times 1,08 \text{ κ.ρ.}$$

Ο Πίνακας αποδυναμικής είναι

Ποσοστά Τόκων Χρόνος Υπόλοιπο

0	-	-	-	310,0	
1	88,9	24,8	58,9	251,1	
2	90,4	20,1	70,3	180,8	
3	97,6	14,5	83,1	97,7	
4	105,4	7,8	97,6	20	Αρχικό 8 ετών ετήσιοι

3. (α)  $M=1$  Αρχική Πράξη 250 + 10 · 1 = 260  
 Κεφάλαια  $35 + M = 36$  x12. Το ετήσιο τόκο  
 ζυγώνον είναι  $(1 + \frac{0,09}{12})^{12} - 1 = 2,27\%$

και τον ετήσιο  $(1 + \frac{0,09}{12})^6 - 1 = 4,58\%$

και τον ετήσιο  $(1 + \frac{0,09}{12})^{12} - 1 = 9,38\%$   
 οδός η ΚΠΑ είναι

$$KPA = -260 + 36 a(36; 2,27\%) - 55 a(9; 9,38\%) - 15 a(18; 4,58\%)$$

$$a(36; 2,27\%) = 24,42 \quad a(9; 9,38\%) = 5,90$$

$$a(18; 4,58\%) = 17,08 \quad \text{οδός}$$

$$KPA = -260 + 879,1 - 324,5 - 181,2 = 113,4 \quad \text{από 605,5 ετη}$$

(β) (i)  $i = 2,2\%$

	Κόστος	Απομείνα (N,P)	Σύνολο	Ποσοστό	Σύνολο	Απομείνα
A	16	5	4,69	$18 + \frac{2}{1,022^5} = 19,8$	1,5	$1,5 \cdot 1,022^{19,8} + 1,1 = 57,2$
B	28	9	8,08	$28 + \frac{2}{1,022^9} = 29,6$	1,3	$1,3 \cdot 1,022^{29,6} + 1,3 = 49,6$
Γ	200	∞	45,05	200	1,0	$1,0 \cdot 1,022^{45,05} = 5,43$

Από η Γ ουσίως

(ii) Για 5 ετη 20 ετήσιο τόκος είναι  $\bar{a}^{15,2\%|5} [ (18 + \frac{2}{1,022^5}) + \frac{1,5}{1,2} a(15; 2,022 - 2,20\% - 15\%) ]$

$$[ 19,8 + \frac{1,5 \cdot 8,35}{1,2} ] / 4,69 = 30,11 / 4,69 = 6,42$$

Γ.Α 9 €200 ανά

$$\left[ \underbrace{\left( \frac{18 + \frac{2}{1,0229}}{19,64} \right)}_{19,64} + \underbrace{\frac{1,5}{1,2} \cdot 2(9, -0,15)}_{27,65} \right] / \underbrace{2(9, 2,2\%)}_{8,08}$$

$$= 47,29 / 8,08 = 5,85$$

Αρα συμφέρει η απαγοήκη κάθε 9 €200.

4.

α.	Έξοδος	Κεφάλαιο	Απόδοσ	Κερίμ	Φόρος	Χρ/φορ
	-0,1	-12,1				-12,1
1		0	2,42	3,2	0,312	2,888
2		0	2,42	3,2	0,31,2	2,888
3		0	2,42	3,0	0,232	2,768
4		0	2,42	3,0	0,232	2,768
5		0	2,42	3,0	0,232	2,768
6		0		0,8	0,32	0,48
7		+2,0		0,8	0,12	1,68

$$ΚΠΑ = -12,1 + \frac{2,89}{1,115} + \frac{2,89}{1,115^2} + \frac{2,768}{1,115^3} + \frac{2,768}{1,115^4} + \frac{2,768}{1,115^5}$$

$$+ \frac{0,48}{1,115^6} + \frac{1,68}{1,115^7} =$$

$$= -12,1 + 2,513 + 2,185 + 1,82 + 1,583 + 1,38 + 0,25 + 0,78 = -12,1 + 10,5 = -1,6 €200$$

αρα δεν συμφέρει.

6 Αποτίμω 6,1 €200. πηγή προέρχεται 5% / 2 (4,12%)  
 = 6,1 / 3,037 ≈ 2,01

Περίοδος	Τόκ	Υπό	Αποτίμω
0	0	6,1	6,1
1	2,01	0,73	1,78
2	2,01	0,58	1,43
3	2,01	0,41	1,29
4	2,01	0,21	1,80

ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΙΣΡΟΔΩΝ

Ετος	Κεφάλαιο	Δανειό	Τόκο	Αποββ. Κεφ/ν	Φόρος	Χρ/γον
0	-12,1	6,1				-6,0
1		2,01	0,73	2,42	3,2	~0 (3,2-2,1) = 1,19
2		2,01	0,58	2,42	3,2	0,08
3		2,01	0,41	2,42	3,0	0,07 (3-2,1) = 0,92
4		2,01	0,21	2,42	3,0	0,15
5				2,42	3,0	0,23
6					0,8	0,32
7	2				0,8	1,12

$$\begin{aligned}
 ΚΑΑ &= -6 + \frac{1,19}{1,115} + \frac{1,11}{1,115^2} + \frac{0,92}{1,115^3} + \frac{0,75}{1,115^4} + \frac{2,77}{1,115^5} \\
 &+ \frac{0,48}{1,115^6} + \frac{1,68}{1,115^7} = -6 + 1,07 + 0,89 + 0,74 \\
 &+ 0,60 + 1,60 + 0,25 + 0,78 = -6,0 + 5,93 \\
 &= -0,07
 \end{aligned}$$

Πάρε δεν υπάρχει απαξία στην τιμή οφειλά.

γ. Το εδαφείο για την φορολογία είναι 60% του οφειλά. Το 12% υπολογίζεται με 7,2% ενώ το 15% με 9%, άρα και τα δύο οφείλουν την ΚΑΑ της εισόδου καθώς είναι μικρότερα του 10%.

5.9  $20 + 11 = 21$  ετη.  $f(4) = 43\%$   
 $55,13$   $\rightarrow p = 800/4 = 1,075\%$   
 Πληρωμή =  $200 \bar{a} (84; 1,075\%) = 21 / 55,13 = 3,63$

Εσοδικός καθαρός  $84 \times 3,73 = 304,7$   
 αλλά ως οφείλει  $304,7 - 200,0 = 104,7$  εκ. είναι τόκοι.

ε. Δείξτε αποσπασμένες δόσεις.