

**Αξιολόγηση Επενδύσεων με Εφαρμογές στην Πληροφορική  
Πρόοδος Δεκεμβρίου 2021**

*Γράψτε όσα θέματα μπορείτε. Διάρκεια μιάμιση ώρα.*

**Προετοιμασία:** Στην αρχή του γραπτού σας γράψτε τον αριθμό μητρώου σας. Το τελευταίο ψηφίο του θα είναι εφεξής η παράμετρος  $M$ , ενώ το προτελευταίο η παράμετρος  $\Pi$ . Έτσι αν ο αριθμός σας είναι 3200158 θα έχετε  $M=8$  και  $\Pi=5$ . Γράψτε ευκρινώς το  $M$  και το  $\Pi$  που σας αντιστοιχούν.

1. Ένας επενδυτής επιθυμεί να τοποθετήσει ένα ποσό για  $31+M$  μήνες και μπορεί να επιλέξει μεταξύ τραπεζών με τους παρακάτω όρους:

- A. Σύνθετος τόκος με  $j_{(2)}=9,8\% + \Pi/10$  - τοποθέτηση 2 μήνες πριν κάποια κεφαλαιοποίηση
- B. Σύνθετος τόκος με  $j_{(1)}=9,9\% + \Pi/10$  - τοποθέτηση 7 μήνες μετά κάποια κεφαλαιοποίηση
- Γ. Σύνθετος τόκος με  $j_{(12)}=9,7\% + \Pi/10$  - τοποθέτηση σε κεφαλαιοποίηση

Τι πρέπει να επιλέξει αν σε όλες τις τράπεζες υπάρχουν επιβαρύνσεις που αποτρέπουν συχνές κεφαλαιοποιήσεις; **Προαιρετικά, επιπλέον:** (+20% στο θέμα) Αν δεν υπάρχουν επιβαρύνσεις τι συμφέρει;

2. Επενδυτής αγόρασε έντοκο γραμματίο Δημοσίου απόδοσης  $6,5+M/10\%$  και ετήσιας διάρκειας. Μετά από 5 μήνες το ρευστοποίησε όταν οι αποδόσεις των γραμματίων (για όλες τις διάρκειες) είχαν αυξηθεί στο  $8,5+M/10\%$ . Οι πράξεις αυτές ήταν αφορολόγητες. Εξετάστε αν θα ήταν καλύτερη επιλογή αρχικά η τοποθέτηση σε λογαριασμό απλού τόκου με επιτόκιο  $3+M/10\%$  που θα παρέμενε σταθερό για αυτούς τους μήνες και στον οποίο υπάρχει φορολόγηση των τόκων 15% (και που θα απέδιδε τόκους σε 5 μήνες).

3. Μία οφειλή στην εφορία μπορεί να εξοφληθεί χωρίς έκπτωση σε 4 ίσες τριμηνιαίες δόσεις, η πρώτη από τις οποίες πρέπει να καταβληθεί σε 3 μήνες. Εναλλακτικά μπορεί να εξοφληθεί αμέσως με έκπτωση  $4+\Pi/10\%$  επί του ποσού της οφειλής. Διαθέτουμε ένα καταθετικό λογαριασμό απλού τόκου με επιτόκιο  $8,5+\Pi/10\%$  που θα αποδόσει τόκους σε ένα έτος.

- (α -70%) Ποιόν τρόπο πληρωμής συμφέρει να επιλέξουμε;
- (β) Τι συμφέρει αν έχουμε λογαριασμό με  $j_{(4)}=8+\Pi/10\%$  και βρισκόμαστε σε κεφαλαιοποίηση;

4. Καταθέτει κάποιος ιδιώτης ποσό 100 χιλ. € σε λογαριασμό με  $j_{(2)}=24\%$  δύο μήνες μετά από κάποια κεφαλαιοποίηση.

- ι. (70%) Ποιος είναι ο ελάχιστος χρόνος με ακριβή υπολογισμό που απαιτείται έως ότου το έντοκο υπόλοιπο υπερβεί τα  $250+10M$  χιλ €;
- ιι. Ίδια ερώτηση αλλά με προσεγγιστικό υπολογισμό. Συγκρίνατε με το αποτέλεσμα στο (ι).

5. Καταθέτει ένας ιδιώτης ποσό 100 χιλ. σε στιγμή κεφαλαιοποίησης ενός λογαριασμού με ετήσια κεφαλαιοποίηση. Μετά από ένα έτος κάνει ανάληψη 70 χιλ. και κλείνει τον λογαριασμό μετά από άλλο ένα έτος εισπράττοντας 44 χιλ. Ποιό ήταν το επιτόκιο του λογαριασμού;

6. Μία επένδυση έχει αρχική δαπάνη  $A$  εκατ. ευρώ. Θα λειτουργήσει επί  $T$  έτη. Τα ακαθάριστα έσοδα προβλέπονται αρχικά σε  $E\Sigma$  χιλ. και κάθε χρόνο τα έσοδα θα είναι  $a\%$  των προηγούμενων εσόδων σύν  $B$  χιλ. Οι δαπάνες είναι αρχικά  $\Delta$  χιλ. και θα μειώνονται κατά  $\delta$  χιλ. € ετησίως. Ολόκληρη η δαπάνη της επένδυσης αποσβένεται σε  $TAP$  έτη σε ίσα ετήσια μέρη. Ο συντελεστής φορολογίας είναι  $\phi\%$ .

A 80%. Καταστρώστε ένα φύλλο λογισμικού που θα υπολογίζει τις χρηματοροές της επένδυσης. Το φύλλο σας πρέπει να έχει ως παραμέτρους ό,τι αναφέρεται ως γράμμα.

B. Επιπλέον των παραπάνω εξόδων υπάρχει ένα έκτακτο έξοδο ύψους  $EK$  χιλ. που πληρώνεται ανά δύο έτη. Πώς θα άλλαζε το φύλλο που γράψατε παραπάνω;

**Θέσεις παραμέτρων:** A: A2, T: B2 α: A1 Δ: B1, οι υπόλοιπες πριν την  $10+\Pi^n$  γραμμή

Το κυρίως φύλλο αρχίζει στην  $10+\Pi^n$  γραμμή και συνεχίζεται παρακάτω...

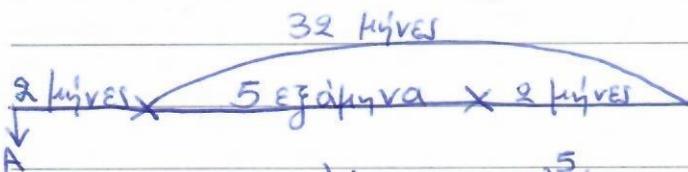
**ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟ ΠΑΡΑΠΑΝΩ**

Γράψτε ένα φύλλο λογισμικού που θα έλυνε το Θέμα 1; Ο χρήστης εισάγει το  $n$ , το επιτόκιο, την διάρκεια και τον χρόνο έναρξης της τοποθέτησης και ό,τι άλλο χρειάζεται. Θεωρείστε ότι ο χρόνος μετράται σε μήνες.

Άρα:  $M=3$  και  $\pi=0$  ✓

1) Τράπεζα Α

$j(12) = 0,098 \rightarrow \frac{12}{2} =$  Έχουμε κεφαλαιοποίηση κάθε 6 μήνες.

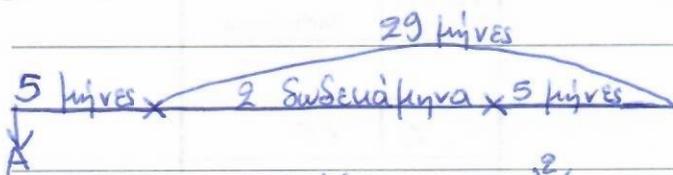


$$\begin{array}{r|l} 32 & 6 \\ 2 & 5 \end{array}$$

$$S_A = A \cdot (1 + 0,098 \cdot \frac{2}{12}) (1 + 0,098 \cdot \frac{6}{12})^5 (1 + 0,098 \cdot \frac{2}{12}) = \boxed{1,312048 \cdot A}$$

Τράπεζα Β

$j(1) = 0,099 \rightarrow \frac{12}{1} =$  Κάθε 12 μήνες

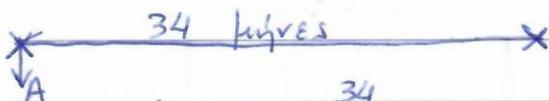


$$\begin{array}{r|l} 29 & 12 \\ 5 & 2 \end{array}$$

$$S_B = A \cdot (1 + 0,099 \cdot \frac{5}{12}) (1 + 0,099 \cdot \frac{12}{12})^2 (1 + 0,099 \cdot \frac{5}{12}) = \boxed{1,309499 \cdot A}$$

Τράπεζα Γ

$j(12) = 0,097 \rightarrow \frac{12}{12} =$  Κάθε 1 μήνα



$$S_\Gamma = A \cdot (1 + 0,097 \cdot \frac{1}{12})^{34} = \boxed{1,314857 A}$$

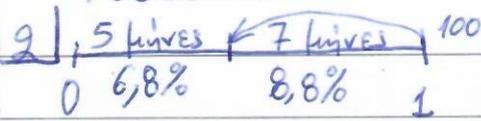
Αν δεν υπάρχουν επιβαρύνσεις, σφίγγει να κάνουμε συνέχεια κεφαλαιοποιήσεις.

Συμπεράσματα:

- Τράπεζα Α:  $S'_A = A \cdot e^{0,098 \cdot \frac{34}{12}} = \boxed{1,320046 \cdot A}$
- Τράπεζα Β:  $S'_B = A \cdot e^{0,099 \cdot \frac{34}{12}} = \boxed{1,323791 \cdot A}$
- Τράπεζα Γ:  $S'_\Gamma = A \cdot e^{0,097 \cdot \frac{34}{12}} = \boxed{1,316311 \cdot A}$

Άρα, αν ΔΕΝ υπάρχουν επιβαρύνσεις σφίγγει η τράπεζα Β. ✓

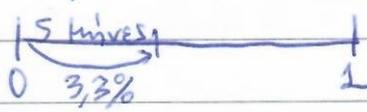
### Σενάριο Γραμμάτιο



$$P_{\text{Αγοράς}} = \frac{100}{1 + 0,068 \cdot \frac{12}{12}} = 93,63$$

$$P_{\text{Πώλησης}} = \frac{100}{1 + 0,088 \cdot \frac{7}{12}} = \boxed{95,11}$$

### Σενάριο Κατάθεση



$$S = 93,63 \cdot (1 + 0,033 \cdot \frac{5}{12} \cdot (1 - 0,15)) = 93,63 (1 + 0,033 \cdot \frac{5}{12} \cdot 0,85) \Rightarrow \Rightarrow S = \boxed{94,72}$$

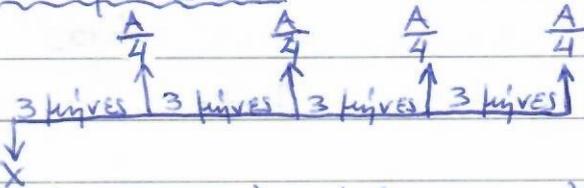
Άρα, θα ήταν καλύτερο το γραμμάτιο.

(α)

### 3 Σενάριο Έμταση

$$x = \boxed{96\% \cdot A}$$

### Σενάριο Δόσεις



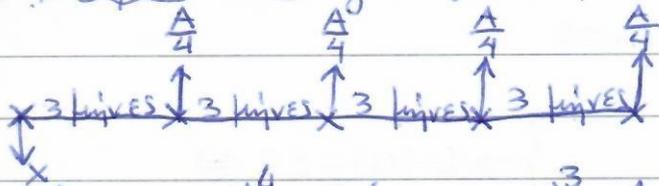
$$x \cdot (1 + 0,085 \cdot \frac{12}{12}) = \frac{A}{4} (1 + 0,085 \cdot \frac{9}{12}) + \frac{A}{4} (1 + 0,085 \cdot \frac{6}{12}) + \frac{A}{4} (1 + 0,085 \cdot \frac{3}{12}) + \frac{A}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,085 \cdot x = 1,031875 \cdot A \Leftrightarrow x = 0,9510 \cdot A \Rightarrow \boxed{x = 95,10\% \cdot A}$$

Άρα, υπερέρουν οι δόσεις. ✓

### (β) Σενάριο Έμταση (Το ίδιο με πάνω)

Σενάριο Δόσεις  $j(4) = 0,08 \rightarrow \frac{12}{4} = \text{κάθε } 3 \text{ μήνες}$



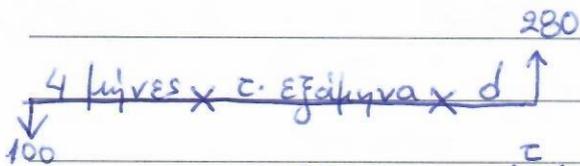
$$x \cdot (1 + 0,08 \cdot \frac{3}{12})^4 = \frac{A}{4} (1 + 0,08 \cdot \frac{3}{12})^3 + \frac{A}{4} (1 + 0,08 \cdot \frac{3}{12})^2 + \frac{A}{4} (1 + 0,08 \cdot \frac{3}{12}) + \frac{A}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,082432 \cdot x = 1,030402 \cdot A \Leftrightarrow x = 0,9519 \cdot A \Rightarrow \boxed{x = 95,19\% \cdot A} \quad \checkmark$$

Άρα, και εδώ υπερέρουν οι δόσεις.

4)

$$(i) j(2) = 0,24 \rightarrow \frac{12}{2} = \text{Κάθε 6 μήνες}$$



$$100 \cdot (1 + 0,24 \cdot \frac{6}{12})^c (1 + 0,24 \cdot \frac{6}{12})^c \cdot (1 + 0,24 \cdot \frac{d}{360}) = 280 \Leftrightarrow 1,12^c \cdot (1 + 0,24 \cdot \frac{d}{360}) = 2,592592$$

Παρατηρούμε ότι:  $1,12^8 < 2,592592 < 1,12^9$  αποπίντεται, γιατί ξεπερνάει την αλήθ, που θέλουμε. Συνεπώς:  $c=8$

$$\text{Συνεπώς: } d = 70,65 \Rightarrow \boxed{d \approx 71}$$

Άρα, ο ελάχιστος χρόνος με ακριβή υπολογισμό είναι:  $8 \cdot \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{71}{360} = 4,530$  χρόνια.

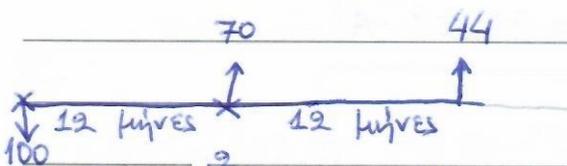
$$(ii) 100 (1 + 0,24 \cdot \frac{6}{12})^c = 280 \Leftrightarrow (1 + 0,24 \cdot \frac{6}{12})^c = 2,8 \Leftrightarrow \ln(1,12)^c = \ln(2,8) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c \cdot \ln(1,12) = \ln(2,8) \Leftrightarrow c = \frac{\ln(2,8)}{\ln(1,12)} \Leftrightarrow \boxed{c = 9,085249}$$

Άρα, ο ελάχιστος χρόνος με προσεγγιστικό υπολογισμό είναι:  $9,085249 \cdot \frac{6}{12} = 4,542$  χρόνια.

Συνεπώς, ο προσεγγιστικός χρόνος μας δίνει ελαφρώς μεγαλύτερο αποτέλεσμα.

5)  $j(1) = ?$  Κεφαλαιοποίηση κάθε 12 μήνες.



$$100 (1 + j(1) \cdot \frac{12}{12})^2 = 70 (1 + j(1) \cdot \frac{12}{12}) + 44 \Leftrightarrow 100 (1 + j(1))^2 - 70 (1 + j(1)) - 44 = 0$$

$$\text{Θέσω: } x = (1 + j(1)) \text{ και έχω: } 100x^2 - 70x - 44 = 0$$

$$\Delta = 29500 \text{ Δέχεται μόνο την θετική λύση.}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{70 \pm \sqrt{29500}}{200} \Rightarrow x = 1,1 \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow 1 + j(1) = 1,1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \boxed{j(1) = 0,1} \end{array} \right\} \text{ Όπως: } x = (1 + j(1))$$

Άρα, το επιτόκιο του λογαριασμού είναι 10%.

61

Παράμετροι:  $A:A_2$ ,  $T:B_2$ ,  $\alpha:A_1$ ,  $\Delta:B_1$ ,  $E\Sigma:D_1$ ,  $B:A_3$ ,  $\delta:B_3$ ,  $\tau\alpha\eta:C_2$ ,  $\varphi:C_3$ ,  $E\kappa:C_1$

A) Έξοδα: Ξεκινάει από το κελί  $A_{10}$  με το αρχικό έτος και στο  $A_{11}$  βάζουμε τον τύπο:  $A_{11}=A_{10}+1$  και drag and drop μέχρι το κελί  $A_{(11+T)}$ .

Έσοδα: Ξεκινάει από το κελί  $B_{10}$  όπου βάζουμε:  $B_{10}=D_1$  και στο  $B_{11}$  βάζουμε τον τύπο:  $B_{11}=B_{10}*(1-\$A\$1)+\$A\$3$  και drag and drop μέχρι το  $B_{(11+T)}$ .

Έξοδα: Ξεκινάει από το  $C_{10}$  όπου:  $C_{10}=B_2$  και στο  $C_{11}$  βάζουμε τον τύπο:  $C_{11}=C_{10}-\$B\$3$  και drag and drop μέχρι το  $C_{(11+T)}$ .

Αποσβέσεις: Ξεκινάει από το  $D_{10}$  με τον τύπο:  $D_{10}=IF(A_{10}-\$A\$10+1 > \$C\$2, 0, \$C\$2)$  και drag and drop μέχρι το  $D_{(10+T)}$ .

Φορολογικά Κέρδη: Ξεκινάει από το  $E_{10}$  με τύπο:  $E_{10}=B_{10}-C_{10}-D_{10}$  και drag and drop μέχρι το  $E_{(10+T)}$ .

Ρόπος: Ξεκινάει από το  $F_{10}$  με τον τύπο:  $F_{10}=IF(E_{10}<0, 0, E_5*\$C\$3)$  και drag and drop μέχρι το  $F_{(10+T)}$ .

Χαμηλότερη: Στο  $G_{10}$  με:  $G_{10}=B_{10}-C_{10}-F_{10}$  και drag and drop μέχρι το  $G_{(10+T)}$  ✓