

**Αξιολόγηση Επενδύσεων με Εφαρμογές στην Πληροφορική**  
**Εξέταση Σεπτεμβρίου 2019**

**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

Κλειστά βιβλία – επιτρέπεται μία σελίδα A4 με **ΧΕΙΡΟΓΡΑΦΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ** και αριθμομηχανές, όχι **KINHTA**.

Γράψτε τέσσερα από τα πέντε θέματα. Θα βαθμολογηθούν τα **ΠΡΩΤΑ 4 θέματα** που θα γράψετε. Τα υποθέματα έχονταν ίδια στάθμη εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.

**Θέμα 1<sup>o</sup>**

α. Ένας επενδυτής επιθυμεί να τοποθετήσει ένα ποσό για 29 μήνες και μπορεί να επιλέξει μεταξύ τραπέζων με τους παρακάτω δρους:

I. Σύνθετος τόκος με  $j_{(4)}=9,7\%$  - τοποθέτηση 2 μήνες πριν κάποια κεφαλαιοποίηση

II. Σύνθετος τόκος με  $j_{(2)}=9,8\%$  - τοποθέτηση 2 μήνες μετά από κάποια κεφαλαιοποίηση

III. Σύνθετος τόκος με  $j_{(1)}=10\%$  - τοποθέτηση 5 μήνες πρίν κάποια κεφαλαιοποίηση

Κατατάξτε τις τράπεζες κατά σειρά ελκυστικότητας. Δεν επιτρέπονται «επανατοποθετήσεις» σε συντομότερα διαστήματα των περιόδων κεφαλαιοποίησης.

β. Ένα δανειο Δ ευρώ αποπληρώνεται με ίσες πληρωμές σε N έτη, με συχνότητα πληρωμών n πληρωμές ανά έτος (σε ίσα χρονικά διαστήματα μεταξύ των) και ονομαστικό επιτόκιο  $j_{(n)}$ . Οι πληρωμές είναι όλες ίσες μεταξύ των, και θέλουμε να καταστρώσουμε τον πίνακα αποπληρωμής του δανείου, όπου δηλαδή να εμφανίζεται η κατανομή των πληρωμών σε τόκους και χρεωλύσια, καθώς και το υπόλοιπο του δανείου. Γράψτε το σχετικό φύλλο λογισμικού I. με τα έτη και την συχνότητα παραμέτρους και τον αριθμό πληρωμών σταθερό. II. Όπως στο I. αλλά και τον αριθμό των πληρωμών ως παράμετρο (θα εμφανίζονται μονο N πληρωμές..) III. Περιγράψτε σύντομα πως θα χειρίζοσαστε πληρωμές με ίσα χρεωλύσια. Γενικά στις απαντήσεις σας δείξτε μονο τις αλλαγές μεταξύ των I-II-III.

**Θέμα 2<sup>o</sup>**

α. Μία οφειλή στην εφορία μπορεί να εξιφληθεί αμέσως με έκπτωση 10%. Εναλλακτικά μπορεί να εξιφληθεί χωρίς έκπτωση σε 4 ίσες εξαμηνιαίες δόσεις, η πρώτη από τις οποίες πρέπει να καταβληθεί αμέσως.

(i) Τι συμφέρει να γίνει αν ισχύει απλός τόκος με επιτόκιο 10%;

(ii) Τι συμφέρει να γίνει αν ισχύει σύνθετος τόκος με επιτόκιο  $j_{(4)}=12\%$ ;

β. Μία τράπεζα διαφημίζει καταθέσεις με ονομαστικό επιτόκιο 5% και κεφαλαιοποίηση ανά δισεκατομμυριοστό του δευτερολέπτου. Τοποθετούμε ένα ποσό A στην τράπεζα αυτή.

(i) Ποιο θα είναι το υπόλοιπο του λογαριασμού μετά δύο έτη κατά πολύ ικανοποιητική προσέγγιση;

(ii) μετά πόσο χρόνο το ποσό θα αυξηθεί κατά 50% (κατά προσέγγιση πάλι);

*“εις την θεωρίαν ακριβείς αιδογράφοις;*

**Θέμα 3<sup>o</sup>**

α. Καταθέτει κάποιος ιδιώτης ποσό 300 χιλ. € σε λογαριασμό με  $j_{(2)}=8\%$  σε στιγμή κεφαλαιοποίησης. Μετά από 6 μήνες κάνει ανάληψη 50 χιλ. € και δεν κάνει άλλες κινήσεις. Ποιος είναι ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται έως ότου το έντοκο υπόλοιπο φτάσει πάλι τις 300χιλ. € - ακριβής υπολογισμός.

β. Αγόρασε κάποιος προ 8 ετών οικόπεδο προς 250 χιλ. € (στην αρχή του έτους, περιλαμβανομένων των φόρων). Κατέβαλε στο τέλος κάθε εξαμήνου της περιόδου αυτής ποσό 1000 € για καθαρισμό, και επίσης στο τέλος κάθε έτους 1.500 € για Φόρους Μεγάλης Ακίνητης Περιουσίας, ενώ είχε ένα έσοδο 200 € μηνιαίως από ενοικίαση. Μεταπληγεί το οικόπεδο σήμερα προς 435 χιλ. € (πάλι αρχή του έτους). Θα ήταν καλύτερα αν είχε τοποθετήσει το πόσο της αγοράς σε λογαριασμό με  $j_{(12)}=6\%$ ;

#### **Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Μία παραγωγική επένδυση έχει αρχική δαπάνη 9 εκατ. € και θα λειτουργήσει επί 6 έτη. Στο τέλος της ζωής της τα πάγια στοιχεία της είναι άνευ αξίας. Ολόκληρο το ποσό της επένδυσης αποσβένεται σε 3 έτη. Η επένδυση προκειται να χρηματοδοτηθεί με ένα δάνειο 4 εκατ. ευρώ που εξοφλείται με επιτόκιο 10% σε τέσσερις δόσεις με ΙΣΑ ΧΡΕΩΛΥΣΙΑ. Το πρώτο, δεύτερο, τρίτο και τέταρτο έτος η επένδυση θα έχει ετήσιο κέρδος προ τοκοχρεολυσίων, φόρων και αποσβέσεων 3,4 – 3,3 – 3,2 – 3,1 εκατ. € αντίστοιχα ενώ το 5<sup>ο</sup> και 6<sup>ο</sup> έτος 1 εκατ. €. Η φορολογία είναι 20%.

- i. (60%) Καταστρώστε τις χρηματορροές της επένδυσης
- ii. (30%) Υπολογίστε το IRR με ακρίβεια 5% και εκτιμήστε πόσους παραπάνω υπολογισμούς χρειαζόσαστε για ακρίβεια 1%
- iii. (10%) Περιγράψτε ένα φύλλο λογισμικού που θα υλοποιούσε το δυνατόν παραμετρικά τα παραπάνω.

#### **Θέμα 5<sup>ο</sup>**

α. Ένα δάνειο 500.000 € εξοφλείται με ίσες δόσεις και ονομαστικό επιτόκιο  $j_{(2)}=10\%$  σε 10 έτη. Μετά από 4 πληρωμές το επιτόκιο δανεισμού πέφτει στα  $j_{(4)}=8\%$ . Ο δανειζόμενος μπορεί βέβαια να εξοφλήσει το υπόλοιπο του δανείου συμβατικά, αλλά εναλλακτικά έχει το δικαίωμα να ζητήσει να υπολογισθούν οι υπολειπόμενες πληρωμές με βάση το νέο επιτόκιο. Η δανειακή σύμβαση προβλέπει ότι στην περίπτωση αυτή το ανεξόφλητο ποσό του δανείου θα προσαυξηθεί κατά 5%. Τί πρέπει να κάνει ο δανειζόμενος;

β. Μια επιχείρηση σκοπεύει να αγοράσει μια μηχανή είτε τύπου A είτε τύπου B. Οι δυο μηχανές κάνουν την ίδια δουλειά αλλά το κόστος λειτουργίας της A είναι 1700 € ετησίως ενώ της B είναι 1500 € ετησίως, που παραμένουν σταθερά. Η A έχει διάρκεια ζωής 5 έτη και κόστος αγοράς 15 χιλ. € και υπολειμματική αξία 2 χιλ. ευρώ ενώ η B έχει διάρκεια ζωής 9 έτη και κόστος αγοράς 25 χιλ. € και υπολειμματική αξία 4 χιλ. ευρώ. Ισχύει επιτόκιο 3% με ετήσια κεφαλαιοποίηση και αγνοούμε τον πληθωρισμό.

- i. Ποια μηχανή θα αγοράζατε;
- ii. Ακριβέστερες εκτιμήσεις δείχνουν ότι η το κόστος λειτουργίας της μηχανής A αυξάνει κατά 2% ετησίως ενώ της B κατά 6% ετησίως. Ποια μηχανή θα αγοράζατε;

$$I \text{ a } I \quad 2 + 3k + z = 29 \quad z = 0 \quad k = 9$$

$$S_I = A \left(1 + \frac{2}{12} \cdot 0,097\right) \left(1 + \frac{9,097}{4}\right)^9 = 1,26071 \approx$$

$$II \quad 4 + 6k + z = 29 \quad z = 1 \quad k = 4$$

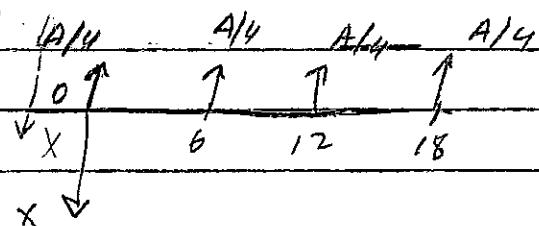
$$S_I^H = A \left(1 + \frac{4}{12} \cdot 0,098\right) \left(1 + \frac{6 \cdot 0,098}{12}\right)^9 \left(1 + \frac{1}{12} \cdot 0,098\right) = 1,26061$$

$$III \quad 5 + 12k + z = 29 \quad z = 0 \quad k = 2$$

$$S_I^{III} = A \left(1 + \frac{5}{12} \cdot 0,091\right) \left(1 + 0,91\right)^2 = 1,26041$$

b. Brutto 20000 dopp. euro

2. (a). 11000 A



(i) Te vemosendo van 20% en de 20% van de zeven euro  
d, eders vloegte  $(X - A/4) \left(1 + \frac{18 \cdot 0,1}{12}\right) - \frac{A}{4} \left[ \left(1 + 0,1\right) + \left(1 + 0,05\right) + 1 \right] = 0$

Aurores  $X = 93,5\% A$  apa bref. Gegeve afson  
e3 op)nom pe karabyn 90% A.

(ii) E3 aurores 100repa  $(1,03)^2 - 1 \approx 6,1\%$   
ederosko

4. D-a. 2000 dopp. euro  
 $\frac{3}{4} \left(1 + 0,13,6,1\%\right) = 91,7\% A$   
 $2,668$

Van euro valgresa endo so (i) aya  
dagi eugegen aq son e3 op)nom

6. Lokale bureau's integramation

$$S_t = A e^{0,05 t}$$

$$(i) S_{25 \text{ år}} = e^{0,05 \cdot 25} A = 1,105 A$$

$$(i.) 1,15 A = e^{0,05 t} A \rightarrow t = \ln(1,15) / 0,05 = 8,109 \text{ år}$$

(ii) A cirkulär utveckling av en 10 milj. kr ränta  
om året med T ex. 1 ränta

$$\left(1 + \frac{0,05}{n}\right)^n \text{ för } n = 10 \times 3600 \times 365,25 \approx 1,3 \times 10^{15}$$

A räntan räknas frammed i 15 års perioder, där för varje period  
 ränta är den föregående räntans

3. (a) To räntor till 6% ränta

$$300 (1+4\%) - 50 = 202$$

$$\text{Ränta } 202 (1+0,04)^t (1+0,08\%) = 300 \\ \text{med } 0,08 \leq t \leq 0,5. \text{ Ränta } t = \frac{\ln 300/202}{\ln 1,04} = 0,135$$

$$= \lfloor 3,45 \rfloor = 3 \quad \text{Ränta } 140,08\% = \frac{300}{202 \cdot 1,04^3}$$

$$\text{Efters } 0,088 = 0,018 \quad \Rightarrow \quad t = 0,224 \text{ år}$$

$$(t = 0,224 \times 360 \approx 81 \text{ räntiperioder})$$

$$(a) \text{ Profesör } = \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^6 - 1 = 3,04\%$$

$$\text{Profesör } = \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} - 1 = 6,17\%$$

$$\text{Ärta } DA = -250 - 1 \cdot a(16, 3,04\%) - 1,5 a(8, 6,17\%)$$

$$\text{Ärta } + 0,2 \cdot a(9,6, 0,5\%) + \frac{435}{1,0617^8} \approx 6,00$$

4 (i) Χρηματοποείς

Επιταγή Δανειού Χρεώ Τόκοι Ανοδική Καθίστα Φόρος Χρέους  
 $\frac{1}{1+ρ}$   $\frac{1}{(1+ρ)^2}$   $\frac{1}{(1+ρ)^3}$   $\frac{1}{(1+ρ)^4}$   $\frac{1}{(1+ρ)^5}$   $\frac{1}{(1+ρ)^6}$

0 -9 +4

|   |   |     |   |     |     |     |
|---|---|-----|---|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | 0,4 | 3 | 3,4 | 0   | 2,0 |
| 2 | 1 | 0,3 | 3 | 3,3 | 0   | 2,0 |
| 3 | 1 | 0,2 | 3 | 3,2 | 0   | 2,0 |
| 4 | 1 | 0,1 |   | 3,1 | 0,6 | 2,4 |
| 5 |   |     |   | 1,0 | 0,2 | 0,8 |
| 6 |   |     |   | 1,0 | 0,2 | 0,8 |

$$\text{KDA}(p) = -5 + 2 \cdot 9 \left( \frac{1}{1+p} \right)^4 + \frac{14}{(1+p)^4} + \frac{98}{(1+p)^5} \left( 1 + \frac{1}{1+p} \right)$$

παραβολική απειλή

$$\Rightarrow KDA(p) = -5 + 2 \cdot 9 \left( \frac{1}{1+p} \right)^4 \left( 1,4 + 0,8 \left( -1 + \frac{1}{(1+p)^2} \right) \right)$$

(ii)  $p\%$   $KDA$

$$10 \quad -5 + \frac{2}{1,1} + \frac{2}{1,1^2} + \frac{2}{1,1^3} + \frac{14}{1,1^4} + \frac{98}{1,1^5} + \frac{98}{1,1^6} > 0$$

$$30 \quad -5 + \frac{2}{1,3} + \frac{2}{1,3^2} + \frac{2}{1,3^3} + \frac{14}{1,3^4} + \frac{98}{1,3^5} + \frac{98}{1,3^6} < 0$$

Δοκιμασία  $p = 25\%$

$$KDA = -5 + \frac{2}{1,25} + \frac{2}{1,25^2} + \frac{2}{1,25^3} + \frac{14}{1,25^4} + \frac{98}{1,25^5} + \frac{98}{1,25^6} = -0,08$$

Προσανατολισμένη  $KDA(20\%) > 0$ , δεσμευτική

περιοχής δεσμευτικής εποχής για την παραγωγή

υδατοδότηση  $KDA$  για απότομη 1%

(iii) Βιαζότας αγοράστηκαν στοιχεία

$$5. \text{ a) } \text{Джургаш} 500 \text{ а}^{-1} (20,5\%) = \frac{500}{12,562} = 40,12 \times 0$$

Неса 4 изнади са ведоје од 20% сиров  
сиров (безде дешава) 434,84.

|   | 500,00            |        |
|---|-------------------|--------|
| 1 | 40,12 25,00 15,12 | 484,88 |
| 2 | 40,12 24,24 15,88 | 469,00 |
| 3 | 40,12 23,45 16,67 | 452,33 |
| 4 | 40,12 22,62 17,10 | 434,83 |

→ 11,65

МС 8% у сом сиров 434,83 × 1,05 a (16,4%)  
= 39,18 x 0,08 сиров које ће се увећати  
у ср априка 40,12 x 0,2.

6. (i) Сиров 500000 т

$$= (15 - \frac{2}{1,03^5}) \bar{a}^{-1}(5,3\%) + 1,2$$

$$= 13,22 / 4,579 + 1,2 = 4,592 \times 1,2$$

Сиров 13

$$= (25 - \frac{4}{1,03^5}) \bar{a}^{-1}(9,3\%) + 1,5 = 4,307 \times 1,5$$

$$21,93 / 7,916$$

(ii) За сиров који се не сирова

$$4,85 \text{ (3-3%)}$$

$$= (15 - \frac{2}{1,03^5} + 1,7 \text{ a} (5,1\%)) \bar{a}^{-1}(5,3)$$

$$= 21,52 / 4,579 = 4,700 \times 0,5$$

Сиров 13

$$= (25 - \frac{4}{1,03^5} + 1,5 \text{ a} (9,-3\%)) \bar{a}^{-1}(9,3\%)$$

$$= 33,70 / 7,916 = 4,24 \times 0,5$$

односно да сирова се увећа на 1,24.