

**Αξιολόγηση Επενδύσεων με Εφαρμογές στην Πληροφορική
Μαθηματικά για την Διοίκηση Επιχειρήσεων
Εξέταση Αυγούστου 2010**

ΟΔΗΓΙΕΣ:

Κλειστά βιβλία – επιτρέπεται μία σελίδα Α4.

Γράψτε τέσσερα από τα πέντε θέματα. Θα βαθμολογηθούν τα ΠΡΩΤΑ 4 θέματα που θα γράψετε. Τα υποθέματα έχουν ίδια στάθμιση εκτός αν σημειώνεται διαφορετικά. Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες. Μπορείτε να κρατήσετε τα θέματα.

Θέμα 1ο

α. Ένας επενδυτής επιθυμεί να τοποθετήσει ένα ποσό για 21 μήνες και μπορεί να επιλέξει μεταξύ τραπεζών με τους παρακάτω όρους:

- ι. Σύνθετος τόκος με $j_{(1)}=10,1\%$ - τοποθέτηση 3 μήνες μετά από κεφαλαιοποίηση
- ii. Σύνθετος τόκος με $j_{(3)}=9,8\%$ - τοποθέτηση 3 μήνες πριν από κεφαλαιοποίηση
- iii. Σύνθετος τόκος με $j_{(2)}=10\%$ - τοποθέτηση ακριβώς σε κεφαλαιοποίηση

Τι πρέπει να επιλέξει;

β. Συνάπτεται ένα δάνειο 100 χιλ. ευρώ που συμφωνείται να εξοφληθεί σε 10 εξαμηνιαίες πληρωμές και επιτόκιο $j_{(2)}=12\%$.

(i) αν οι πληρωμές είναι ίσες μεταξύ των ποιο είναι το άθροισμα των τόκων που θα καταβληθούν

(ii) αν κάθε πληρωμή είναι 5% μειωμένη σε σχέση με την προηγούμενη, ποιο θα είναι το άθροισμα των τόκων στην περίπτωση αυτή; Υπόδειξη: Αν A είναι κάποια πληρωμή, η επόμενη είναι $A/1,05$

Θέμα 2ο

α. Μία οφειλή στην εφορία μπορεί να εξοφληθεί αμέσως με έκπτωση 5%. Εναλλακτικά μπορεί να εξοφληθεί χωρίς έκπτωση σε 4 ίσες τριμηνιαίες δόσεις, η πρώτη από τις οποίες πρέπει να καταβληθεί σε ένα μήνα. Τι συμφέρει να γίνει αν ισχύει απλός τόκος με επιτόκιο 12%;

β. Καταθέτει κάποιος επενδυτής ποσό 100 χιλ. €. ένα μήνα πριν από κάποια στιγμή κεφαλαιοποίησης σε λογαριασμό με $j_{(4)}=20\%$. Ποιος είναι ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται έως ότου το έντοκο υπόλοιπο υπερβεί τα 200 χιλ. € χρησιμοποιώντας

- α. Προσεγγιστικό υπολογισμό
- β. Υπολογισμό ακρίβειας ημέρας.

Συγκρίνατε τον υπολογιστικό φόρτο των δύο μεθόδων σε σχέση με την ακρίβειά των.

Θέμα 3ο

α. Επενδυτής αγόρασε έντοκο γραμματίο Δημοσίου απόδοσης 10% και οκτάμηνης διάρκειας. Μετά από 5 μήνες το ρευστοποιήσε όταν οι αποδόσεις των γραμματίων (για όλες τις διάρκειες) είχαν πέσει στο 5%. Οι πράξεις αυτές ήταν αφορολόγητες. Εξετάστε αν θα ήταν καλύτερη επιλογή η τοποθέτηση σε μη προθεσμιακό λογαριασμό σύνθετου τόκου με $j_{(12)}=11\%$ που θα παρέμενε σταθερό για αυτούς τους μήνες.

β. Αγόρασε κάποιος προ 7 ετών οικόπεδο προς 200 χιλ. € (στην αρχή του έτους, περιλαμβανομένων των φόρων). Κατέβαλε στο τέλος κάθε τριμήνου της περιόδου αυτής δαπάνες καθαρισμού 1200 € καθαρά και επιπλέον κατέβαλε στο τέλος κάθε έτους 1500 για Φόρους Μεγάλης Ακίνητης Περιουσίας. Μεταπώλησε το οικόπεδο σήμερα προς 350 χιλ. € (πάλι αρχή του έτους). Θα ήταν καλύτερα αν είχε τοποθετήσει το ποσό της αγοράς σε λογαριασμό με $j_{(12)}=6\%$;

Θέμα 4^ο

α. Μια επιχείρηση σκοπεύει να αγοράσει μια μηχανή είτε τύπου A είτε τύπου B. Οι δυο μηχανές κάνουν την ίδια δουλειά αλλά το κόστος λειτουργίας της A είναι 2000 € ετησίως ενώ της B είναι 1500 € ετησίως, που παραμένει σταθερό. Η A έχει διάρκεια ζωής 4 έτη και κόστος αγοράς 10.000 € ενώ η B έχει διάρκεια ζωής 8 έτη και κόστος αγοράς 25.000 € και η υπολειμματική αξία καθεμίας είναι μηδενική.

ι. Αγνοώντας τον πληθωρισμό ποια μηχανή θα αγοράζατε αν ισχύει επιτόκιο 3% με ετήσια κεφαλαιοποίηση;

ιι. Ακριβέστερες εκτιμήσεις δείχνουν ότι το κόστος λειτουργίας της μηχανής A αυξάνει κατά 5% ετησίως, ενώ το πρώτο έτος το κόστος λειτουργίας είναι $2000 \cdot 1,05$. Ποια είναι η επιλογή μηχανήματος στην περίπτωση αυτή;

β. Γράψτε ένα φύλλο λογισμικού που υπολογίζει την τελική και την αρχική αξία μιας σειράς τοποθετήσεων που γίνονται σε στιγμές κεφαλαιοποίησης και που αυξάνουν κάθε περίοδο κατά παράμετρο A , με γνωστό φυσικά το αρχικό ποσό (αριθμητική πρόοδος...). Το ονομαστικό επιτόκιο $j_{(m)} = a\%$ και η συχνότητα m είναι επίσης παράμετροι. Τέλος η διάρκεια (αριθμός όρων) των τοποθετήσεων είναι παράμετρος N που όμως είναι μικρότερη του 200.

Θέμα 5ο

Η αρχική δαπάνη μιας επένδυσης είναι 1 εκατ. ευρώ που αποσβένεται σε 4 έτη. Επίσης απαιτείται κεφάλαιο κινήσεως 200 χιλ. ευρώ που είναι διαθέσιμο αυτούσιο στο τέλος της επένδυσης και δεν υπεισέρχεται στην φορολογία ή στην απόσβεση. Η επένδυση διαρκεί 8 έτη και συνίσταται στην παραγωγή 1000 αντικειμένων ετησίως με κόστος 100 ευρώ το καθένα. Η φορολογία είναι 50%.

(i – 80%) αν η επένδυση γίνεται χωρίς δάνειο, ποια τιμή πώλησεως εξασφαλίζει IRR 10%;

(ii – 20%) αν η επένδυση χρηματοδοτείται με ένα δάνειο διάρκειας 5 ετών ύψους 0,4 εκατ. ευρώ με ετήσιες πληρωμές και ΙΣΑ ΧΡΕΩΛΥΣΙΑ επιτοκίου 10%, ποια η τιμή πώλησεως εξασφαλίζει το ίδιο IRR;

Αξιολογήσεις Ενδεικτικές
 Άσκησης Έστω. 2010

1.α. (i) $100(1 + 0,101 \frac{3}{12})^3 (1,101) = 118,44$
 (ii) $100(1 + 0,098 \frac{3}{12})^3 (1 + 0,098 \frac{4}{12})^4 (1 + 0,098 \frac{2}{12})$
 $= 118,41$

(iii) $100(1 + 0,10 \frac{6}{12})^3 (1 + 0,10 \frac{3}{12}) = 118,66$

β (i) $X = 100 \cdot 0^{-1}(10,6\%) = \frac{100}{7,360} = 13,587$

• Έσοδα κέρδη κυριως $10X = 135,87$

• Μερος κομης $135,87 - 100 = 35,87 \times 10 = \text{€}$

(ii) Έσοδα η πρώτη κυριως 100 με A η εσοδα είναι $A/1,05$, με A $A/1,05^2$ 10η. Πρεπει να το δεξτεται το δανειο.

$$100 = \frac{A}{1,06} + \frac{A}{1,06 \cdot 1,05} + \frac{A}{1,06^2 \cdot 1,05^2} + \dots$$

$$= 1,05 \sum_{\theta=0}^{\infty} \frac{A}{(1,06 \cdot 1,05)^{\theta}}$$

$$= 1,05 A a(10, 11,3\%)$$

αρα $A = \frac{100}{1,05 a(10, 11,5\%)} = \frac{100}{1,05 \cdot 5,816}$

$$= 16,376$$

Το εδωκοφο των κυριως είναι

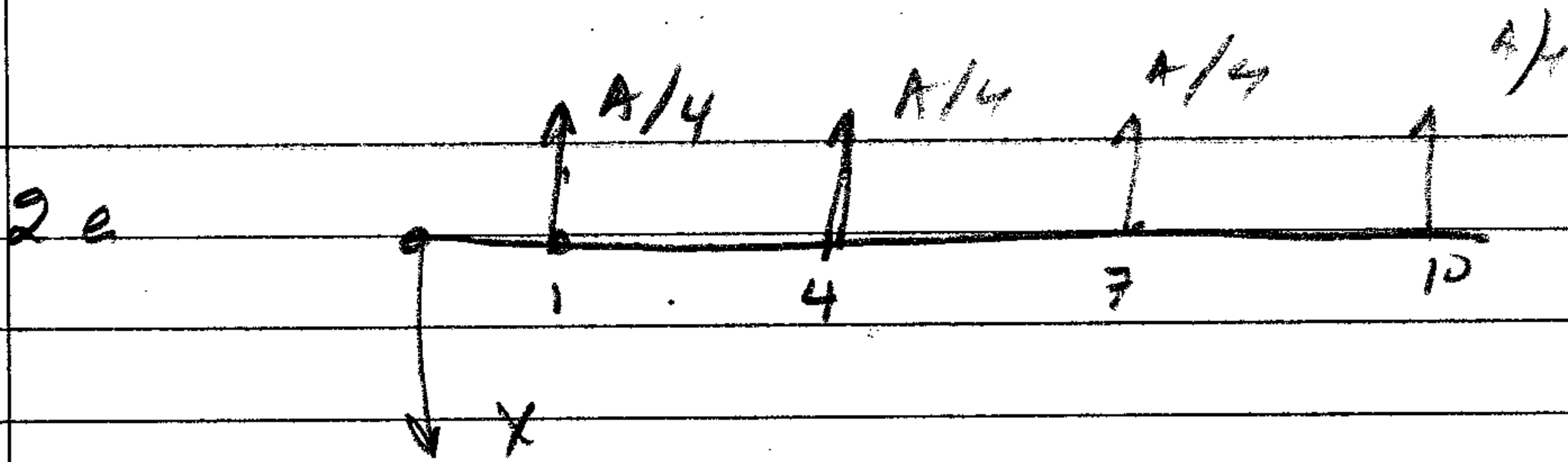
$$A + \frac{A}{1,05} + \frac{A}{1,05^2} = 1,05 \left(\frac{A}{1,05} + \frac{A}{1,05^2} + \frac{A}{1,05^3} + \dots \right)$$

$$= 1,05 A a(10, 5\%) = 1,05 \cdot 7,222 \cdot A$$

$$= 8,108 A$$

Αρα ο συνολικος κυριως $16,376 \cdot 8,108$
 $= 132,77$

και κομης $32,773$ αρα οσο αρα
 ο,τι προσημασμενος (εξου η αρχικες κυριως
 είναι η εσοδα και μειωνει το εσοδο!)



Αν καταβάλω X τώρα και τα καταχωρώ ως υποχρέωση με ετήσιο τόκο, ετήσιου πληθωσμού 10% π.μ.μ. Άρα

$$X \left(1 + 12\% \frac{10}{12}\right) = \frac{A}{4} \left(1 + \frac{9}{12} 12\%\right) + \frac{A}{4} \left(1 + \frac{6}{12} 12\%\right) + \frac{A}{4} \left(1 + \frac{3}{12} 12\%\right) + \frac{A}{4}$$

$$X = \frac{A(4 + 3,09 + 3,06 + 3,03)}{4 - 1,10} = A \frac{4,18}{4,40}$$

$$= 95\% A$$

Άρα οι επενδύσεις είναι 100 δισεκατομμύρια.

6. Το \ln της $\left(1 + \frac{20\%}{4}\right)^4 - 1 = 21,551\%$ προσεγγίζεται

$$100 \left(1,21551\right)^{\frac{1}{T}} = 200$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\log 2}{\log 1,21551} = 3,5516 \text{ ετ}$$

Άρα 3 ετη και 198,5 ημερες

με ακρίβεια

$$100 \left(1 + 20\% \frac{1}{12}\right) \left(1 + \frac{20\%}{4}\right)^k \left(1 + 20\% \frac{d}{360}\right) = 200$$

$$1,05^k \left(1 + 0,20 \frac{d}{360}\right) = 1,967$$

$$k = \left\lfloor \frac{\log 1,967}{\log 1,05} \right\rfloor = \left\lfloor 13,86 \right\rfloor = 13$$

$$\text{και } 1,05^{13} \left(1 + 20\% \frac{d}{360}\right) = 1,967$$

$$\frac{0,2}{360} d = 0,043 \rightarrow d = 77,2 \text{ ημερες}$$

Άρα συνολικά 1 π.μ.μ + 13 x 3 π.μ.μ + 77,2 ημερες

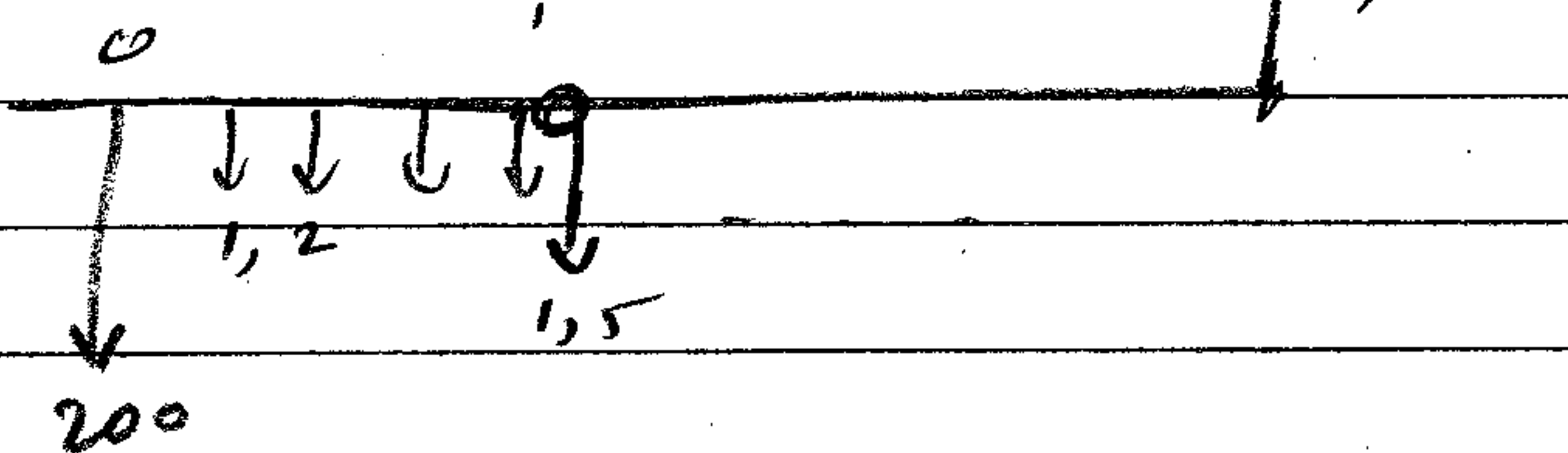
= 3 ετη + 4 π.μ.μ + 77,2 ημερες = 3 ετη 197,2 ημερες
 Άρα πληρώνω το ιδιότ. με πληρωθέντες ποσά

$$3 \text{ (a) Αγορά} \quad \frac{100}{1 + 10\% \frac{8}{12}} = 93,75$$

Αν είχε αποδόσει με $i_{12} = 11\%$
 σε 5 μήνες θα είχε
 $93,75 (1 + 0,11 \frac{5}{12}) = 98,13$

Η προσφορά είναι
 που είναι καλύτερο $\frac{100}{1 + 5\% \frac{3}{12}} = 98,77$

(b)



Η ΠΑ των εσόδων είναι:

$$\text{ΠΑ} = 1,5 a (7, \hat{r}_1) \quad \text{με } r_1 = 1,005^{12} - 1 = 6,17\%$$

$$= 1,5 a (7, 6,17\%)$$

$$= 1,5 \cdot 5,549 = 8,323$$

Η ΠΑ των εσόδων καθ'εξάμηνο είναι

$$\text{Καθ'εξάμ} = 1,2 a (28, \hat{r}_2) \quad r_2 = 1,005^3 - 1 = 1,51\%$$

$4 \times 7 \uparrow$

22,70

$$= 1,2 a (28, 1,51\%) = 27,24$$

Η ΠΑ των εσόδων είναι $350 / 1,005^{12 \cdot 7}$

$$= 230,21$$

Αρα τελικά Η ΠΑ είναι

$$\text{ΚΠΑ} = -200 - 8,323 - 27,24 + 230,21$$

$$= -5,563 \quad \text{αρα είναι άξιο$$

4.0. (i)	K	D	A	a	$K\bar{a} + 1$
A	10	4	2	$a(4,3\%)$ 3,717	4,690
B	25	8	1,5	7,020	5,061

Απο προτιμώμενη η Α

(ii) Το κοινό εισόδημα της Α είναι σε παρούσα αξία

$$\frac{1,05 \cdot 2}{1,03} + \frac{1,05^2 \cdot 2}{1,03^2} = 2 a(4, -2\%)$$

$$= 2 \cdot 4,21 = 8,42$$

Απο το κοινό εισόδημα της Α είναι $\frac{18,42}{3,717}$

= 4,955 αλφάρια, από εφ' αφοροδία είναι κατάλληλο από το κοινό της Β.

5. (i) Χρ/πος

Εως t εγγυημένο κοινό Αποδοτ t ποσά P ο X_t / P ο t

0	-1200					
1	0	100	250	P	$0,5(P-350)$	$0,5P+75$
2	0	100	250	P	"	"
3	0	100	250	P	"	"
4	0	100	250	P	"	"
5	0	"	-	P	$0,5(P-100)$	$0,5P-50$
6	0	"	-	P	"	$0,5P-50$
7	0	"	-	P	"	"
8	0	"	-	P	"	"
9	200	-	-			200

$$X_{1-5} = P - 100 - 0,5(P - 350) = P - 100 - 0,5P + 175 \quad X_{6-8} = P - 100 - 0,5(P - 100)$$

$$\text{Απο } 1200 = 0,5P a(8,10\%) + 75 a(4,10\%) + 200 / 1,10^9$$

$$= \frac{34,2}{3,117} (4,10\%) / 1,10^4 + 200 / 1,10^9 = P - 50$$

$$1200 - 237,7 + 100 \cdot 3 - 84,8 = 2,667 P$$

$$1,026,4 = 2,667 P$$

$$P = 369,8 \text{ €}$$

Срок	Кредит	Датум внесения	Тариф	Норм. коэф.	Свобод. налич.	Анонс	Попол.	Тр/год
0	-1200	400						-800
1	-	-80	40	100	P	250	$0,5(P-390)$	$0,5P - 21$
2	-	-80	32	100	P	250	$0,5(P-382)$	$0,5P - 21$
3	-	-80	24	100	P	250	$0,5(P-374)$	$0,5P - 21$
4	-	-80	16	100	P	250	$0,5(P-366)$	$0,5P - 21$
5	-	-80	8	100	P	-	$0,5(P-108)$	$0,5P - 50$
6	-	-		100	P	-	$0,5(P-100)$	$0,5P - 50$
7	-	-		100	P	-	$0,5(P-100)$	$0,5P - 50$
8	-	-		100	P	-	$0,5(P-100)$	$0,5P - 50$
9	200							200

$$X_1 = P - 100 - 120 - 0,5(P - 390) = 0,5P - 220 + 195 = 0,5P - 25$$

$$X_2 = P - 212 - 0,5(P - 382) = 0,5P - 212 + 191 = 0,5P - 21$$

$$X_3 = P - 204 - 0,5(P - 374) = 0,5P - 204 + 187 = 0,5P - 17$$

$$X_4 = P - 196 - 0,5(P - 366) = 0,5P - 196 + 183 = 0,5P - 13$$

$$X_5 = P - 188 - 0,5(P - 108) = 0,5P - 188 + 54 = 0,5P - 134$$

$$X_6 = X_8 = P - 100 - 0,5(P - 100) = 0,5P - 50$$

Принимая $i = 10\%$

$$800 = 0,5P \left(1 + \frac{0,1}{1,1} + \frac{0,1^2}{1,1^2} + \frac{0,1^3}{1,1^3} + \frac{0,1^4}{1,1^4} \right) + \frac{200}{1,1^9}$$

$$800 = 2,067P + 84,8 - 83,2 - 61,7 - 108,3$$

$$\rightarrow P = 363,10$$