

# ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΦΕΒΡ. 2012

1. Έστω  $R_1, R_2$  σχέσεις ισοδυναμίας, οι οποίες ορίζονται σε ένα σύνολο  $A$ . Είναι το  $R_1 \cup R_2$  επίσης σχέση ισοδυναμίας;
2. Δοθέντος ότι η τιμή του  $p \rightarrow q$  είναι ψευδής προσδιορίστε την τιμή του  $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow q$ .
3. Υπάρχουν σύνολα  $A, B$  και  $C$ , τέτοια ώστε  $|A|=5$ ,  $|B|=4$ ,  $|C|=3$ ,  $|A \cup B \cup C|=10$ ,  $|A \cap B|=2$  και  $|A \cap B \cap C|=1$ ;
4. Ένα φοιτητικό συμβούλιο αποτελείται από 15 φοιτητές. Δύο μέλη του συμβουλίου επιμένουν να βρίσκονται μαζί στις επιτροπές. Αν δεν μπορούν να είναι μαζί, προτιμούν να μην είναι στην επιτροπή. Με πόσους τρόπους μπορεί να επιλεγεί μια εξαμελής επιτροπή από τα 15 μέλη του συμβουλίου, έτσι ώστε να ικανοποιείται η επιθυμία των παραπάνω 2 ατόμων;
5. Έστω  $n, k$  θετικοί ακέραιοι με  $k > n$ . Να υπολογισθεί ο αριθμός των διαφορετικών τρόπων με τους οποίους μπορούμε να τοποθετήσουμε  $n$  διαφορετικά αντικείμενα σε  $k$  διαφορετικά κουτιά, έτσι ώστε κάθε κουτί να περιέχει το πολύ ένα αντικείμενο.
6. Θεωρούμε γράφημα  $G$ , το οποίο έχει για κορυφές του, όλες τις 0-1 λέξεις με  $n$  γράμματα και στο οποίο δύο κορυφές είναι γειτονικές εάν και μόνον εάν διαφέρουν ακριβώς κατά ένα γράμμα.
  - (i) Να βρεθεί ο αριθμός των κορυφών του  $G$ .
  - (ii) Να βρεθεί ο αριθμός των ακμών του  $G$ .
7. Έστω πλήρες δυαδικό δέντρο  $T$ , με αριθμό φύλλων  $L$  και αριθμό εσωτερικών κορυφών  $I$ . Να αποδειχθεί ότι  $L = I + 1$ .
8. Έστω  $G$  απλό γράφημα με  $\delta(G) \geq 4$ . Να αποδειχθεί ότι υπάρχουν κύκλοι  $C_1, C_2$  στο  $G$ , οι οποίοι δεν έχουν κοινές ακμές.

Βαθμολογία: 1,2,3 από 1 μονάδα και 4,5,6,7,8 από 1,5 μονάδες.  
Σύνολο μονάδων: 10,5

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες

