12/10/22

1

ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓ/ΣΜΟΣ

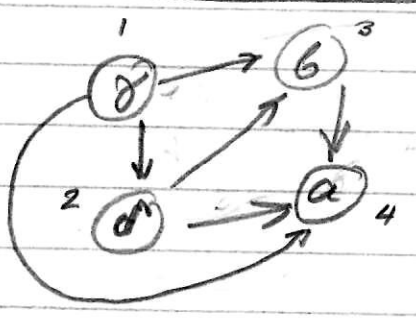
$$W(v) = -\min_{v_1,\dots,v_n}\{W(v_1),\dots,W(v_n)\} \quad (1)$$

• ΠΩΣ ΛΥΝΕΤΑΙ; ΣΕΙΡΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ...

• ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ W ΣΤΟ $v_1,\dots,v_N$ ΓΙΑ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΟΥΜΕ ΤΟ $W(v)$...

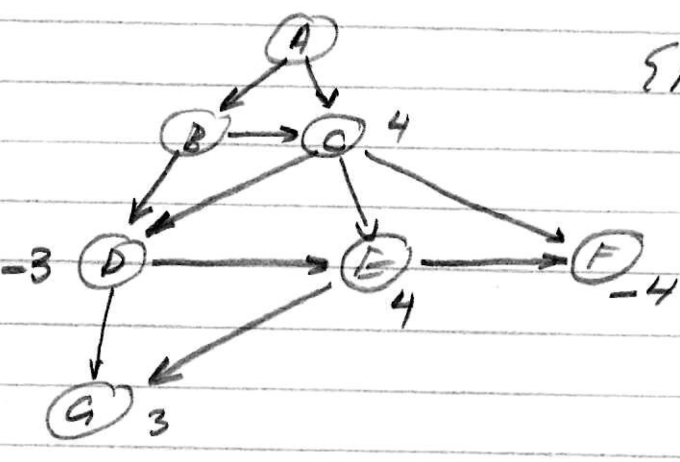
• W ΓΝΩΣΤΟ ΣΕ ΤΕΛΙΚΟΥΣ ΚΟΜΒΟΥΣ (ΜΕ ΔΕΔΟΜΕΝΟ ΚΕΡΔΟΣ)

• ΣΕ ΑΚΥΚΛΙΚΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΓΡΑΦΗΜΑ Η "ΣΩΣΤΗ" ΣΕΙΡΑ ΛΕΓΕΤΑΙ ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ. $\tau: V \to \{1, 2, \dots, |V|\}$
ΜΕ $(v,w)\in E \to \tau(v) < \tau(w)$



- $\tau(\alpha) = 4$
- $\tau(\beta) = 3$
- $\tau(\delta) = 2$
- $\tau(\gamma) = 1$

• ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ W ΜΕ ΤΗΝ (1) ΣΕ ΣΕΙΡΑ ΦΘΙΝΟΥΣΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ $\alpha \to \beta \to \delta \to \gamma$

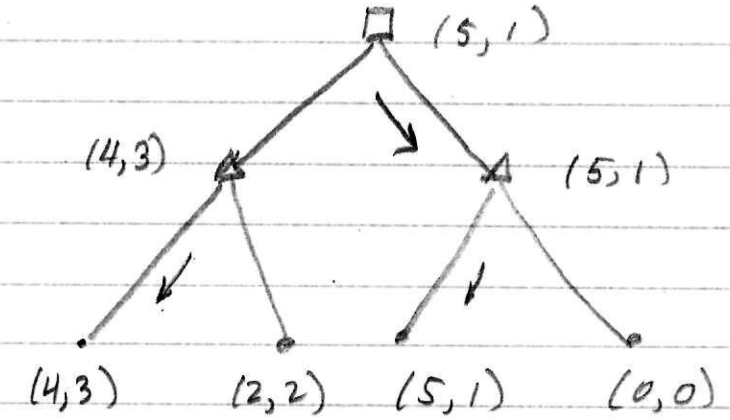


$\{F, G, E, D, C, B, A\}$

	W	
F	-4	
G	3	
E	4	$-\min\{-4, 3\}$
D	-3	$-\min\{3, 4\}$
C	4	$-\min\{-3, -4, 4\}$
B	3	$-\min\{-3, 4\}$
A	-3	$-\min\{3, 4\}$

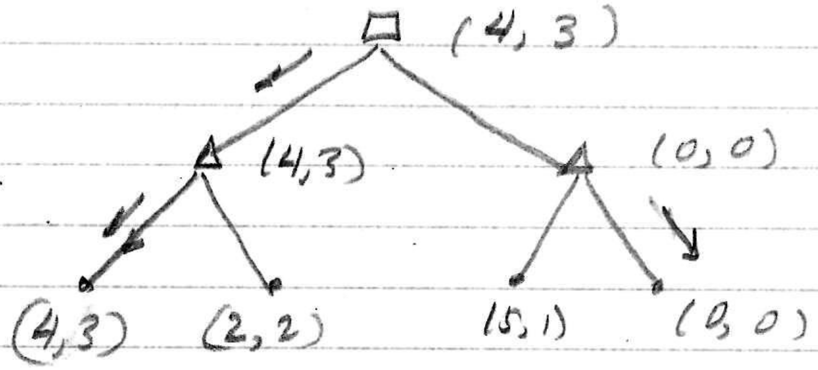
• ΚΟΣΤΗ ΚΛΑΔΩΝ ...

ΠΑΙΓΝΙΑ ΜΗ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ



FEEDBACK SOLUTION

ΑΛΛΑ ΑΝ Ο ΙΙ ΑΠΕΙΛΗΣΕΙ (0,0) ΤΟΤΕ Η ΕΚΒΑΣΗ ΕΙΝΑΙ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ



- ΕΙΝΑΙ ΠΙΣΤΕΥΤΗ Η ΑΠΕΙΛΗ;
- "ΛΥΣΗ" STACKELBERG ΣΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ
  - Ο ΗΓΕΤΗΣ (LEADER) ΑΝΑΚΟΙΝΩΝΕΙ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ
  - Ο ΥΠΟΤΕΛΗΣ (FOLLOWER) ΠΑΙΖΕΙ ΒΕΛΤΙΣΤΑ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝ.

- **ΑΣΚΗΣΗ** $P(Q_I, Q_{II}) = \dfrac{A}{Q_I + Q_{II}}$ $\quad C_I(Q_I) = Q_I$

$C_{II}(Q_{II}) = \lambda Q_{II}$

$$\text{II}: \max_{Q_{II}} \left(\frac{A}{Q_I + Q_{II}} - \lambda\right) Q_{II} \Rightarrow Q_{II} = f(Q_I)$$

· Ο Ι ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΛΥΣΕΙ

$$\max_{Q_I} \left[\frac{A}{Q_I + f(Q_I)} - \lambda\right] \cdot Q_I$$

ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΕΥΚΟΛΟ...

· <u>ΑΛΛΑ</u> ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΡΥΘΜΙΣΗ ΜΟΝΟΠΩΛΙΟΥ (KABRAL: ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ)

· ΜΟΝΟΠΩΛΙΟ ΑΤΤ: ΔΥΝΑΜΙΚΟΤΗΣ M ΑΦΑΙΡΕΙΤΑΙ

· ΤΙΜΗ p ΑΤΤ → ΤΙΜΗ $p-\varepsilon$ ΑΠΟ ΑΝΤΙΠΑΛΟΥΣ ΠΟΥ ΔΙΑΘΕΤΟΥΝ ΤΗΝ M.

ΑΤΤ: $\max_p \; p\,(D(p) - M)$

ΑΝ $D(p) = A - Bp \rightarrow p^{STACK} = \frac{A-M}{2B}$

$p^{MONO} = A/2B \leftarrow \max p\,(A - Bp)$

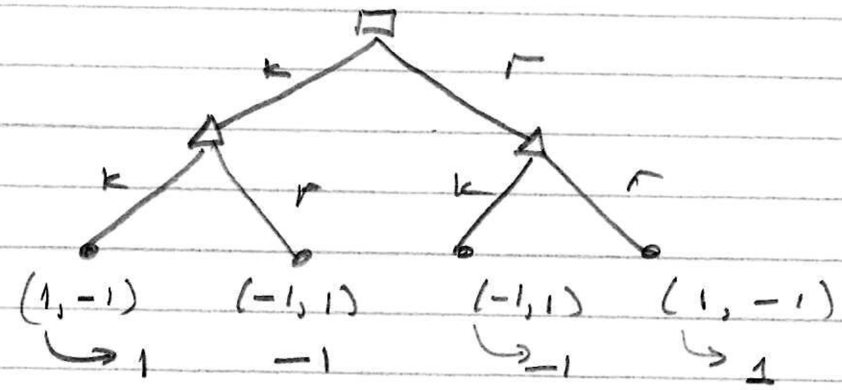
· <u>ΠΟΣΟΤΗΤΑ</u> $M + A - \frac{A-M}{2\cancel{B}}\cancel{B} = \frac{A}{2} + \frac{3M}{2}$

<u>ΕΝΩ</u> ΜΕ ΜΟΝΟΠΩΛΙΟ $A - B \cdot \frac{A}{2B} = A/2$

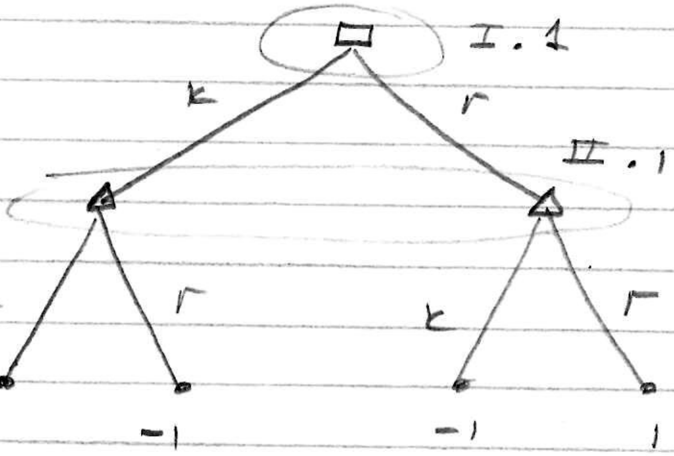
ΠΑΙΓΝΙΑ ΕΛΛΙΠΟΥΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ

MATCHING PENNIES – ΜΗΔ. ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ

- ΑΝΑΓΓΕΛΙΕΣ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΕΣ Κ, Γ
- ΑΝ ΣΥΜΠΕΣΟΥΝ Ο Ι ΚΕΡΔΙΖΕΙ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ



- ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΩΣΤΗ Η MIN-MAX ΛΥΣΗ ΣΕ ΚΟΜΒΟΥΣ.
- ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΥΝΟΛΑ (KUHN)



- ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ . ΚΑΝΟΝΑΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ (ΑΠΟ ΚΑΘΕ ΚΟΜΒΟ ΠΑΙΚΤΗ)

- ΑΠΟΔΕΚΤΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ Η ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ σ ΕΙΝΑΙ ΑΠΟΔΕΚΤΗ ΑΝ ΓΙΑ v, w ΣΤΟ ΙΔΙΟ Π.Σ. ΤΟΤΕ

$$\sigma(v) = \sigma(w)$$

· **ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ** (EXTENSIVE FORM)
ΤΟ ΔΕΝΔΡΟ ΜΕ ΤΑ ΠΛΗΡ. ΣΥΝΟΛΑ.

· ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ Π.Σ. : ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙΣ ΝΑ ΔΙΑΚΡΙΝΕΙΣ ΣΕ ΠΟΙΟ ΚΟΜΒΟ ΕΝΟΣ Π.Σ. ΒΡΙΣΚΕΣΑΙ. ΑΡΑ ΙΔΙΕΣ ΕΠΙΛΟΓΕΣ ΚΙΝΗΣΕΩΝ, ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ ΜΕΣΩ ΙΔΙΩΝ Π.Σ.

· **ΑΝΤΙΠΑΡΑΘΕΣΗ** ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ ΟΔΗΓΕΙ ΣΕ ΜΟΝΑΔΙΚΟ ΤΕΡΜΑΤΙΚΟ ΚΟΜΒΟ (ΠΑΡΑΔΟΧΗ)

· **ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΠΑΙΓΝΙΟΥ** ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΝΤΙΠΑΡΑΘΕΣΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ :
ΑΝ σ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ I, τ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ II ΤΟΤΕ Η Κ. ΜΟΡΦΗ $K = (K_I, K_{II})$ ΔΙΝΕΙ ΚΕΡΔΗ I ΚΑΙ II ΩΣ

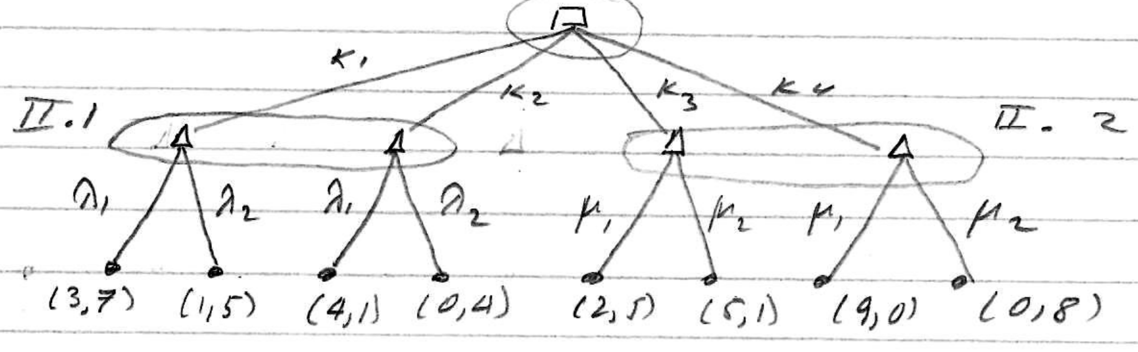
$$K(\sigma,\tau) = \left(K_I(\sigma,\tau),\ K_{II}(\sigma,\tau)\right)$$

ΠΑΙΓΝΙΟ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ
ΓΙΑ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ ΖΕΥΓΟΣ σ,τ :

$$K_I(\sigma,\tau) + K_{II}(\sigma,\tau) = \alpha$$

ΑΝΕΞΑΡΤ. σ,τ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ



· Ο I ΕΧΕΙ 4 ΕΠΙΛΟΓΕΣ - ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ
· Ο II ΕΧΕΙ 2 ΕΠΙΛΟΓΕΣ ΣΕ $II.1$, ΣΕ $II.2$
ΑΡΑ $2 \times 2 = 4$ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ	ΙΙ.1	ΙΙ.2
σ_1	λ_1	μ_1
σ_2	λ_1	μ_2
σ_3	λ_2	μ_1
σ_4	λ_2	μ_2

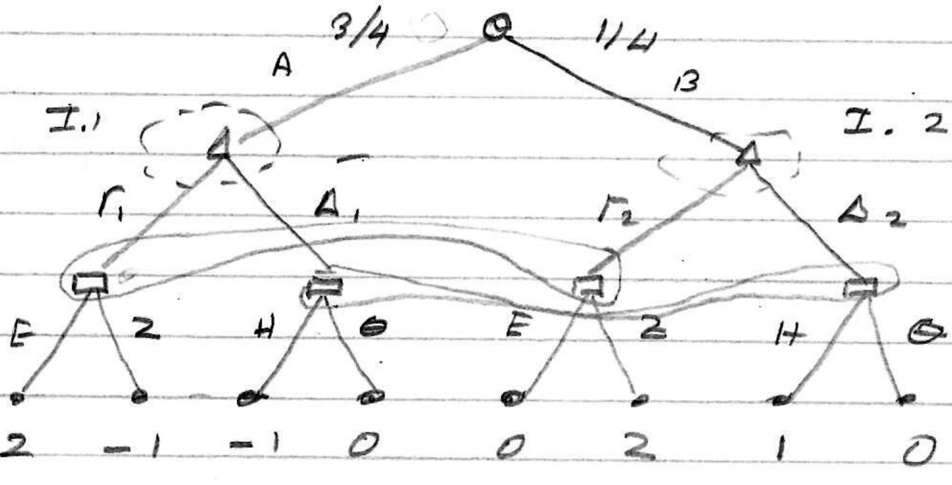
ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ

I \ II	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4
κ_1	(3,7)	(3,7)	(1,5)	
κ_2		(4,1)		
κ_3			(2,5)	
κ_4				

$\kappa_1 \cdot \sigma_3 \longrightarrow (1,5) \qquad (\kappa_3, \sigma_3) \longrightarrow (2,5)$

· ΜΕ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ : ΕΚΒΑΣΕΙΣ ΕΚΦΡΑΖΟΝΤΑΙ ΣΕ ΩΦΕΛΙΜΟΤΗΤΕΣ → ΑΝΑΜ. ΤΙΜΕΣ..

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



I	Ι.1	Ι.2
σ_1	Γ_1	Γ_2
σ_2	Γ_1	Δ_2
σ_3	Δ_1	Γ_2
σ_4	Δ_1	Δ_2

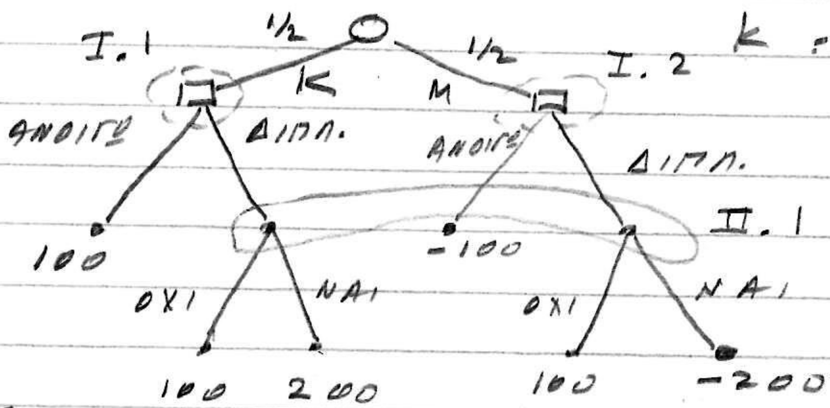
	ΙΙ.1	ΙΙ.2
τ_1	Ε	Η
τ_2	Ε	Θ
τ_3	Ζ	Η
τ_4	Ζ	Θ

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ

	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4
σ_1	3/2	3/2		
σ_2			−1/2	
σ_3		0		
σ_4				0

$(\sigma_2, \tau_3) \rightsquigarrow \frac{3}{4} \cdot \overset{\Gamma,\,Z}{(-1)} + \frac{1}{4} \cdot \overset{\Delta,\,H}{1} = -\frac{1}{2}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (MYERSON)



Κ : ΚΟΚΚΙΝΟ
ΚΕΡΔΙΖΩ...

Στρατηγική	Κ	Μ
σ_1	Δ	Δ
σ_2	Δ	Α
σ_3	Α	Δ
σ_4	Α	Α

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ

	ΝΑΙ	ΟΧΙ
σ_1	0	100
σ_2	50	0
σ_3	−50	100
σ_4	0	0

ΕΡΜΗΝΕΙΑ!

- $\sigma_3 \ll \sigma_1$, $\sigma_4 < \sigma_1$
- Ο Ι ΑΝΑΜΙΓΝΥΕΙ $\sigma_1 - \sigma_2$ $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$
  ΕΞΑΣΦΑΛΙΖΕΙ $33\frac{1}{3}$
- Ο ΙΙ ΕΞΑΣΦΑΛΙΖΕΙ $33\frac{1}{3}$ ΜΕ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$

ΕΝΝΟΙΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

· ΠΑΙΓΝΙΑ ΜΗ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ (NON COOPERATIVE)

· ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ PRISONERS' DILEMMA

	ΠΑΡΑΓΩΓΗ	ΤΙΜΗ
ΖΗΤΗΣΗ	2	8
	6	2
	10	0,6

ΕΠΙΛΟΓΗ : $\{1,5\}$

I \ II		$1 - \tau_1$	$2 - \tau_2$
σ_1	1	$(8,8)$	$(2,10)$
σ_2	5	$(10,2)$	$(3,3)$

ΚΥΡΙΑΡΧΙΑ $\sigma_1, \sigma_2 : I \quad \tau : II$

$$\begin{cases} \sigma_1 \ll \sigma_2 \quad \text{ΑΝ} \quad K_I(\sigma_1, \tau) < K_I(\sigma_2, \tau) \quad \text{ΚΑΘΕ } \tau \\ \sigma_1 < \sigma_2 \quad \text{ΑΝ} \quad \leq \ldots \end{cases}$$

ΛΥΣΗ ΚΥΡΙΑΡΧΙΑΣ ΑΝ $\sigma^* \gg \sigma$ ΓΙΑ I ΚΑΙ $\tau^* \gg \tau$ ΓΙΑ II, ΤΟ (σ^*, τ^*) ΛΥΣΗ ΚΥΡΙΑΡΧΙΑΣ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (σ_2, τ_2) ΕΙΝΑΙ ΛΥΣΗ ΚΥΡΙΑΡΧΙΑΣ

- $\sigma_2 \gg \sigma_1$, $\tau_2 \gg \tau_1$

ΑΚΟΛΟΥΘΙΑΚΗ ΚΥΡΙΑΡΧΙΑ

· ΑΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΑΣΘΕΝΩΣ ΚΥΡΙΑΡΧΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΤΙΣ ΑΦΑΙΡΟΥΜΕ.

· ΣΥΝΕΧΙΖΟΥΜΕ ΣΤΟ ΑΠΛΟΥΣΤΕΡΟ ΠΑΙΓΝΙΟ

· ΑΝ ΑΠΟΜΕΙΝΕΙ ΕΝΑ ΜΟΝΑΔΙΚΟ ΖΕΥΓΟΣ ΕΙΝΑΙ ΛΥΣΗ ΑΚΟΛ-ΚΥΡΙΑΡΧΙΑΣ ΟΧΙ ΜΟΝΑΔΙΚΗ!

• ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΚΟΠΙΜΟ ΝΑ ΑΓΝΟΟΥΝΤΑΙ ΑΣΘΕΝΩΣ ΚΥΡΙΑΡΧΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH (BOREL, COURNOT VON NEUMANN)

• ΤΟ ΖΕΥΓΟΣ (σ^*, τ^*) ΕΙΝΑΙ ΣΕ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΑΝ

• $\max\limits_{\sigma \in S} K_I(\sigma, \tau^*) = K_I(\sigma^*, \tau^*)$

• $\max\limits_{\tau \in T} K_{II}(\sigma^*, \tau) = K_{II}(\sigma^*, \tau^*)$

• ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΠΑΡΧΕΙ ΚΙΝΗΤΡΟ ΜΗ [illegible] ΤΗΡΗΣΗΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ ΓΙΑ (σ^*, τ^*)

• ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

• ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ II ΣΤΗΝ σ ΤΟΥ I ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ. → Σ.Ι. ΕΙΝΑΙ ΣΤΗΝ "ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ" ΤΩΝ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΩΝ

• ΔΙΛΗΜΜΑ ΦΥΛΑΚΙΣΜΕΝΩΝ

	τ_1	τ_2
σ_1	(8,8)	(2,$\underline{10}$)
σ_2	($\underline{10}$,2)	($\underline{3}$,$\underline{3}$)

ΜΟΝΑΔΙΚΟ Σ.Ι. ← ΔΥΟ ΥΠΟΓΡΑΜΜΙΣΕΙΣ

BATTLE OF THE SEXES

	A	B
A	(0,0)	($\underline{2}$,$\underline{1}$)
B	($\underline{1}$,$\underline{2}$)	(0,0)

ΔΥΟ Σ.Ι.