

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Η. RAIFFA · DECISION ANALYSIS BOOK

ΕΦΑΙΡΕΣ

	K	M	π	a_1	a_2	a_3
θ_1	4	6	0,80	4	-0,5	0
θ_2	9	1	0,20	-2	10	0

 $(M \rightarrow \theta_1)$

↑

ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ

 ϵ_0 : ΤΙΠΟΤΑ ϵ_1 : 1 ΣΦΑΙΡΙΔΙΟ ΠΡΟΣ 0,8 ϵ_2 : 2 ΣΦ. ΧΩΡΙΣ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗ 1,2 ϵ_A : 1 + ΔΙΚΑΙΩΜΑ ΓΙΑ 1 0,9 + 0,45

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΣ

- ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΤΙΜΗ (ΟΧΙ ΣΤΗΝ ΚΛΑΣΣΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ)
 - ΝΑΙ. ΠΟΛΥΕΣ, ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ
 - ΟΧΙ. ΛΙΓΕΣ, ΣΥΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΕΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ
- ΓΙΑΤΙ ΟΧΙ; ΣΤΑΣΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟ, ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ Κ. Α
- ΑΠΟΦΑΣΗ ΒΑΥΕΣ: ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΕΙ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΤΙΜΗ

- ΚΕΡΑΟΣ (ΜΕ ΒΑΣΗ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΟ ΑΓΑΘΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ NUMERAIPE) ΔΙΝΕΤΑΙ ΑΠΟ "ΚΑΝΟΝΑ" ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $K(a, \theta)$

ΙΣΟΣ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ

 a : ACTION, ΕΠΙΛΟΓΗ θ : ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ, ΕΝΣΟΜΑΤΩΝΕΙ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ.

BAYES $\max_{a_i} \sum_{j=1}^N K(a_i, \theta_j) \pi_j$

ΑΙΣΙΟΔΟΞΟΣ $\max_{a_i} \max_j K(a_i, \theta_j)$
 $\max_{a_1, a_2, a_3} \{4, 10, 0\} = 10$

ΑΠΑΙΣΙΟΔΟΞΟΣ $\max_{a_i} \min_j \{K(a_i, \theta_j)\}$
 $\max_{a_i} \{-2, -0.5, 0\} = 0$

MIN MAX REGRET AN $\theta = \theta$, REGRET

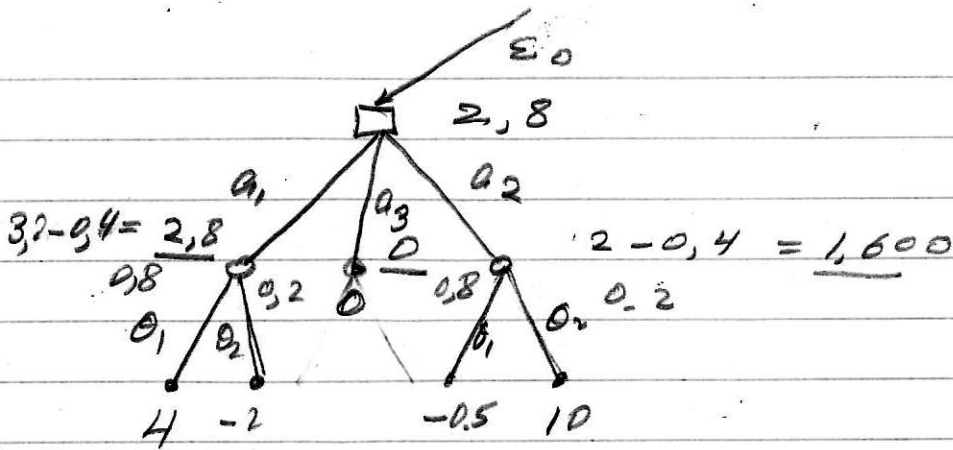
6 ΓΙΑ a_2 , 4 ΓΙΑ a_3 , 0 ΓΙΑ a_1

REGRET	a_1	a_2	a_3
θ_1	0	4,5	4
θ_2	12	0	10
max	12	4,5	10

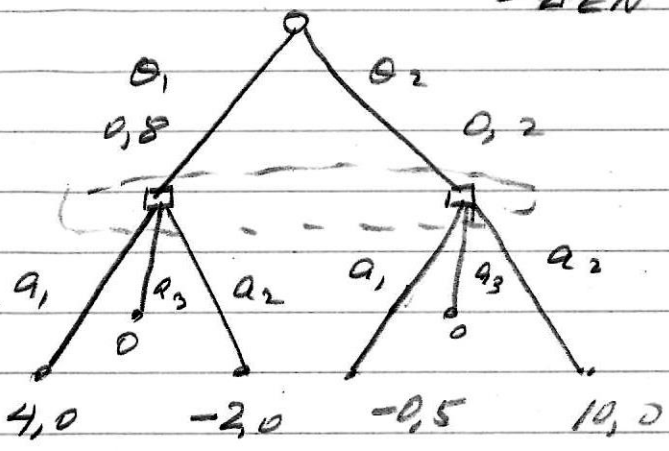
ΔΕΝΔΡΟ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΔΕΝΔΡΟ ΜΕ ΡΙΖΑ

- ΓΡΑΦΗΜΑ $G = (V, E)$ $E \subseteq V \times V$
- ΧΩΡΙΣ ΚΥΚΛΟΥΣ
- ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟ
- ΜΕ ΡΙΖΑ \rightarrow ΕΠΑΓΕΤΑΙ ΜΟΝΑ-ΔΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ.
- ΚΟΜΒΟΙ : ΣΗΜΕΙΑ ΑΠΟΦΑΣΗΣ
- ΣΗΜΕΙΑ ΤΥΧΗΣ
- ΚΛΑΔΟΙ - ΠΛΕΥΡΕΣ : ΕΠΙΛΟΓΕΣ

ΑΠΟΦΑΣΗ : ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΛΑΔΟΥ ΣΕ ΚΟΜΒΟ
ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΛΑΔΟΥ ΣΕ ΚΑΘΕ ΚΟΜΒΟ ΑΠΟΦΑΣΙΤΕ.

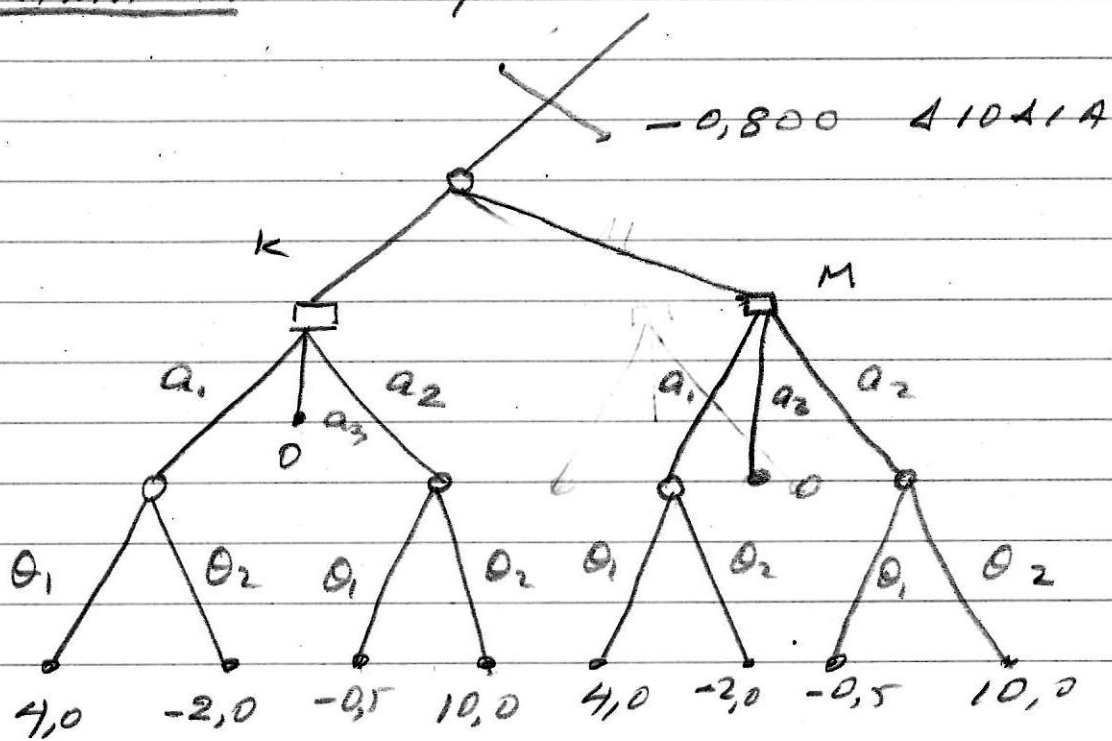


ΑΛΛΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ : • ΠΙΘ ΖΩΣΤΗ ΑΛΛΗ
 • ΔΕΝ ΕΠΙΤΡΕΠΕΙ
 ΑΝΑΡΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ



• ΣΕ ΠΑΙΓΝΙΑ ...

ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ Σ₁ :



ΑΠΟΦΑΣΗ BAYES ΕΚ ΤΩΝ ΥΣΤΕΡΩΝ

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ $d: X \rightarrow A$

$$\begin{aligned}
 E K(d) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n K(d(x_i), \theta_j) p(x_i, \theta_j) \\
 &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n K(d_i, \theta_j) p(\theta_j | x_i) p(x_i) \\
 &= \sum_{i=1}^m p(x_i) \sum_{j=1}^n K(d_i, \theta_j) p(\theta_j | x_i)
 \end{aligned}$$

ΠΡΟΠΑΝΟΣ ΤΑ d_i ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟΥΝ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΥΣ ΟΡΟΥΣ ΤΟΥ ΑΠΟΦΑΣΜΑΤΟΣ ΟΡΟΤΕ ΕΠΙΛΕΓΟΝΤΑΙ ΟΣΤΕ ΝΑ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΟΥΝ ΤΟΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟ ΟΡΟ

$$i: \max_d \sum_{j=1}^n K(d, \theta_j) p(\theta_j | x_i)$$

↖ A POSTERIORI
ΑΠΟΦΑΣΗ BAYES

• Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΑΞΙΑ ΕΙΝΑΙ

$$\sum_{i=1}^m p(x_i) \sum_{j=1}^n K(d_i^*, \theta_j) p(\theta_j | x_i)$$

↓
ΟΤΙ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ ΕΤΗΝ ΡΙΖΑ ΤΟΥ ΔΕΝΔΡΟΥ...

ΣΥΖΥΓΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ
 ΟΣΤΕ ΑΝ Η PRIOR ΕΙΝΑΙ ΑΥΤΗΣ ΤΗΣ
 ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ, ΤΟ ΙΔΙΟ ΙΧΥΕΙ ΓΙΑ ΤΗΝ
 POSTERIOR ΑΛΛΑ ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑ-
 ΜΕΤΡΟΥΣ

ΚΑΝΟΝΙΚΗ PRIOR ΚΑΙ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

• STATE: θ : ΚΑΝΟΝΙΚΗ $\eta(\theta_0, \sigma_s^2)$

• ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ x ΚΑΝΟΝΙΚΗ $\eta(x, \sigma_n^2)$

$$\tau_s = 1/\sigma_s^2 \quad \tau_n = 1/\sigma_n^2$$

$$p(\theta | x) = \gamma p(x | \theta) p(\theta)$$

$$= \gamma' \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{\tau_s}{2} (\theta - \theta_0)^2\right)$$

$$= \gamma' \exp\left(-\frac{\tau_n + \tau_s}{2} (\theta - \hat{\theta})^2\right)$$

$$\hat{\theta} = \frac{\tau_n x + \tau_s \theta_0}{\tau_n + \tau_s} \quad \tau = \tau_s + \tau_n$$

ΑΡΑ Η POSTERIOR ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΕ
 Μ.Ο. $\hat{\theta}$ ΚΑΙ ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ

• ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΑΝ ΜΙΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ ΕΧΕΙ $\sigma^2 = \sigma_0^2$
 Ο ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ n ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ ΕΧΕΙ
 σ_0^2/n ΑΡΑ Η ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΠΟΛ/ΤΑΙ ΕΠΙ n .

• ΑΣ $\sigma_n^2 = \sigma_s^2 = 1$ ΜΕ $n=10$ ΕΧΟΥΜΕ

$\tau_n = 10$ ΟΠΟΤΕ Η POSTERIOR

ΕΧΕΙ ΑΚΡΙΒΕΙΑ $10+1 = 11$ ΚΑΙ

ΜΕΣΟ ΟΡΟ $\frac{10}{11}x + \frac{\theta_0}{11}$ ($\theta_0 = 0$ $x = 1$)

$$\Rightarrow \hat{\theta} = 10/11 !!)$$

ΕΚΤΙΜΗΣΕΙΣ : $\theta \in R$ ΕΚΤΙΜΗΣΗ y
 ΟΣΤΕ $\min_y \int K(\theta, y) p(\theta) d\theta$

• ΑΝ ΕΧΟΥΜΕ X , $P(X|\theta)$ ΤΟΤΕ

$$\min_y \iint K(\theta, y(x)) p(\theta, x) d\theta dx$$

$$\begin{aligned} & \min_y \int p(x) \left[\int K(\theta, y) p(\theta|x) d\theta \right] dx \\ & = \int p(x) \left[\min_y \int K(\theta, y) p(\theta|x) d\theta \right] dx \end{aligned}$$

ΑΝ $K(\theta - y) = (\theta - y)^2$

$$\min_y \int (\theta - y)^2 p(\theta|x) d\theta$$

$$\rightarrow y^* = \int \theta p(\theta|x) d\theta = E(\theta|x)$$

ΑΡΑ Η ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΕΙΝΑΙ
 Η Α POSTERIORI ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΤΙΜΗ

ΕΡΩΤΗΣΗ : ΠΟΙΟ ΤΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΚΟΣΤΟΣ
 ΣΤΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ;

ΑΛΛΕΣ ΣΥΖΥΓΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

- POISSON - GAMMA
 - BETA - BERNOUILLY
- } MARKETING