

Μεταπτυχιακό Μαθηματικών Αγοράς Παραγωγής
Επαναληπτική Εξέταση στην Θεωρία των Παιγνίων
Απρίλιος 2005
Καθηγητής Ε. Φ. Μαγείρου

Γράψτε όλα τα θέματα. Τα θέματα έχουν ίδια αξία

Θέμα 1

Έχετε αναλάβει μία επένδυση που θα δώσει με πιθανότητα 50% ένα καθαρό κέρδος 200 χιλ. ευρώ, ενώ διαφορετικά θα δώσει ισόποση ζημία. Μπορείτε βέβαια να πωλήσετε την επένδυση προς 20 χιλ. ευρώ. Μία εταιρεία συμβούλων σας προσφέρει να κάνει μία μελέτη για τις προοπτικές της επένδυσης που θα κοστίσει 50 χιλ. ευρώ., γνωρίζετε δε ότι αν η επένδυση είναι όντως επικερδής, η εταιρεία θα το προβλέψει με πιθανότητα 90%, αντίστοιχα και για την περίπτωση ζημιογόνου επένδυσης. Η εταιρεία συμβούλων θεωρείται εχέμυθη, δηλαδή δεν θα αποκαλύψει σε κανένα τα αποτελέσματα της έρευνας. Τι πρέπει να κάνετε; Γραμμική Ωφελιμότητας.

Θέμα 2

Σε ένα τυχερό παίγνιο δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος, ο I επιλέγει τυχαία ένα χαρτί που είναι Κόκκινο με πιθανότητα $2/3$ ή Μαύρο με πιθανότητα $1/3$. Αφού δει το χαρτί του, στοιχηματίζει είτε 30 € είτε 120 € ότι το χαρτί του είναι Μαύρο. Ο II που δεν έχει δει το χαρτί που πήρε ο I, είτε αποδέχεται το στοιχείμα είτε όχι. Αν ο II δεν αποδεχθεί το στοιχείμα, ο I κερδίζει 10€ από τον II. Αν ο II αποδεχθεί, ο I φυσικά κερδίζει την αξία του στοιχήματος αν όντως έχει Μαύρο χαρτί, διαφορετικά κερδίζει ο II πάλι την αξία του στοιχήματος.
α. Περιγράψτε το παίγνιο σε κανονική και κατόπιν σε εκτεταμένη μορφή. - 70%
β. Δείξτε πώς θα υπολογίσετε τις στρατηγικές ισορροπίας των δύο παικτών. Προχωρήστε τους υπολογισμούς όσο περισσότερο μπορείτε - 30%

Θέμα 3

α. 50% Εστω το παρακάτω παίγνιο 2 παικτών, μηδενικού αθροίσματος, με τον I να μεγιστοποιεί:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 |
| 3 | 2 | 4 |
| 2 | 5 | 1 |

Υπολογίστε την αξία του και την στρατηγική ισορροπίας των δύο παικτών. Ο I ελέγχει τις γραμμές, ενώ τα στοιχεία του πίνακα υποδηλώνουν το κέρδος του I. Γραμμικές ωφελιμότητες.

β. 50% Σε ένα συνεχές παίγνιο δύο παικτών ο I αναγγέλλει πρώτα ένα αριθμό x_1 . Στην συνέχεια ο II ένα αριθμό y , γνωρίζοντας το x_1 , και κατόπιν πάλι ο I ένα αριθμό x_2 , γνωρίζοντας τόσο το x_1 , όσο και το y . Τα κέρδη των παικτών είναι (σε ωφελιμότητες)

$$K_I(x_1, x_2, y) = -[(x_1 + x_2 - y)^2 + x_1^2 + x_2^2] \quad \text{και}$$

$$K_{II}(x_1, x_2, y) = -[(x_1 + x_2 - y)^2 + (1 - y)^2].$$

Ποιό x_1 θα αναγγείλει ο I;