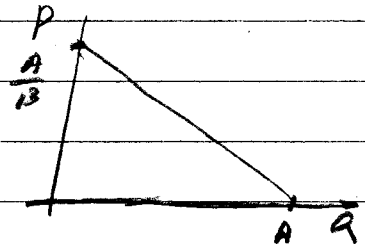


Εγώρησις Ομογενών Παίξιων με Ομογενή

A. Cournot

• ΕΣΤΩ ΚΑΜΠΥΑΝ ΖΗΤΗΣΗΣ

$$Q = A - pB$$



• ΕΣΤΩ ΔΥΟ ΠΑΡΑΓΟΓΟΙ

ΜΕΤ ΠΑΡΑΓΟΓΩΝ ΠΡΟΣΘΗΚΕ Q_1, Q_2

ΜΕ ΜΟΝΟΣ $C_1(Q_1) = 2Q_1$, $C_2(Q_2) = Q_2$

• Η ΤΙΜΗ ΠΟΥ ΘΑ ΕΠΙΚΡΑΤΗΣΗ ΕΙΝΑΙ

$$Q_1 + Q_2 = A - pB \Rightarrow p = p(Q_1 + Q_2) = \frac{A - (Q_1 + Q_2)}{B}$$

• ΤΑ ΚΕΡΔΗ ΤΩΝ ΕΙΝΑΙ

$$K_I(Q_1, Q_2) = \frac{Q_1 (A - (Q_1 + Q_2))}{B} - 2Q_1$$

$$K_{II}(Q_1, Q_2) = \frac{Q_2 (A - (Q_1 + Q_2))}{B} - Q_2$$

$$\text{ΑΡΑ } \frac{\partial K_I}{\partial Q_1} = \frac{A - (2Q_1 + Q_2)}{B} - 2 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial K_{II}}{\partial Q_2} = \frac{A - (Q_1 + 2Q_2)}{B} - 1 = 0 \quad (2)$$

• ΓΙΑ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ Q_1, Q_2 ΙΣΧΥΕΙ NASH ΚΑΙ ΑΡΑ ΕΠΙΛΕΓΟΝΤΑΙ ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΧΟΥΜΕ

$$\left. \begin{aligned} 2Q_1 + Q_2 &= A - 2B \\ Q_1 + 2Q_2 &= A - B \end{aligned} \right\} \begin{aligned} Q_1 &= \frac{A}{3} - B \\ Q_2 &= \frac{A}{3} \end{aligned}$$

B. STACKELBERG (I)

• ΑΝ Ο ΙΙ ΠΑΙΞΕΙ ΠΡΩΤΟΣ, Ο Ι ΠΑΡΑΓΕΙ

$$Q_1 = Q_1(Q_2) = (A - 2B - Q_2) / 2 \quad (\text{ΑΠΟ (1)})$$

ΚΑΙ Ο Π ΑΠΙΣΤΟΠΟΙΕΙ ΤΟ

$$K_{II} = K_{II}(Q_1, Q_2, Q_3)$$

* ΑΝΓΕΒΡΙΚΑ $\frac{dK_{II}}{dQ_2} = \frac{\partial K_{II}}{\partial Q_1} \frac{dQ_1}{dQ_2} + \frac{\partial K_{II}}{\partial Q_2} = 0$

ΣΤΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ $\frac{dQ_1}{dQ_2} = \frac{d(A - 2B - Q_2)}{dQ_2} = -1/2$

ΚΑΙ $\frac{\partial K_{II}}{\partial Q_1} = -\frac{Q_2}{B}$ ΑΔΑ ΕΧΟΥΜΕ

$$\frac{Q_2}{2B} + \frac{A - (Q_1 + 2Q_2)}{B} - 1 = 0$$

• $2Q_1 + 3Q_2 = 2A - 2B$ (3)

ΚΑΙ ΛΥΝΟΝΤΑΣ ΤΗΝ (3) ΜΑΖΙ ΜΕ ΤΗΝ (1)

ΕΧΟΥΜΕ

$$\left. \begin{array}{l} 2Q_1 + Q_2 = A - 2B \\ 2Q_1 + 3Q_2 = 2A - 2B \end{array} \right\} \begin{array}{l} Q_1 = A/4 - B \\ Q_2 = A/2 \end{array}$$

• Ο Π ΠΑΡΑΤΕΙ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟ ΣΕ ΗΓΕΤΗΣ
ΠΑΡΤΙ ΣΤΗ ΛΥΣΗ NASH!

• ΑΥΞΕΤΕ ΤΟ ^{ΠΑΡΑΠΛΗΝΕ} ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕ ΑΝΤΙΡΑΤΑΞΤΑΞΗ

Γ. STACKELBERG (2)

• ΜΙΑ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΜΕ ΜΕΓΑΛΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΤΗΤΑ
ΠΑΡΑΤΕΙΝΕ ΑΝΑΓΓΕΛΙ ΠΡΩΤΗ ΤΗΝ ΤΙΜΗ ΤΗΣ

• ΣΤΗΝ ΕΥΝΕΚΙΑ ΟΙ ΜΙΚΡΟΙ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΕΣ ΤΗΣ
ΑΝΑΓΓΕΛΟΥΝ ΤΙΣ ΤΙΜΕΣ ΤΟΥΝ, ΕΧΟΥΝ

ΟΜΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΤΗΤΑ ΠΑΡΑΤΕΙΝΕ ΕΩΣ Μ

• ΠΡΟΦΑΝΕΣ ΟΑ ΑΝΑΓΓΕΛΑΘΥΝ ΤΙΜΗ Ε ΜΙΚΡΟΤΕΡΗ
ΑΠΟ ΕΥΤΗ ΤΟΥ ΑΝΤΙΠΑΝΟΥ ΚΑΙ ΟΑ ΠΟΥΛΗΣΘΟΥΝ
ΟΛΗ ΤΗΝ ΠΑΡΑΤΕΙΛΗ ΤΟΥΣ ΥΠΟΥΣ Μ.

• ΕΣΤΕ ΟΤΙ ΥΠΑΡΧΕΙ ΔΕΔΟΜΕΝΗ ΖΗΤΗΣΗ
 $Q = Q(p)$. Η ΤΙΜΗ ΠΟΥ ΟΑ ΑΝΤΙΜΕΤΩΡΙΣΘΟΥΝ
ΟΙ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΕΣ ΕΙΝΑΙ Η ΤΙΜΗ ΠΟΥ ΟΑ
ΑΝΑΓΓΕΙΛΗ Η ΜΗ ΑΛΛΗ ΕΖΑΡΤΗΑ, ΕΣΤΕ \hat{p} ,
ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ ΟΤΙ Ο ΜΙΚΡΟΣ ΠΑΡΑΤΕΙΛΟΣ ΟΑ
ΑΝΑΓΓΕΛΑΙ ΤΙΜΗ $\sim \hat{p}$.

• Η ΖΗΤΗΣΗ ΕΥΜΟΡΙΚΑ ΟΑ ΕΙΝΑΙ $Q(\hat{p})$
• Ο ΜΙΚΡΟΣ ΠΑΡΑΤΕΙΛΟΣ ΟΑ ΕΧΗ ΕΣΟΔΑ $M \hat{p}$
ΚΑΙ Ο ΜΕΤΑΝΟΣ $\hat{p} (Q(\hat{p}) - M)$

• ΑΝ ΑΓΝΟΗΣΟΥΜΕ ΤΑ ΕΣΟΔΑ (ΕΣΤΕ ΕΤΑΘΟΡΑ),
Η ΤΙΜΗ ΟΑ ΟΡΙΘΜΕΙ ΕΤΕΙ ΕΣΤΕ

$$\frac{d}{d\hat{p}} \{ \hat{p} (Q(\hat{p}) - M) \} = Q(\hat{p}) - M + \hat{p} Q'(\hat{p}) = 0$$

• ΕΣΤΕ ΕΝΑ ΑΠΛΟ ΜΟΝΟ ΠΕΛΙΟ, Μ=0 ΚΑΙ $\frac{\hat{p} dQ}{Q d\hat{p}} = +1$
ΔΗΛΑΔΗ Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΕΙΝΑΙ 1.

• ΜΕ ΥΠΑΡΞΗ ΑΝΤΑΓΟΝΙΣΜΟΥ $-\frac{\hat{p} dQ}{Q d\hat{p}} = 1 - \frac{M}{Q}$
ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΕΥΜΟΡΙΚΟ ΠΑ ΤΟΥΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΕΣ

• ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΣΤΟ $Q = A - pB$
ΤΟΤΕ ΤΑ ΕΣΟΔΑ ΤΟΥ ΜΕΤΑΝΟΥ ΠΑΡΑΤΕΙΛΟΥ

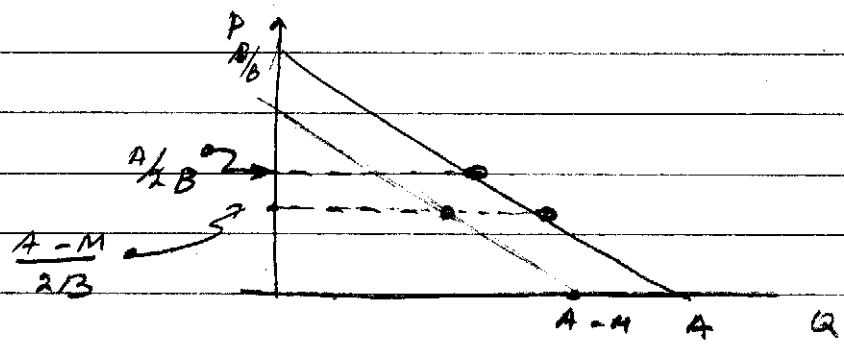
ΕΙΝΑΙ $K(p) = p(A - pB - M)$

$$\frac{dK}{dp} = A - pB - M - pB = 0$$

$$p = \frac{A - M}{2B}$$

(M=0)

ΕΤΙΜΩ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΟΝΟΠΩΛΙΑΣ, $p = A/2B$
 ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΑΠΟ 0, ΤΙ
 ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΣ



Η ΕΥΘΕΙΑ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗ ΡΟΣΟΤΗΤΑ

ΕΙΝΑΙ $Q = A - \frac{A-M}{2B} B = \frac{A}{2} + \frac{M}{2}$

ΕΝΔΕΞΤΟ ΜΟΝΟΠΩΛΙΟ ΜΟΝΟ $A/2$, ΑΡΧΗ
 ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ Η ΕΥΗΜΕΡΙΑ ΤΟΥ ΚΑΤΑΝΑΛΗΨΤΗ

ΒΛΕΠΤΕ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ LABRAL : ΒΙΟΜΗΧ. ΟΡΓΑΝΩΣΗ
 (ΕΚΔΟΣΕΙΣ : ΚΡΙΤΙΚΗ)

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ : ΕΣΤΩ $A=100$ ΜΟΝΑΔΕΣ, $B = 5$ ΜΟΝ²/Ε

ΜΕ ΜΟΝΟΠΩΛΙΟ Η ΤΙΜΗ ΕΙΝΑΙ $p = \frac{A}{2B} = 10$ €/ΜΟΝ
 ΚΑΙ ΠΑΡΑΓΟΓΗ 50 ΜΟΝ

ΑΝ $M=10$ ΕΛΘΟΥΜΕ $p = \frac{A-M}{2B} = 9$ €/ΜΟΝ ΚΑΙ
 ΠΑΡΑΓΟΓΗ 55 ΜΟΝΑΔΩΝ

A. STACKELBERG (II)

ΕΣΤΙ ΠΑΙΧΝΙΟ COURNOT, ΕΣΤΕ ΟΤΙ Ο II ΠΑΙΧΤΗ ΠΡΩΤΟΣ, ΟΠΟΤΕ Ο I ΑΝΤΙΠΑΡΑ ΕΣΤΙ ΕΣΤΕ

$\partial K_2 / \partial q_1 (q_1, q_2) = 0$ ΑΝ' ΟΠΟΥ ΠΡΟΚΥΠΤΕΙ
 $q_1 = q_1(q_2)$ ΣΥΓΚΡΕΜΑΤΑ

$$\frac{\partial K_2}{\partial q_1} = \frac{1}{q_1 + q_2} - \frac{q_1}{(q_1 + q_2)^2} - 2 = 0$$

$$\Rightarrow q_1 + q_2 - q_1 - 2(q_1 + q_2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{q_1 = \sqrt{\frac{q_2}{2}} - q_2 = q_1(q_2)}$$

• Ο II ΑΝΤΙΜΕΤΕΠΙΘΕΤΟ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

$$\max_{q_2} K_2(q_1(q_2), q_2) = \max_{q_2} \left(\frac{q_2}{q_1(q_2) + q_2} - q_2 \right)$$

$$= \max_{q_2} \frac{q_2}{\sqrt{\frac{q_2}{2}} - q_2 + q_2} - q_2 = \max_{q_2} \left(\sqrt{2q_2} - q_2 \right)$$

• ΤΟ ΒΛΑΤΙΣΤΟ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΘΕΤΟΝΤΑΣ $\frac{d}{dq_2} (\sqrt{2q_2} - q_2)$

$$= \frac{1}{\sqrt{2q_2}} - 1 = 0 \quad \overset{\text{STACK}}{\Rightarrow} \underline{q_2 = \frac{1}{2}}$$

• ΟΑ ΕΙΝΑΙ $q_1^{\text{STACK}} = \sqrt{\frac{1/2}{2}} - 1/2 = 0$ (!)

• ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΕΤΕ ΓΙΑΤΙ ΑΕΝ ΟΑ ΠΑΡΑΤΑΧΕΙ Ο I ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΤΟΥ ΚΕΡΔΟΥΣ;