14/9/21 - 1

ΜΑΠ: ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
ΠΑΙΓΝΙΑ + ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΕΙΣ

ΥΛΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

- ΘΕΩΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΚΑΤΩ ΑΠΟ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ
  ΣΕ ΑΝΤΙΘΕΣΗ ΜΕ ΚΛΑΣΣΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ
  → BAYESIAN STATISTICS
  BEHAVIOURAL ECONOMICS
- ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΣΤΗΝ ΔΙΟΙΚΗΣΗ: ΑΠΟΤΥΠΩΝΕΙ
  ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΙΣ ΑΠΟΦΑΣΙΖΟΝΤΑ(ΩΝ) ΣΤΟΝ ΚΙΝΔΥΝΟ
- UTILITY THEORY
  - Von Neumann - Morgenstern
  - Kahneman Tversky - Allais
    Prospect theory
- ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ - CAPM:

ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

- ΔΥΟ ΠΑΙΚΤΩΝ - ΟΧΙ Ν ΠΑΙΚΤΩΝ $N \geq 3$
- ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΩΣ ΔΕΝΔΡΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ
- ΕΝΝΟΙΑ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ
- ΛΥΣΕΙΣ: ΣΕ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ, ΜΗ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ
  ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ
- ΛΙΓΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ: ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΟ
  COURNOT, ΑΝΤΙΜΟΝΟΠΩΛΙΑΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ

ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΕΙΣ

- ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΟ ΠΑΙΓΝΙΟ ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗΣ
- ΛΥΣΗ ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗΣ NASH
  ΣΤΑ ΠΑΙΓΝΙΑ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΟΡΓΑΝΩΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

· ΣΥΓΓΡΑΜΜΑ : Ε.Φ. ΜΑΓΕΙΡΟΥ :
ΠΑΙΓΝΙΑ ΚΑΙ ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ , 2η ΕΚΔΟΣΗ
ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΡΙΤΙΚΗ

ΑΛΛΑ ΒΙΒΛΙΑ .

· LUCE + RAIFFA : GAMES + DECISIONS
ΕΚΔΟΣΕΙΣ DOVER
· H. RAIFFA : DECISION ANALYSIS

· LUENBERGER D : INVESTMENT
SCIENCE (ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ , CAPM)

· ΜΗΛΟΛΙΔΑΚΗΣ : ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

· ΒΑΡΟΥΦΑΚΗΣ Ι. : " "
ΕΚΔ. GUTENBERG
· GIBBONS : ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
" : ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ
ΟΡΓΑΝΩΣΗ
· HILLIER - LIEBERMAN :
INTRODUCTION TO OR

· ΕΓΓΡΑΦΗ ΣΤΟ eclass ΓΙΑ
ΝΑ ΛΑΜΒΑΝΕΤΕ ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ
(ΤΟ ΠΡΟΤΙΜΩ ΑΠΟ Teams)
· ΔΙΑΦΟΡΑ ΕΓΓΡΑΦΑ
· ΠΑΛΙΟΤΕΡΑ ΘΕΜΑΤΑ

· ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΚΛΑΣΣΙΚΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΑΠΟ ΘΕΩΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

• ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

· H_0 : NULL HYPOTHESIS

· H_1 : ALTERNATIVH "

• ΕΠΙΛΟΓΗ H_0 ή H_1 ΜΕΤΑ ΑΠΟ ΜΕΤΡΗΣΗ / ΠΕΙΡΑΜΑ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΠΡΑΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ Τ.Μ. (ΤΥΧΑΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ) $\tilde{X}$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ $H_0 \to p_0$ $H_1 \to p_1$

• ΣΦΑΛΜΑΤΑ

ΤΙ ΙΣΧΥΕΙ \ ΤΙ ΑΠΟΦΑΣΙΣΑΜΕ	H_0	H_1
H_0		I
H_1	II	

$$a = P(I) \qquad \beta = P(II)$$

• ΠΩΣ ΑΠΟΦΑΣΙΖΟΥΜΕ;

ΕΣΤΩ "ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ" d_i

$$d_i : X \longrightarrow \{H_0, H_1\}$$

ΠΡΑΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ $\tilde{X} = x \to d_i(x)$

$$a_i = P(I) = P(d_i(x) = H_1 \; ; \; \text{ΚΑΤΑΝΟΜΗ } p_0)$$

$$b_i = P(II) = P(d_i(x) = H_0 \; ; \; \text{ΚΑΤΑΝΟΜΗ } p_1)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

$$X \sim \mathcal{N}(\theta ; 1)$$

$$H_0 : \theta = 0 \qquad H_1 : \theta = 1$$

ΑΠΟΦΑΣΗ: $d_{1/2}$ ΑΝ $X \leq 1/2 \Rightarrow H_0$

H_1 ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ

$$a_{1/2} = P(X \geq 1/2\,;\, \theta = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{1/2}^{\infty} e^{-x^2/2}\,dx$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{1/2} e^{-x^2/2}\,dx = 1 - 0,691 = \underline{0,301}$$

EXCEL

$$\beta_{1/2} = P(X \leq 1/2\,;\, \theta = 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{1/2} e^{-\frac{(x-1)^2}{2}}\,dx$$

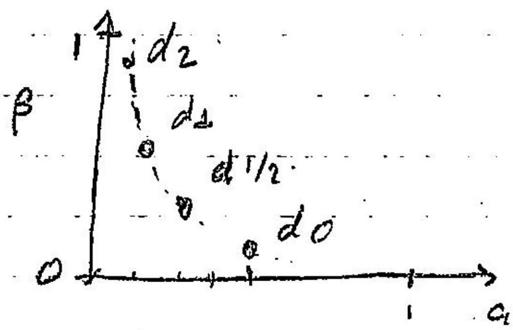
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-1/2} e^{-x^2/2}\,dx = \underline{0,308}$$

<u>[illegible]</u> d_1

$$a_1 = P(X \geq 1\,;\, \theta = 0) = 1 - n(1\,;\,0,1) = \underline{0,159}$$

$$\beta_1 = P(X \leq 1\,;\, \theta = 1) = \underline{0,50}$$

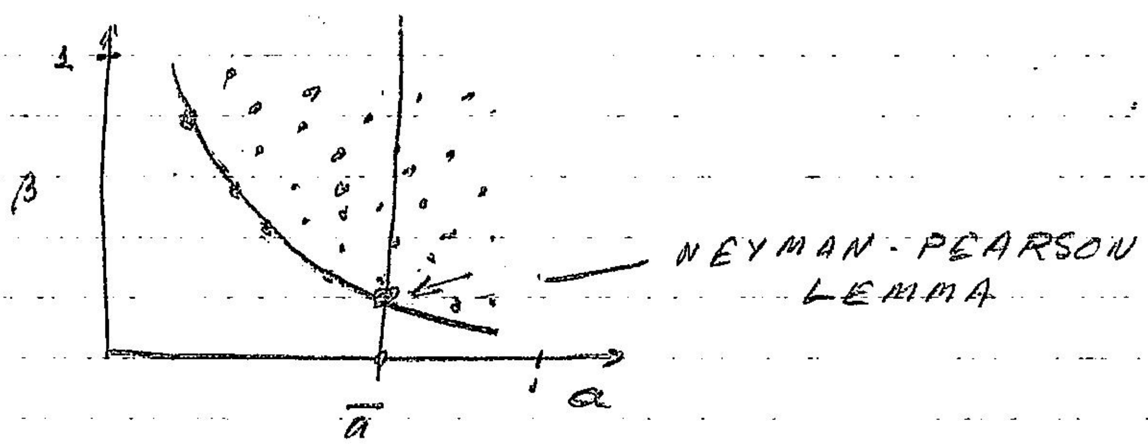
ΜΕΙΩΣΗ a — ΑΥΞΗΣΗ β



$a_2 = 0,023 \qquad \beta_2 = 0,841$

$a_0 = 0,500 \qquad \beta_0 = 0,159$

ΓΕΝΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



NEYMAN-PEARSON ΛΗΜΜΑ - ΔΙΑΚΡΙΤΗ Τ.Μ.

$X \in \{x_1, \dots, x_n\}$ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

$$\begin{cases} P(X = x_i ; H_0) = p_i \\ P(X = x_i ; H_1) = q_i \end{cases}$$

ΑΠΟΦΑΣΗ: ΑΝ ΔΟΥΜΕ x_i ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ H_0 ΜΕ ΠΙΘ/ΤΑ y_i (H_1 ΜΕ $1-y_i$)

ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ y_i ΩΣΤΕ ΓΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΟ a ΕΛΑΧΙΣΤΟ β

$$a = P(I) = \sum_{j=1}^{n} (1-y_j) p_j$$

$$\beta = P(II) = \sum_{j=1}^{n} y_j q_j$$

ΑΡΑ

$$\min \sum_{j=1}^{n} y_j q_j$$

ΩΣΤΕ $\sum_{j=1}^{n} (1-y_j) p_j \le a_0$

$$0 \le y_j \le 1$$

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ!

ΜΕ ΔΥΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΥΠΑΡΧΕΙ $\lambda > 0$ ΩΣΤΕ ΤΟ ΒΕΛΤΙΣΤΟ y_j^* ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ

$$y_j^* = 1 \longrightarrow p_j/q_j > 1/\lambda$$

$$y_j^* = 0 \longrightarrow p_j/q_j < 1/\lambda$$

ΕΝΩ ΑΝ $0 < y_j^* < 1$ $p_j/q_j = \lambda$

p_j/q_j: LIKELIHOOD RATIO

ΛΟΓΟΣ ΠΙΘΑΝΟΦΑΝΕΙΑΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ EXCEL

• ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΑΚΚΙΔΙΟΥ

$$\min \sum q_j y_j$$

$$\sum p_j y_j \geq 1 - a_0$$

$$y_j \in \{0,1\} \leftarrow$$ NP COMPLETE ΠΡΟΒΛΗΜΑ...

ΑΚΕΡΑΙΟΣ ΠΡΟΓ/ΣΜΟΣ

ΣΕ ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ NEYMAN-PEARSON

• $\tilde{X}$: ΣΥΝΕΧΗΣ Τ.Μ. ΜΕ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

$p(x;\theta)$ ← ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ

ΔΗΛΑΔΗ ΑΝ $H_0 : \theta = \theta_0$

$$P(x_0 \leq X \leq x_0 + \Delta x) = p(x;\theta_0)\Delta x$$

• ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΘΕΛΟΥΜΕ ΝΑ ΑΠΟΦΑΣΙΣΟΥΜΕ ΩΣΤΕ $a \leq a_0$ ΚΑΙ β ΕΛΑΧΙΣΤΟ

• ΤΟΤΕ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ H_0 ΑΝ

$$\frac{p(x;\theta_0)}{p(x;\theta_1)} \geq \lambda$$

ΜΕ λ ΣΤΑΘΕΡΑ ΤΕΤΟΙΑ ΩΣΤΕ ΤΟ $a(\lambda) \leq a_0$

<u>ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕ ΤΗΝ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ:</u> ΠΡΕΠΕΙ

$$\exp(-x^2/2) \Big/ \exp\left(-\frac{(x-1)^2}{2}\right) \geq \lambda$$

ΠΟΥ ΣΥΝΕΠΑΓΕΤΑΙ $x \leq \mu(1)$

- ΤΟ μ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ $a \leq a_0'$ ΚΑΙ

$$a = P(X > \mu\,;\, \theta = 0) = 1 - P(X < \mu\,;\, \theta_0 = 0)$$

Π.Χ. ΑΝ $a_0 = 10\%$ $\mu = 1.284$ (>1)

ΤΟΤΕ ΤΟ β ΕΙΝΑΙ 0.900 (!!)

<u>ΠΡΟΣΟΧΗ</u> ΤΟ ΙΔΙΟ ΙΣΧΥΕΙ ΓΙΑ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ θ_1 ΣΤΗΝ H_1, ΑΦΟΣΟΝ

$$\exp(-x^2/2) \Big/ \exp\left(-\frac{(x-\theta_1)^2}{2}\right) \geq \lambda$$

ΣΥΝΕΠΑΓΕΤΑΙ $x \leq \mu(\theta_1)$.
ΟΜΩΣ Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ $\mu(\theta_1)$ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΖΕΤΑΙ ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΛΗΦΘΕΙ ΥΠΟΨΗ Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ θ_1.

- ΑΡΑ Ο ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΙΝΑΙ ΙΣΧΥΡΟΤΕΡΟΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΣΗ

$$H_1 = \{\theta > \theta_0\}$$