

Μεταπτυχιακό Μαθηματικών Αγοράς Παραγωγής Παίγνια και Διαπραγματεύσεις

Απαντήστε σε όλα τα θέματα.

Θέμα 1

Μία επένδυση απαιτεί αρχικό κεφάλαιο 200 χιλ. €. Με ευνοϊκή οικονομική συγκυρία (πιθανότητα 30%) θα έχει συνολικά έσοδα 240 χιλ € ενώ με δυσμενή συγκυρία έσοδα 160 χιλ €. Ο επενδυτής μπορεί να κάνει μία έρευνα αγοράς Α που θα κοστίσει 10 χιλ €, προκαταβλητέα. Η έρευνα θα προβλέψει αν θα ισχύσει ευνοϊκή ή δυσμενή συγκυρία. Αν η συγκυρία είναι ευνοϊκή η έρευνα θα το προβλέψει με πιθανότητα 85%. Αν η συγκυρία είναι αρνητική, η έρευνα θα προβλέψει ευνοϊκή συγκυρία με πιθανότητα 6%. Εναλλακτικά μπορεί να αναθέσει μία έρευνα αγοράς Β που έχει τα ίδια στατιστικά χαρακτηριστικά με την Α και που θα πληρωθεί 18 χιλ. μόνο αν η συγκυρία αποδειχθεί ευνοϊκή και την έχει προβλέψει.

- Τι θα κάνει ο επενδυτής αν έχει γραμμική συνάρτηση ωφελιμότητας;
- Σχολιάστε πώς θα προσδιόριζε την στρατηγική του αν είχε μη γραμμική π.χ. λογαριθμική ωφελιμότητα με γνωστές παραμέτρους και κάποια περιουσία..

Θέμα 2

α. Έστω το παρακάτω παίγνιο 2 παικτών, μηδενικού αθροίσματος, με τον Ι να μεγιστοποιεί:

3	2	2	1,5	4
2	1	3	3	1
2	3	4	5	1
1	2	1	0	3

Υπολογίστε την αξία του και τις στρατηγικές ισορροπίας των δύο παικτών. Ο Ι ελέγχει τις γραμμές, ενώ τα στοιχεία του πίνακα υποδηλώνουν το κέρδος του Ι.

β. Σε ένα τυχερό παίγνιο δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος, ο Ι επιλέγει τυχαία ένα χαρτί που είναι Κόκκινο, Μαύρο ή Λευκό με πιθανότητα 1/3. Αφού δει το χαρτί του, στοιχηματίζει 100 ευρώ ή 200 ευρώ ότι το χαρτί του είναι Κόκκινο. Ο ΙΙ που δεν έχει δει το χαρτί που πήρε ο Ι αλλά γνωρίζει το ποσό του στοιχήματος, ή αποδέχεται το στοίχημα ή όχι αλλά και μπορεί να διπλασιάσει το ποσό του στοιχήματος του Ι. Αν ο ΙΙ δεν αποδεχθεί το στοίχημα, ο Ι κερδίζει 100€ από τον ΙΙ. Αν ο ΙΙ απλώς αποδεχθεί ο Ι κερδίζει την αξία του στοιχήματος σε περίπτωση που όντως έχει Κόκκινο χαρτί, διαφορετικά αν ο Ι έχει μαύρο χαρτί ο ΙΙ κερδίζει την αξία του στοιχήματος από τον Ι, ενώ αν το χαρτί είναι λευκό δεν υπάρχει κάποια ανταλλαγή χρημάτων. Αν ο παίκτης ΙΙ διπλασιάσει, ο Ι μπορεί να αποδεχθεί οπότε το αποτέλεσμα προσδιορίζεται όπως προηγούμενως, ή δεν αποδέχεται οπότε χάνει το ποσό του νέου στοιχήματος (πριν τον διπλασιασμό του ΙΙ).

- Γράψτε την εκταταμένη μορφή του παιγνού και προσδιορίστε τις στρατηγικές των παικτών. Προσέξτε τα πληροφοριακά σύνολα.
- Υπολογίστε 2-3 σημεία της επιλογής σας στον πίνακα κανονικής μορφής.
- Σχολιάστε πώς θα εντοπίζατε τις στρατηγικές ισορροπίας των δύο παικτών.

Θέμα 3

α Σε ένα συνεχές παίγνιο δύο παικτών οι παίκτες αναγγέλουν ταυτόχρονα αριθμούς x ο Ι και y ο ΙΙ οπότε προκύπτουν κέρδη

$$K_I(x,y) = -[x^2 + (x-y)^2] \quad \text{και}$$

$$K_{II}(x,y) = -[(2-y)^2 + 3(x-y)^2]$$

ι. Τι θα παίξουν οι δύο παίκτες;

ιι. Αποδείξτε ότι αν οι παίκτες μπορούν να προχωρήσουν σε δεσμευτικές συμφωνίες δεν προκειται να συμφωνήσουν στο σημείο που υπολογίστηκε στο ι.

β Δύο εταιρείες, μία “μεγάλη” και μία “μικρή”, ανταγωνίζονται στην αγορά ενός προϊόντος. Τα κόστη παραγωγής και των δύο είναι αμελητέα. Η μεγάλη από τις δύο εταιρείες αναγγέλει πρώτη την τιμή της, ενώ η άλλη εταιρεία έχει δυναμικότητα παραγωγής μέχρι B μονάδες, και θα αναγγείλει τιμή ελάχιστα κατώτερη από την μεγάλη εταιρεία, οπότε οι συνολικές πωλήσεις των δύο εταιρειών εξαρτώνται από την τιμή p που ανήγγειλε η πρώτη εταιρεία και ισούνται με $D(p)=K/(p+M)$ με K, B, M γνωστές σταθερές. Ποιά τιμή θα αναγγείλει η εταιρεία Α; Ποιά τιμή θα ανήγγελε αν δεν υπήρχε η μικρή εταιρεία και επιπλέον η «ρυθμιστική αρχή» επιβάλλει τιμές μικρότερες από κάποια τιμή p_{max} .

Θέμα 4

α. Δύο παίκτες αναγγέλουν διαδοχικά αριθμούς 1,2 ή 3, με τον Ι να αναγγέλει πρώτος. Χάνει όποιος παίκτης προξενήσει το άθροισμα των αναγγελιών να φτάσει ή να ξεπεράσει το 10. Πώς θα εξελιχθεί το παιχνίδι;

β. Σε ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος οι παίκτες Ι, ΙΙ έχουν κινήσεις L,R και L', R' αντίστοιχα και παίζουν ταυτόχρονα. Τα κέρδη καθορίζονται από την τύχη, που επιλέγει με ίση πιθανότητα τους πίνακες κέρδους Α, Β ή Γ (οι πίνακες δείχνουν το κέρδος του παίκτη Ι)

	Παίγνιο Α			Παίγνιο Β			Παίγνιο Γ	
	L'	R'		L'	R'		L'	R'
L	1	2	L	4	-1	L	2	1
R	2	1	R	-2	3	R	3	5

Ο παίκτης Ι γνωρίζει μόνο αν ο πίνακας κέρδους είναι ο Α ή όχι. Ο ΙΙ δεν έχει καμμία πληροφόρηση για το παίγνιο που παίζεται, ούτε και γνωρίζει την κίνηση του Ι. Οι κινήσεις των παικτών γίνονται ταυτόχρονα.

- Γράψτε την εκτεταμένη και την κανονική μορφή του παιγνίου
- Υπολογίστε την αξία του