ΜΕΘΟΔΟΣ FLOYD WARSHALL – ΚΥΚΛΟΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

- ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΔΠ ΠΑΡΕΜΦΕΡΗΣ ΜΕ BELLMAN-FORD
- ΕΣΤΩ $S \subseteq V$, ΥΠΟΣΥΝΟΛΟ ΚΟΡΥΦΩΝ
- ΕΞΕΤΑΖΟΥΜΕ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ $v \overset{S}{\rightsquigarrow} w$ ΜΕ ΕΝΔΙΑΜΕΣΕΣ ΚΟΡΥΦΕΣ <u>ΜΟΝΟ</u> ΣΤΟ S. ΘΕΤΟΥΜΕ

$$F(v,w|S) = \left\{ \begin{array}{c} \text{ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΜΗΚΟΣ} \\ \text{ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ } v \overset{S}{\rightsquigarrow} w \end{array} \right\}$$

- ΠΡΟΦΑΝΩΣ $F(v,w|\emptyset) = f(v,w)$
- ΑΠΟ ΓΝΩΣΗ $F(v,w|S)$ Ο Δ.Π. ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΤΗΝ $F(v,w|S\cup z)$ ΟΠΟΥ z ΚΟΡΥΦΗ, $z \notin S$
- ΟΤΑΝ $S = V$ Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΧΕΙ ΤΕΛΕΙΩΣΕΙ

- ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $F(v,w|S\cup z)$

  α. ΠΡΟΦΑΝΩΣ ΕΙΝΑΙ $F(v,w|S\cup z) \leq F(v,w|S)$

  β. ΑΝ ΤΟ z ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ <u>ΜΟΝΟ</u> ΜΙΑ ΦΟΡΑ ΕΙΝΑΙ $F(v,w|S\cup z) \leq F(v,z|S) + F(z,w|S)$

  γ. <u>ΑΛΛΑ</u> ΑΝ $F(z,z|S) < \emptyset$ ΚΑΙ ΑΝ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΜΕΤΑΒΟΥΜΕ ΣΤΟ z ΑΠΟ v (ΚΑΙ ΑΠΟ $z \to w$) ΤΟΤΕ $F(v,w|S\cup z) = -\infty$. ΣΥΜΒΑΤΙΚΑ, ΑΝ $F(v,z|S) = F(z,w|S) = \infty$ <u>ΚΑΙ</u> $F(z,z|S) < 0$ ΘΕΩΡΟΥΜΕ ΟΤΙ ΔΕΝ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΔΗΜΙΟΥΡΓΗΣΟΥΜΕ ΚΟΣΤΟΣ $-\infty$

- ΕΦΟΣΟΝ ΕΝΑ ΑΠΟ ΤΑ α, β, γ ΙΣΧΥΕΙ ΕΙΝΑΙ

$$F(v,w|S\cup z) = \min\left\{ F(v,w|S);\ F(v,z|S)+F(z,w|S);\ F(v,z|S) + F(z,w|S) + \infty \cdot F(z,z|S) \right\}$$

ΟΠΟΥ Ο ΤΡΙΤΟΣ ΟΡΟΣ ΘΑ ΔΩΣΕΙ ΣΥΜΒΑΤΙΚΑ

$$\begin{cases} -\infty & F(z,z|S) < 0,\ F(v,z|S), F(w,z|S) < \infty \\ \infty & F(z,z|S) \geq 0 \end{cases}$$

· ΟΤΑΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΟΥΜΕ ΤΟ $F(v,w|V)$ Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΑΣ ΔΙΝΕΙ ΣΑΦΩΣ ΤΙΣ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ ΚΟΣΤΟΥΣ $-\infty$.

· ΣΤΗΝ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΘΕΤΟΥΜΕ $V=\{1,2,\ldots,n\}$ ΚΑΙ ΓΡΑΦΟΥΜΕ

$$F(i,j|\underbrace{k}_{\text{ΕΝΝΟΕΙ } S=\{1,2,\ldots,k\}}) = \left\{\begin{array}{l}\text{ΕΛΑΧ. ΔΙΑΔΡΟΜΗ}\\ \text{ΜΕ ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΥΣ } 1,\ldots,k\end{array}\right\}$$

· ΕΝΑΣ ΜΗ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΕΙΝΑΙ

{ · ΘΕΤΟΥΜΕ $F(i,j|0) = f(i,j)$
· ΤΟ k ΠΑΙΖΕΙ ΤΟΝ ΡΟΛΟ ΤΟΥ z }

```
for k:=1 to n do
   if F(k,k|k-1) ≥ then
      begin   {ΔΕΝ ΕΧΟΥΜΕ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΚΥΚΛΟ}
        for i:=1 to n do
           for j:=1 to n do
              { temp ← F(i,k|k-1) + F(k,j|k-1)
                F(i,j|k) ← min{temp , F(i,j|k-1)} }
      end
   else {ΕΧΟΥΜΕ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΚΥΚΛΟ}
      begin
        for i:=1 to n do
           for j:=1 to n do
              if F(i,k|k-1) < maxint AND
                       F(k,j|k-1) < maxint
              then F(i,j|k) ← -maxint
              else F(i,j|k) ← F(i,j|k-1)
      end
```

· ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: ΣΤΗΝ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΠΑΡΑΛΕΙΨΟΥΜΕ ΤΟΝ ΤΡΙΤΟ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΙ ΓΡΑΦΟΥΜΕ

$F(i,j)$ ΑΝΤΙ ΓΙΑ $F(i,j|k)$, ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ k.

- ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΤΕ ΤΗΝ ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΥΤΗ

ΕΧΟΥΜΕ ΤΟΤΕ ΤΟΝ ΕΞΗΣ ΚΩΔΙΚΑ

(ΤΡΙΠΛΟΣ ΒΡΟΧΟΣ)

```
. F(i,j) ← f(i,j) ∀ i,j, INTER(i,j)=j
      (ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ)
. for k:=1 to n do
    if f(k,k) ≥ 0 then
      begin
      for i:=1 to n do
        for j:=1 to n do
          temp := F(i,k)+F(k,j)
          if temp < F(i,j) then
          begin
          F(i,j) := temp
          INTER(i,j) := k
          end
      end
    else { f(k,k) < 0 }
          ... ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΤΕ ΤΟΝ ΚΩΔΙΚΑ ...
```

- ΤΟ ARRAY $INTER(i,j)$ ΠΕΡΙΕΧΕΙ ΤΗΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗ ΟΤΙ Ο ΚΟΜΒΟΣ $INTER(i,j)$ ΕΙΝΑΙ ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΣ ΣΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ $i \rightsquigarrow j$ (ΑΝ ΔΕΝ ΕΧΟΥΜΕ ΚΥΚΛΟΥΣ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ)
- ΑΠΟ ΤΑ INTER ΟΤΑΝ ΤΕΛΕΙΩΣΕΙ Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΓΡΑΨΟΥΜΕ ΤΙΣ (ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΕΣ) ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ

ΑΣΚΗΣΗ ΓΡΑΨΤΕ ΚΩΔΙΚΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ

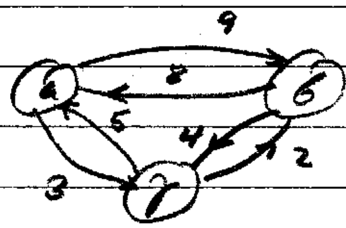
ΥΠΟΔΕΙΞΗ ΑΝ $F(i,j) > -\infty$ ΚΑΙ $INTER(i,j) \neq j$

Η ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΕΙΝΑΙ $i \rightsquigarrow INTER(i,j) \rightsquigarrow j$

ΣΥΝΕΧΙΣΤΕ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΑ

ΑΣΚΗΣΗ ΑΝ $F(i,j) = -\infty$, ΠΩΣ ΘΑ ΕΝΤΟΠΙΣΕΤΕ ΤΟΝ "ΕΝΟΧΟ" ΚΥΚΛΟ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ;

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



$k = \emptyset$ $\quad F(\,/k)$

F	a	b	γ
a	∞	9^{b}	3^{γ}
b	8^{a}	∞	4^{γ}
γ	5^{a}	2^{b}	∞

$k = a$ — ΔΕΝ ΑΛΛΑΖΕ

F	a	b	γ	
a	∞	9^{b}	3^{γ}	← ΔΕΝ ΑΛΛΑΖΕΙ
b	8^{a}	17^{a}	4^{γ}	
γ	5^{a}	2^{b}	8^{a}	

$k = b$

F	a	b	γ
a	17^{b}	9^{γ}	3^{γ}
→ b	8^{a}	17^{a}	4^{γ}
γ	5^{a}	2^{b}	6^{b}

$k = \gamma$

	a	b	γ
a	8^{γ}	5^{γ}	3^{γ}
b	8^{a}	6^{γ}	4^{γ}
→ γ	5^{a}	2^{b}	6^{b}

- ΤΑ INTER ΕΜΦΑΝΙΖΟΝΤΑΙ ΩΣ ΔΕΙΚΤΕΣ
- ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΣΤΕ ΤΑ ΒΗΜΑΤΑ
- ΕΠΑΝΑΛΑΒΕΤΕ ΤΑ ΒΗΜΑΤΑ ΜΕ $f(b,\gamma) = -3$

- Η ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ $a \rightsquigarrow b$ ΕΙΝΑΙ

  $a \rightsquigarrow \gamma \rightsquigarrow b$ ΕΦΟΣΟΝ $INTER(a,b) = \gamma$

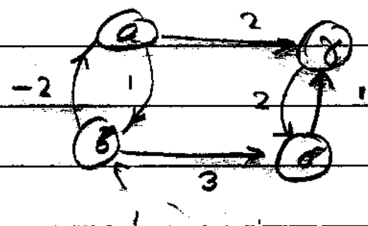
  ΕΦΟΣΟΝ $INTER(a,\gamma) = \gamma$ ΚΑΙ $INTER(\gamma,b) = b$

  Η ΔΙΑΔΡΟΜΗ $a \to \gamma \to b$ ΕΙΝΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΗ

  ΚΑΙ ΕΧΕΙ ΜΗΚΟΣ $f(a,\gamma) + f(\gamma,b) = 3+2 = 5$

  ΟΣΟ ΚΑΙ Η $F(a,b/a,b,\gamma)$ ΣΤΟΝ ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ ΠΙΝΑΚΑ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2



$\emptyset$	α	β	γ	δ
α	∞	1	2	∞
β	−2	∞	∞	3
γ	∞	∞	∞	2
δ	∞	∞	1	∞

α	α	β	γ	δ
α	∞	1	2	∞
β	−2	-1^{α}	0	3
γ	∞	∞	∞	2
δ	∞	∞	1	∞

α, β	α	β	γ	δ
α	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\beta}$
β	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\alpha}$	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\beta}$
γ	∞	∞	∞	2
δ	∞	∞	1	∞

α, β, γ	α	β	γ	δ
α	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
β	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
γ	∞	∞	∞	2
δ	∞	∞	1	3^{γ}

α, β, γ, δ	α	β	γ	δ
α	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\beta}$
β	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\alpha}$	$-\infty^{\beta}$	$-\infty^{\beta}$
γ	∞	∞	3^{δ}	2^{δ}
δ	∞	∞	1^{γ}	3^{γ}

- ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΠΟ α, β ΕΧΕΙ ΤΙΜΗ $-\infty$
- ΕΦΟΣΟΝ ΤΑ γ, δ ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΠΡΟΣ ΤΑ α, β, ΟΙ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ ΑΠΟ γ, δ ΕΧΟΥΝ ΘΕΤΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ
- ΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΠΟΥ ΣΗΜΕΙΩΘΗΚΑΝ ΣΤΟΥΣ ΠΙΝΑΚΕΣ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΟΥΝ ΓΙΑ ΝΑ ΕΝΤΟΠΙΣΤΟΥΝ ΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ, ΑΚΟΜΑ ΚΑΙ ΟΙ ΚΥΚΛΟΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ. ΠΩΣ;

ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΔΕΝΔΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

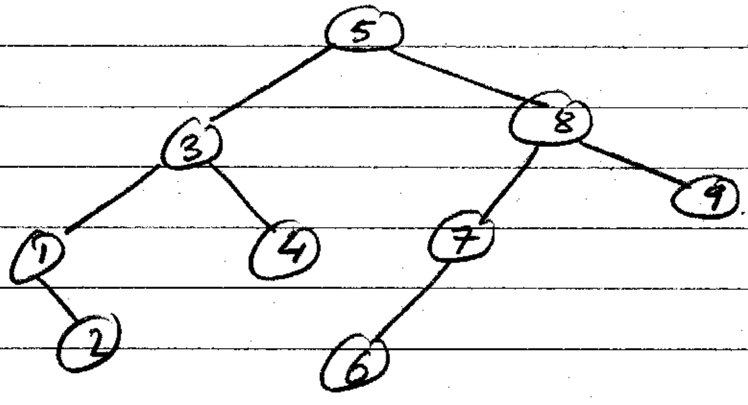
(ΟΧΙ ~~ΠΛΗΡΕΣ Ή ΙΣΟΡΡΟΠΟ~~)

- ΕΣΤΩ ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΔΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ ΜΕ ΚΟΜΒΟΥΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΥΝ ΚΛΕΙΔΙΑ (ΕΔΩ ΑΡΙΘΜΟΥΣ)
- ΟΙ ΚΟΜΒΟΙ ΚΑΤΩ ΔΕΞΙΑ ΕΧΟΥΝ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΑ ΚΛΕΙΔΙΑ, ΟΙ ΚΑΤΩ ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΜΙΚΡΟΤΕΡΑ
- Η ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΕΝΟΣ ΚΛΕΙΔΙΟΥ ΓΙΝΕΤΑΙ ΣΕ ΑΡΙΘΜΟ ΣΥΓΚΡΙΣΕΩΝ ΙΣΟ ΜΕ ΤΟ ΒΑΘΟΣ ΤΟΥ ΚΛΕΙΔΙΟΥ ΣΤΟ ΔΕΝΔΡΟ

- ΑΝ ΕΧΟΥΜΕ π_k ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ ΤΟΥ ΚΛΕΙΔΙΟΥ k ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΣΕ ΒΑΘΟΣ b_k ΤΟΤΕ Ο ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΕΩΝ ΟΡΙΖΕΤΑΙ ΩΣ

$$\bar{A} = \sum_{k \text{ ΚΛΕΙΔΙΑ}} \pi_k b_k$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



ΕΣΤΩ ΟΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ, ΒΑΘΗ ΚΑΙ ΤΩΝ ΚΛΕΙΔΙΩΝ ΣΤΟΝ ΠΙΝΑΚΑ

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
π%	15	10	15	15	10	20	10	5	5
b	3	4	2	3	1	4	3	2	3

· ΜΕ, $\bar{A} = 0{,}15 \cdot 3 + 0{,}10 \cdot 4 + 0{,}15 \cdot 2 + \ldots + 0{,}05 \cdot 3$
$= 2{,}95$

· ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΛΛΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΜΕ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΟ ΧΡΟΝΟ; ΠΩΣ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΑΝΑΛΥΣΟΥΜΕ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ;

· ΠΡΟΦΑΝΩΣ ΑΝ k ΕΙΝΑΙ Η ΡΙΖΑ, ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ $1, 2, \ldots, k-1$ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΤΗΣ ΚΑΙ ΤΑ $k+1, \ldots, N$ ΔΕΞΙΑ ΤΗΣ. (ΤΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΑΝ $k=1$ ή $k=N$;)

· ΤΟΣΟ ΤΑ ΔΕΞΙΑ ΟΣΟ ΚΑΙ ΤΑ ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΣΧΗΜΑΤΙΖΟΥΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΥΠΟΔΕΝΔΡΟ

· ΣΤΟ ΠΡΩΤΟ ΥΠΟΔΕΝΔΡΟ ΑΝ Ο ΜΕΣΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΕΩΣ ΗΤΑΝ $\bar{A}_1$, ΜΕΤΡΩΝΤΑΣ ΟΜΩΣ ΤΙΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ ΤΟΥ, ΜΕΤΡΩΝΤΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΟΛΟ ΔΕΝΔΡΟ, Ο ΜΕΣΟΣ ΕΙΝΑΙ

$$\sum_{\ell \in \text{ΥΠΟΔΕΝΔΡΟ}} \pi_\ell \, (b_\ell + 1) = \sum_{\ell \in \text{ΥΠΟΔ.}} \pi_\ell b_\ell + \sum_{\ell \in \text{ΥΠΟΔ}} \pi_\ell$$

ΒΑΘΟΣ ΣΤΟ ΥΠΟΔΕΝΔΡΟ

· ΤΟ ΙΔΙΟ ΚΑΙ ΣΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

· ΑΡΑ ΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΟΝ Α.Π. ΩΣ ΕΞΗΣ

$$c_{i,j} \;\; (i \le j) \equiv \left\{ \begin{array}{l} \text{βέλτιστος αναμ. χρόνος αναζήτησης} \\ \text{σε δένδρο με στοιχεία τα} \\ i, i+1, \ldots, j \end{array} \right\}$$

ΘΕΤΟΥΜΕ $c_{i,i} = \pi_i$ $\quad c_{i+1,i} = 0$ ΣΥΜΒΑΤΙΚΑ

ΤΟΤΕ Ο Α.Π. ΔΙΝΕΙ

$$C_{ij} = \min_{i \le k \le j} \left\{ 1 \cdot \pi_k + C_{i,k-1} + \pi_i + \dots + \pi_{k-1} + C_{k+1,j} + \pi_{k+1} + \dots + \pi_j \right\}$$

$$\text{ή} \quad C_{ij} = \sum_{k=i}^{j} \pi_k + \min_{i \le k \le j} \left\{ C_{i,k-1} + C_{k+1,j} \right\}$$

- ΕΡΜΗΝΕΥΣΤΕ ΤΗΝ ΣΧΕΣΗ.

- ΠΩΣ ΤΗΝ ΛΥΝΟΥΜΕ; ΠΑΡΑΤΗΡΟΥΜΕ ΟΤΙ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΑ $C_{i,i}$, ΔΗΛΑΔΗ ΓΙΑ ΔΕΝΔΡΑ ΜΕ 1 ΣΤΟΙΧΕΙΟ
- ΑΠΟ ΤΗΝ ΣΧΕΣΗ ΔΠ ΠΡΟΚΥΠΤΕΙ ΟΤΙ ΑΝ ΞΕΡΟΥΜΕ ΤΑ C ΓΙΑ m ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΟ ΔΕΝΔΡΟ ΤΟΤΕ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΤΗΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΟΥΜΕ ΓΙΑ m+1

- ΑΡΑ ΛΥΝΟΥΜΕ ΤΟΝ ΔΠ ΓΙΑ $C_{i,i+1}$, ΜΕΤΑ ΓΙΑ $C_{i,i+2}$, (ΟΛΑ ΤΑ i ΠΟΥ ΕΧΟΥΝ ΝΟΗΜΑ) ΟΠΟΤΕ ΚΑΤΑΛΗΓΟΥΜΕ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ $C_{1,N}$ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ Ο ΣΤΟΧΟΣ ΜΑΣ

- Ο ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΠ ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΦΑΝΗΣ, ΚΑΙ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΕΙ MEMOIZATION

- ΠΩΣ ΘΑ ΓΡΑΨΑΤΕ ΜΗ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟ ΚΩΔΙΚΑ;

ΥΠΟΔΕΙΞΗ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΤΕ ΤΗΝ:

$$C_{i,i+m} = p_i + \dots + p_{i+m} + \min_{k=0,\dots,m-1}\Big\{\underbrace{C_{i,i+k}}_{k+1} + \underbrace{C_{i+k+2,i+m}}_{m-k-1}\Big\}$$

ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΟΠΟΤΕ

```
for m:=1 to N-1 do
    for i=1 to N do
        t ← ∞
        for k:=0 to m-1 do
            { t ← min{C_{i,i+k} + C_{i+k+2,i+m} ; t}
            { ROOT(i, i+m) ← k   {ΑΝ ΕΧΟΥΜΕ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ}
        C_{i,i+m} ← Σ_{l=i}^{i+m} p_l + t
```

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

• ΕΣΤΩ $p_A = 50\%$ $p_B = 20\%$ $p_\Gamma = 10\%$
$p_\Delta = 5\%$ $p_E = 15\%$

• ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕ ΠΙΝΑΚΑ ΓΙΑ ΤΟ C ΩΣ ΕΞΗΣ (ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕ ΤΟ ΑΝΩ ΤΡΙΓΩΝΙΚΟ ΜΕΡΟΣ)

$m=1$

	A	B	Γ	Δ	E
A	50^A				
B		20^B			
Γ			10^Γ		
Δ				5^Δ	
E					15^E

• ΓΙΑ $m=2$ ΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΗΝ ΑΝΩ ΔΙΑΓΩΝΙΟ

	A	B	Γ	Δ	E
A	50^A	90^A			
B		20^B	40^B		
Γ			10^Γ	20^Γ	
Δ				5^Δ	25^E
E					15^E

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

$C_{A,B} = 70 + \min\{\underset{A}{20}, \underset{B}{50}\}$
$= 90^A$

$C_{\Gamma\Delta} = 15 + \min\{5, 10\}$
$\Gamma \quad \Delta$
$= 20^\Gamma$

ΡΙΖΕΣ

ΓΙΑ $m = 3$

	Α	Β	Γ	Δ	Ε
Α	50^{A}	90^{A}	120^{A}		
Β		20^{B}	40^{B}	55^{B}	
Γ			10^{Γ}	20^{Γ}	50^{E}
Δ				5^{Δ}	25^{E}
Ε					15^{E}

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

$$C_{\Gamma,E} = 30 + \min\{\underset{\Gamma}{25},\ \underset{\Delta}{10+15},\ \underset{E}{20}\} = 50^{E}$$

ΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΓΙΑ $m = 4, 5$ ΕΙΝΑΙ

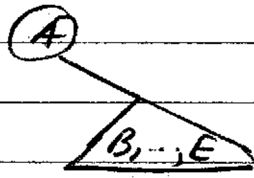
	Α	Β	Γ	Δ	Ε
Α	50^{A}	90^{A}	120^{A}	140^{A}	195^{A}
Β		20^{B}	40^{B}	55^{B}	95^{Γ}
Γ			10^{Γ}	20^{Γ}	50^{E}
Δ				5^{Δ}	25^{E}
Ε					15^{E}

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

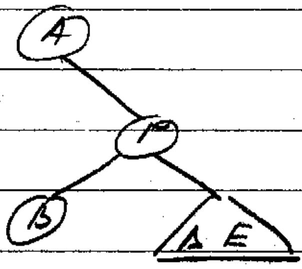
$$C_{A,E} = 100 + \min\{\underset{A}{95},\ \underset{B}{50+50},\ \underset{\Gamma}{90+25},\ \underset{\Delta}{120+15},\ \underset{E}{140}\} = 195^{A}$$

ΠΩΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΖΕΤΑΙ ΤΟ ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΔΕΝΔΡΟ;

- ROOT(A,E) = A ΑΡΑ

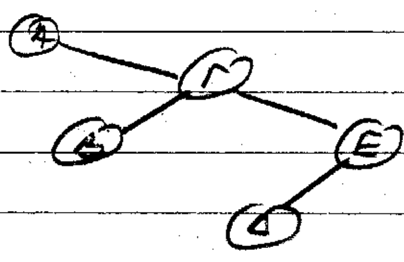


- ROOT(B,E) = Γ ΑΡΑ



- ROOT(Δ,E) = E

ΟΠΟΤΕ ΤΟ ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΝΔΡΟ ΕΙΝΑΙ



$$\Rightarrow \bar{A} = 1 \cdot 0{,}5 + 3 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}10 + 3 \cdot 0{,}15 + 4 \cdot 0{,}05 = \underline{1{,}95}$$

- ΜΕΛΕΤΑ Η ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ;
- ΓΡΑΨΤΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΤΟΥ ΒΕΛΤΙΣΤΟΥ ΔΕΝΔΡΟΥ.