• ΠΩΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΦΟΡΤΩΣΗ;

• ΠΡΟΦΑΝΩΣ ΑΝ $F(m) = a_k + F(m - b_k)$ ΤΟΤΕ ΕΝΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΥΠΟΥ k ΑΝΗΚΕΙ ΣΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΦΟΡΤΩΣΗ, ΚΑΙ ΑΝ ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΦΟΡΤΩΣΗ ΓΙΑ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ $m - b_k$ ΤΗΝ ΑΝΑΘΕΩΡΟΥΜΕ ΑΥΞΑΝΟΝΤΑΣ ΤΑ ΑΝΤΙΚ. ΤΥΠΟΥ k ΚΑΤΑ 1.

• Η ΙΔΕΑ ΑΥΤΗ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΥΛΟΠΟΙΗΘΕΙ ΩΣ ΕΞΗΣ: ΑΝ ΕΧΟΥΜΕ ΕΝΑ ARRAY LOADING[ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ, ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ] ΟΠΟΥ LOADING[m, j] ΕΙΝΑΙ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΑΝΤΙΚ. ΤΥΠΟΥ j ΣΕ ΣΑΚΚΙΔΙΟ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ m, ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΟΥΜΕ ΩΣ ΕΞΗΣ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΑ.

- ΠΡΟΦΑΝΩΣ $\text{LOADING}[0, j] = 0$ — ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

<u>ΑΝΑΔΡΟΜΗ</u>

• ΑΝ BEST[m] ΕΙΝΑΙ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΠΟΥ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ $F(m) = a_{BEST[m]} + F(m - b_{BEST(m)})$

ΤΟΤΕ

$$\text{LOADING}[m, j] = \begin{cases} \text{LOADING}[m - b_{BEST(m)}, j] & j \neq BEST(m) \\ \text{LOADING}[m - b_{BEST(m)}, BEST(m)] + 1 & \text{ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ} \end{cases}$$

• ΠΩΣ ΘΑ ΕΝΣΩΜΑΤΩΝΑΤΕ ΤΟΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΣΤΟΝ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΚΩΔΙΚΑ;

• ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ ΑΝ ΓΝΩΡΙΖΑΜΕ ΤΗΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΥ valopt[ ] ΤΟΥ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟΥ ΚΩΔΙΚΑ ΓΙΑ ΟΛΑ ΤΑ m, ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΦΟΡΤΩΣΗ LOADING[m, .] ΩΣ ΕΞΗΣ

```
mtest ← m ; LOADING ← Ø
repeat
    j ← 0
    repeat
        j ← j+1
    until valopt[mtest] = a_j + valopt[mtest - b_j]
    LOADING[j] ← LOADING[j] + 1
    mtest ← mtest - b_j
until mtest ≤ 0
```

• ΜΗ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ : ΠΡΟΦΑΝΗΣ ΚΩΔΙΚΑΣ

• ΧΡΕΙΑΖΟΜΑΣΤΕ ARRAY valopt[.] m ΘΕΣΕΩΝ ΟΠΟΥ m Η ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ

• ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ ΟΤΙ ΤΟ m ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΧΕΙ ΝΟΗΜΑ ΝΑ ΠΡΟΣΠΑΘΗΣΟΥΜΕ ΝΑ ΜΕΙΩΣΟΥΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΒΑΡΥΝΣΗ ΑΥΤΗ!

• ΚΩΔΙΚΑΣ :

```
for mj := 1 to m do        { ΟΛΕΣ ΟΙ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΕΣ ! }
 begin {0}
  • for j := 1 to n do     { ΟΛΟΙ ΟΙ ΤΥΠΟΙ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ! }
     begin {1}
       • t := 0 ; best := 0
       • if b_j >= mj then
           begin
             s := a_j + valopt[mj - b_j]
             if s > t then
               { t <- s
                 best <- j }
           end
     end {1}
  • valopt[mj] := t
                { • for j := 1 to n do
                      if j = best then loading[mj, best] :=
ΥΠΟΛΟΓ.         {                 loading[mj - b_BEST, best] + 1
ΦΟΡΤΩΣΗΣ        {     else loading(mj, j) := loading[mj - b_BEST, j]
```

• ΠΩΣ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΜΕΙΩΘΕΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΩΝ ARRAYS valopt ΚΑΙ LOADING ;

· ΠΡΟΦΑΝΩΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΩΝ ΜΗΤΡΩΩΝ valopt [m] ΚΑΙ loading [m, ..] ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΝΑ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΤΙΜΕΣ ΓΙΑ ΔΕΙΚΤΕΣ

$m-1, m-2, \ldots, m - \max_j b_j \rightsquigarrow M$

· ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΙΔΕΑΣ ΑΥΤΗΣ, ΦΑΝΤΑΖΟΜΑΣΤΕ ΜΙΑ ΟΥΡΑ (QUEUE) ΠΟΥ ΠΕΡΙΕΧΕΙ ΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ valopt [ ] ΓΙΑ ΔΕΙΚΤΕΣ

DEQUEUE ←	$m-M$	$m-M+1$	$m-M+2$	...	$m-1$	← ENQUEUE

· ΟΤΑΝ ΤΕΛΕΙΩΣΟΥΜΕ ΜΕ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ valopt [m] ΕΙΣΑΓΟΥΜΕ (ENQUEUE) ΣΤΗΝ ΟΥΡΑ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΓΙΑ ΔΕΙΚΤΗ m ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΟΥΜΕ (DEQUEUE) ΤΟ $m-M$, ΟΠΟΤΕ Η ΕΙΚΟΝΑ ΤΗΣ ΟΥΡΑΣ ΕΙΝΑΙ

←	$m+1-M$	$(m+1-M)+1$	...	m	←

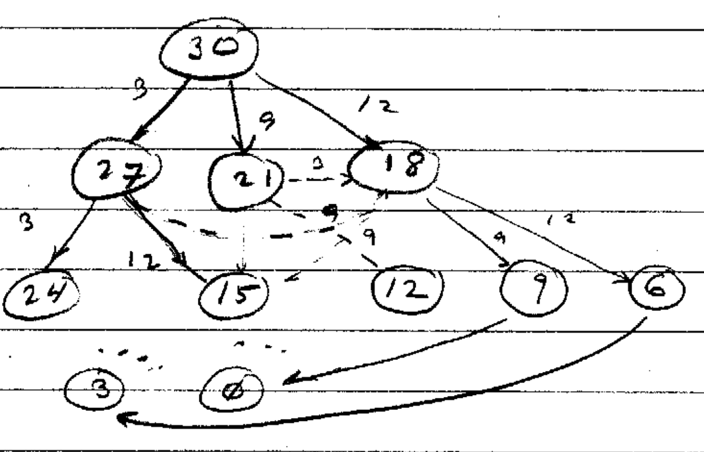
· ΒΛΕΠΕ CLR ΚΕΦ. 11 ELEMENTARY DATA STRUCTURES ΓΙΑ ΥΛΟΠΟΙΗΣΕΙΣ

° Ο ΜΗ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΑΝΑΜΟΡΦΩΝΕΤΑΙ ΕΥΚΟΛΑ ΩΣΤΕ ΝΑ ΣΥΜΠΕΡΙΛΑΒΕΙ ΤΗΝ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΟΥΡΑΣ. ΦΥΣΙΚΑ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΑΛΛΗ ΟΥΡΑ ΚΑΙ ΓΙΑ ΤΟ loading

· ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΜΗ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΗΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ: ΘΑ ΚΑΝΕΙ ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ m ΒΗΜΑΤΑ (ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΒΡΟΧΟΥ ΚΩΔΙΚΑ). ΟΜΩΣ ΑΝ ΤΑ b_j ΕΧΟΥΝ ΜΗ ΤΕΤΡΙΜΜΕΝΟ ΚΟΙΝΟ ΔΙΑΙΡΕΤΗ ΕΣΤΩ ΜΚΔ $(b_1, \ldots, b_n) = b$ ΧΡΕΙΑΖΟΝΤΑΙ ΜΟΝΟ m/b ΚΑΙ ΟΧΙ m ΒΗΜΑΤΑ!

ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΘΑ ΕΞΕΤΑΣΕΙ ΑΚΡΙΒΩΣ ΟΣΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΧΡΕΙΑΖΟΝΤΑΙ !

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: ΕΣΤΩ 3 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ ΜΕ ΒΑΡΗ 3, 9, 12 ΜΕ ΜΚΔ(3, 9, 12) = 3 ΚΑΙ ΕΣΤΩ $m = 30$. ΘΑ ΧΡΕΙΑΣΘΕΙ ΝΑ ΒΡΟΥΜΕ ΤΙΣ ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΦΟΡΤΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΕΣ ΠΟΥ ΦΑΙΝΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΕΞΗΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



ΠΟΥ ΑΠΑΙΤΕΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ $30/3 \approx 10$ ΤΙΜΕΣ

- ΤΙ ΘΑ ΣΥΝΕΒΑΙΝΕ ΑΝ $m = 31$ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΔΙΑΙΡΕΤΟ ΔΙΑ ΤΟΥ 3; ΠΡΟΦΑΝΩΣ ΘΑ ΑΡΚΟΥΣΕ ΝΑ ΕΞΕΤΑΣΟΥΜΕ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΕΣ mj ΜΕ $mj = 1 \bmod 3$ (ΒΛΕΠΕ ΔΙΑΦΑΝΕΙΕΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΡΙΘΜΩΝ ΓΙΑ ΤΟΝ ΟΡΙΣΜΟ ΤΗΣ ΙΣΟΤΗΤΑΣ mod). ΑΥΤΟ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΟΤΙ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ mj ΔΙΑΙΡΟΥΜΕΝΟΣ ΔΙΑ ΤΟΥ 3 ΑΦΗΝΕΙ ΥΠΟΛΟΙΠΟ 1. ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΤΕ...

- ΠΩΣ ΘΑ ΑΛΛΑΖΑΤΕ ΤΟΝ ΜΗ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟ ΚΩΔΙΚΑ ΩΣΤΕ ΝΑ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΘΕΙ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΥΤΟ; <u>ΥΠΟΔΕΙΞΗ</u> ΑΝ $b = ΜΚΔ(b_1, \ldots, b_n)$ ΑΡΧΙΖΟΥΜΕ ΤΟΝ ΚΩΔΙΚΑ ΜΕ $mj := m \bmod b$ (ΚΑΙ ΟΧΙ ΜΕ $m-1$) ΚΑΙ ΠΡΟΧΩΡΟΥΜΕ ΑΝΑ b ΒΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΟΧΙ ΑΝΑ 1 ΒΗΜΑ.

ΣΤΟΝ SEDGEWICK (Β' ΕΚΔΟΣΗ ΚΕΦ. 42) Ο ΜΗ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΕΙΝΑΙ ΩΣ ΕΞΗΣ

```
for j:=1 to N do   { j : ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ }
  begin
  for i:=1 to M do   { i : ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΕΣ }
    if i-size[j] ≥ 0 then
      if cost[i] < (cost[i-size[j]]+val[j]) then
      begin
      cost[i]:=cost[i-size[j]] + val[j];
      best[i]:=j
      end;
  end;
```

• ΤΙ ΚΑΝΕΙ ΑΥΤΟΣ Ο ΚΩΔΙΚΑΣ; ΔΙΑΦΕΡΕΙ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟΥΣ ΚΑΘΩΣ ΑΝΤΙΣΤΡΕΦΕΙ ΤΗΝ ΣΕΙΡΑ ΤΩΝ ΒΡΟΧΩΝ, ΜΕ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΒΡΟΧΟ ΤΟΝ ΤΥΠΟ ΤΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ. ΕΙΝΑΙ ΣΩΣΤΟΣ; ΝΑΙ, ΑΛΛΑ ΑΝΑΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓ/ΣΜΟΥ, ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΧΡΗΣΙΜΗ ΚΑΙ ΣΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΑΚΚΙΔΙΟ!

- ΕΣΤΩ $F(m; j:=1,\ldots,\ell)$ Η ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΑΞΙΑ ΓΙΑ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ m ΚΑΙ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ ΤΥΠΩΝ $1,2,\ldots,\ell$ (ΟΧΙ ΟΛΟΙ ΟΙ ΤΥΠΟΙ!)

• ΑΝ ΤΩΡΑ Ο ΤΥΠΟΣ ℓ <u>ΔΕΝ</u> ΕΙΝΑΙ ΣΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΦΟΡΤΩΣΗ ΘΑ ΕΙΝΑΙ

$$F(m;1,\ldots,\ell) = F(m;1,\ldots,\ell-1)$$

ΕΝΩ ΓΕΝΙΚΑ $F(m;1,\ldots,\ell) \geq F(m;1,\ldots,\ell-1)$

• ΑΝ Ο ΤΥΠΟΣ ℓ <u>ΕΙΝΑΙ</u> ΣΤΟ ΒΕΛΤΙΣΤΟ

$$F(m;1,\ldots,\ell) = F(m-b_\ell;1,\ldots,\ell) + a_\ell$$

ΕΝΩ ΓΕΝΙΚΑ

$$F(m;1,\dots,e) \geq F(m-b_e;1,\dots,e) + a_e$$

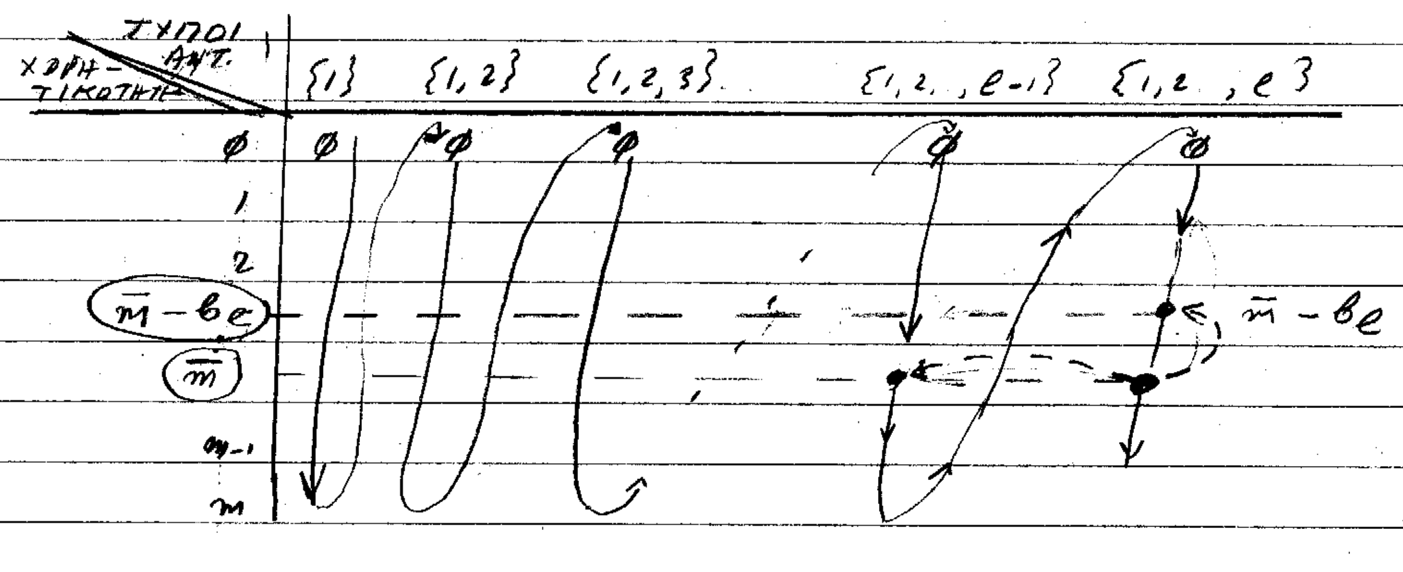
ΑΡΑ ΘΑ ΕΙΝΑΙ

$$F(m;1,\dots,e) = \max\{F(m;1,2,\dots,e-1);\ a_e + F(m-b_e;1,2,\dots,e)\}$$

• ΠΩΣ ΛΥΝΕΤΑΙ Η ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΣΧΕΣΗ; ΑΝ ΕΧΟΥΜΕ ΒΡΕΙ ΤΟ $F(\tilde{m};1,2,\dots,e-1)$ ΓΙΑ ΟΛΑ ΤΑ $\tilde{m} \leq m$ ΤΟΤΕ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΟΥΜΕ ΤΗΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

$a_e + F(\tilde{\tilde{m}} - b_e;1,2,\dots,e)$ ΑΥΞΑΝΟΝΤΑΣ ΤΟ $\tilde{\tilde{m}}$

• ΕΤΣΙ Η ΣΕΙΡΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΔΙΝΕΤΑΙ ΣΤΟ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



ΤΟ ΣΧΗΜΑ ΔΕΙΧΝΕΙ ΟΤΙ ΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ $F(\bar{m};1,\dots,e)$ ΔΗΛΑΔΗ ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ

$F(\bar{m};1,2,\dots,e-1)$ ΚΑΙ $F(\bar{m}-b_e;1,\dots,e)$

ΕΧΟΥΝ ΗΔΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΙ

• ΑΥΤΗ ΕΙΝΑΙ Η ΣΕΙΡΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΣΤΟΝ ΚΩΔΙΚΑ ΤΟΥ SEDGEWICK

• Η ΙΔΙΑ ΣΧΕΣΗ ΑΠ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΦΑΡΜΟΣΘΕΙ ΣΤΗΝ ΛΥΣΗ ΤΟΥ <u>ΔΥΑΔΙΚΟΥ ΣΑΚΚΙΔΙΟΥ</u> ΟΠΟΥ ΕΠΙΤΡΕΠΕΤΑΙ ΕΝΑ Ή ΚΑΝΕΝΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΑΠΟ ΚΑΘΕ ΤΥΠΟ $j=1,2,..,N$.

• ΕΣΤΩ $F(m;k)$ Η ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΑΞΙΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΥΠΟΥΣ $j=1,2,..,k$.

• ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ $F(m;k) \geq F(m;k-1)$
ΜΕ ΙΣΟΤΗΤΑ ΑΝ Ο k ΤΥΠΟΣ ΔΕΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ

• ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ $F(m;k) \geq a_k + F(m-b_k;k-1)$
ΜΕ ΙΣΟΤΗΤΑ ΑΝ Ο k ΤΥΠΟΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ

ΑΡΑ

$$F(m,k) = \max\{F(m;k-1);\ a_k + F(m-b_k;k-1)\}$$

• Η ΣΕΙΡΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΕΙΝΑΙ ΟΠΩΣ ΚΑΙ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΣ.

• Η ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΦΟΡΤΩΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ ΕΥΚΟΛΑ ΠΑΡΑΤΗΡΩΝΤΑΣ ΟΤΙ ΑΝ $F(m,k) = F(m,k-1)$ Ο ΤΥΠΟΣ k ΔΕΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ.

• ΣΤΟ ΦΥΛΛΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΤΩΝ ΣΑΚΚΙΔΙΩΝ (ΣΕ ΑΥΤΗ ΤΗΝ ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΑ) ΔΙΝΕΤΑΙ ΜΙΑ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

<u>ΕΚΘΕΤΙΚΟΤΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΣΑΚΚΙΔΙΟΥ</u>

• ΑΠΟ ΤΙΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΦΑΙΝΕΤΑΙ ΟΤΙ Η ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΕΙΝΑΙ $O(N \cdot M)$ ΟΠΟΥ Μ Η ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ Ν ΟΙ ΤΥΠΟΙ ΚΑΙ ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ Η ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΙΝΑΙ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΑ Ν,Μ ΒΑΘΜΟΥ 2 (ΩΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟ 2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ) ΚΑΙ 1ου ΒΑΘΜΟΥ ΩΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟ ΤΟΥ Μ.

ΣΥΝΗΘΩΣ ΟΜΩΣ Η ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΕΚΦΡΑΖΕΤΑΙ ΩΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ ΜΝΗΜΗΣ ΠΟΥ ΑΠΑΙΤΕΙΤΑΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

• ΓΙΑ ΕΝΑ ΑΡΙΘΜΟ d ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΨΗΦΙΩΝ ΧΡΕΙΑΖΟΝΤΑΙ $O(d)$ bits (ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ $d \cdot \log_2 10$ bits ΑΡΚΟΥΝ !) ΕΠΙΣΗΣ ΕΝΑΣ ΑΡΙΘΜΟΣ d ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΨΗΦΙΩΝ ΕΙΝΑΙ $O(10^d)$: ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ, ΑΝ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ m ΕΧΕΙ d ΔΕΚΑΔΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΕΙΝΑΙ

$$10^{d-1} \leq m \leq 10^d$$

$$\Rightarrow \quad d-1 \leq \log_{10} m \leq d$$

ΑΡΑ ΣΕ bits ΠΕΡΙΠΟΥ $(\log_{10} m) \cdot (\log_2 10)$
$= \log_2 m$ bits

• Ο ΧΩΡΟΣ ΕΙΝΑΙ $O(\log_2 m)$

• ΟΜΩΣ $2^{\log_2 m} = m \rightarrow \log_q 2 \log_2 m = \log_q m$

ΚΑΙ ΑΡΑ $\log_q m = \log_2 m \cdot \log_q 2$

ΟΠΟΤΕ $\log_2 m = O(\log_q m)$ ΓΙΑ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ q
ΑΡΑ Η ΒΑΣΗ ΤΩΝ ΛΟΓΑΡΙΘΜΩΝ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΣΗΜΑΣΙΑ ΣΤΙΣ Ο ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ. ΕΤΣΙ ΓΡΑΦΟΥΜΕ Σ' ΑΥΤΕΣ ΑΠΛΩΣ $O(\log m)$ ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΒΑΣΗ ΤΟΥ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΥ

· ΕΤΣΙ ΤΕΛΙΚΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΑΚΚΙΔΙΑ Η ΕΚΦΡΑΣΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑΣ ΕΙΝΑΙ

$$O(NM) = O(2^{\Delta} \cdot N) = O(2^{\Delta})$$

· ΟΠΟΥ (α) ΤΟ N ΘΕΩΡΕΙΤΑΙ ΣΤΑΘΕΡΟ
(β) Δ Ο ΧΩΡΟΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ

$$\Delta = \log_2 M \Rightarrow M = 2^{\Delta}$$

· ΤΟ ΣΑΚΚΙΔΙΟ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΑΠΟΔΕΙΧΘΕΙ ΟΤΙ ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑ NP-ΠΛΗΡΕΣ ΔΗΛΑΔΗ ΑΝ ΓΝΩΡΙΖΑΜΕ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ ΓΙ' ΑΥΤΟ, ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΟ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ $\log M$ ΘΑ ΜΠΟΡΟΥΣΑΜΕ ΝΑ ΛΥΣΟΥΜΕ ΟΛΑ ΤΑ ΑΛΛΑ NP-ΠΛΗΡΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ.

· ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΔΕΝ ΦΑΙΝΕΤΑΙ ΕΥΛΟΓΟ ΝΑ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ ΣΤΙΣ (ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ) ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΠΟΥ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ ΑΠΟ ΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΠΡΟΓ/ΣΜΟ, ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΘΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ NP-ΠΛΗΡΟΥΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

· ΑΝ ΓΝΩΡΙΖΑΜΕ ΕΝΑ ΤΥΠΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $F(m)$ ΑΞΙΑΣ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΣΑΚΚΙΔΙΟΥ ΘΑ ΜΠΟΡΟΥΣΑΜΕ ΝΑ ΒΡΟΥΜΕ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΦΟΡΤΩΣΗ ΣΕ $N \log_2 M$ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥΣ:
ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΤΥΠΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ, ΕΣΤΩ ΤΟΝ k ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΒΡΟΥΜΕ ΤΗΝ ΜΕΓΙΣΤΗ ΑΚΕΡΑΙΑ ΛΥΣΗ x ΣΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ

$$F(m) = x a_k + F(m - x b_k)$$

ΜΕ ΔΙΧΟΤΟΜΗΣΗ ΣΕ $O(\log m)$ ΒΗΜΑΤΑ

ΕΞΕΤΑΖΟΝΤΑΣ ΑΝ ΙΣΧΥΕΙ Η ΣΧΕΣΗ
ΓΙΑ $x = \lfloor m/6_k \rfloor / 2$ Ή ΟΧΙ

ΑΝ ΙΣΧΥΕΙ, ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΟΤΙ ΘΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΟΥΜΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ ΑΠΟ x ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ, ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΛΙΓΟΤΕΡΑ. ΑΡΑ ΤΑ ΒΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΔΙΧΟΤΟΜΗΣΗΣ ΕΙΝΑΙ $\log m/6_k = O(\log m)$

ΣΥΝΕΧΙΖΟΥΜΕ ΓΙΑ ΝΑ ΔΙΑΠΙΣΤΩΣΟΥΜΕ ΚΑΙ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ ΤΩΝ ΑΛΛΩΝ ΤΥΠΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ...