Εξέταση Ιουνίου 2012 (πρόχειρες) λύσεις

Θέμα 1

(α)

$$\begin{array}{c} -\tfrac{3}{2} \\ \\ -\tfrac{1}{2} \end{array}
\left[\begin{array}{ccccc|c}
3 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
1 & 3 & 1 & 1 & 0 & 4 \\
2 & 5 & 1 & 0 & 1 & 7
\end{array}\right] \leftarrow \min\left(\tfrac{4}{1}, \tfrac{7}{2}\right)$$

$$\begin{array}{c} -1 \\ \\ -1 \end{array}
\begin{bmatrix}
0 & -9/5 & 1/2 & 0 & -3/2 & -21/2 \\
0 & 1/2 & 1/2 & 1 & -1/2 & 1/2 \\
1 & 5/2 & 1/2 & 0 & 1/2 & 7/2
\end{bmatrix} \leftarrow$$

$$\begin{bmatrix}
0 & -2 & 0 & -1 & -1 & -11 \\
0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\
1 & 2 & 0 & -1 & 1 & 3
\end{bmatrix}$$

$x = 3 \quad y = 0 \quad z = 1$ με βέλτιστο 11.

(β)

$$\mathcal{L} = 3x + 2y + 2z + \lambda_1(4 - x - 3y - z) + \lambda_2(7 - 2x - 5y - z) + \mu_1 x + \mu_2 y + \mu_3 z$$

Για την δεδομένη λύση $\mu_1 = 0 = \mu_3$ εφόσον $x, z > 0$ και αντίστοιχοι $\lambda_1, \lambda_2, \mu_2 \geq 0$ εφόσον οι περιορισμοί εφαρμόζονται ισοτικά.

$$\partial \mathcal{L}/\partial x = 3 - \lambda_1 - 2\lambda_2 + \mu_1 = 0 \qquad (1)$$

$$\partial \mathcal{L}/\partial y = 2 - 3\lambda_1 - 5\lambda_2 + \mu_2 = 0 \qquad (2)$$

$$\partial \mathcal{L}/\partial z = 2 - \lambda_1 - \lambda_2 + \mu_3 = 0 \qquad (3)$$

Από (1) - (3) $\rightarrow \left.\begin{array}{l} \lambda_1 + 2\lambda_2 = 3 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 = 1$

Από (2) $\mu_2 = 3\lambda_1 + 5\lambda_2 - 2 = 6 > 0 \quad \mu_1 = \mu_3 = 0$

Άρα ικανοποιούνται οι συνθήκες

(γ) Δ κέρδος $= -\lambda_1(-0.1) - \lambda_2(.02)$

$= -0.1$

Άρα το "νέο" κέρδος είναι $11 - 0.1 = 10.9$

2 (i) $x_{1A}, x_{1B}, x_{1\Gamma}, x_{2A}, x_{2B}, x_{2\Gamma}$: μεταφορές από εργ. i σε πελάτη j.

$$\min \; 6x_{1A} + 10x_{1B} + 2x_{1\Gamma} + 3x_{2A} + 7x_{2B} + 8x_{2\Gamma}$$

$$\left.\begin{aligned} &: x_{1A} + x_{1B} + x_{1\Gamma} \le 400 \\ &: x_{2A} + x_{2B} + x_{2\Gamma} \le 500 \end{aligned}\right\} \text{εργοστ.}$$

$$x_{1A} + x_{2A} = 300$$
$$x_{1B} + x_{2B} = 200$$
$$x_{1\Gamma} + x_{2\Gamma} = 400$$

$$x_{ij} \ge 0$$

2(ii) Έστω y_{1B}, y_{2B} οι μεταφορές από 1, 2 στον B.

Προφανώς $y_{1B} + y_{2B} \le 120$ και $y_{ij} \ge 0$

Για τον B:

$$x_{1B} + x_{2B} + y_{1B} + y_{2B} = 200$$

Για το εργοστάσιο 1:

$$x_{1A} + x_{1B} + x_{1\Gamma} + y_{1B} \le 400$$

Για το εργοστάσιο 2

$$x_{2A} + x_{2B} + x_{2\Gamma} + y_{2B} \le 500$$

κ.λ.π.

(2 c) $\mathcal{L} = -3x - y + \lambda(x^2 + 3y^2 - 1)$

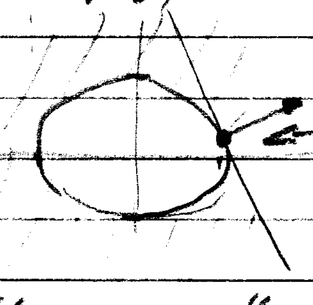
$\partial \mathcal{L}/\partial x = -3 + 2\lambda x = 0$ $\quad \partial \mathcal{L}/\partial y = -1 + 6\lambda y$

Άρα $\lambda \neq 0 \rightarrow \lambda > 0$ όπως $x^2 + 3y^2 = 1$

Είναι $x = 3/2\lambda > 0$ $\quad y = 1/6\lambda > 0$

οπότε $x = 9y$ και άρα $81y^2 + 3y^2 = 1$

$y^2 = 1/84 \Rightarrow y = + 1/\sqrt{84}$ $\quad x = 9/\sqrt{84}$.



Βέλτιστο: $-\infty$

Άρα το "βέλτιστο" δεν υπάρχει, παίρε $x, y \rightarrow -\infty$!

(3) 1^o βήμα: $\min\limits_x f(x,0) = \min\limits_x 2x^2 - 6x$

$\to x = 3/2$ Επόμενο βήμα $\min\limits_y f(3/2, y)$

$= \min\limits_y \left(2\left(\frac{3}{2}\right)^2 + y^2 - 3y - 6\cdot 3/2 + 4y\right)$

$\equiv \min (y^2 + y) \to y = -1/2$

Άρα το σημείο μετά το 2 βήμα είναι το $(3/2, -1/2)$

3^o: $\min\limits_x f(x, -1/2) = \min\limits_x (2x^2 + x - 6x + \ldots)$

$4x - 5 = 0 \quad x = 5/4 \to (5/4, -1/2)$

Λύνω το $\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 2y - 2x = -4 \end{cases} \to x = 1 \quad y = -1$

Άρα [illegible]

(6) $\sigma_1^2 = 0{,}1^2 = 1/100 \quad \sigma_2^2 = 0{,}2^2 = 0{,}04 = 4/100$

$\sigma_{12} = 0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}01 = 1/100$

$$\frac{1}{100}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 4\end{bmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{12}{4} - 1\\ \frac{16}{4} - 1\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}2\\ 3\end{pmatrix}$$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + 4x_2 = 3 \end{cases}$

$3x_2 = 1 \quad x_2 = 1/3 \quad x_1 = 5/3$

$\pi_1 = \frac{x_1}{x_1 + x_2} = \frac{5}{6} \quad \pi_2 = \frac{1}{6}$

$4x_0 + (1 - x_0)\frac{5}{6}\cdot 12 + (1 - x_0)\frac{1}{6}\cdot 16 = 10$

4. $D = 300$ /μήνα

$EOQ_1 = \sqrt{\frac{2KD}{s}} = \sqrt{2 \cdot 200 \cdot 300}$
$= 200\sqrt{3} = 342$

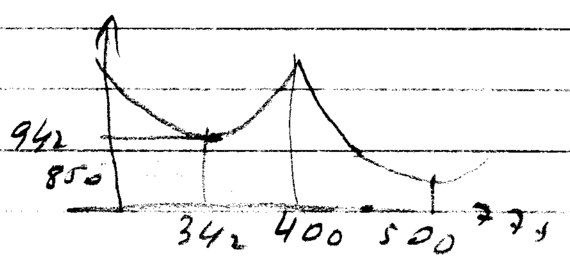
κόστος $\sqrt{2KDs} + pD = 342 + 2 \cdot 300$
$= 942$ €/μήνα

Για μεγαλύτερες ποσότητες
$K_1 = K + 2 \cdot 400 = 200 + 800 = 1000$
$EOQ_2 = \sqrt{2 \cdot 1000 \cdot 300} = 200\sqrt{15}$
$\cong 775$

κόστος $\sqrt{2KDs} = \sqrt{2 \cdot 1000 \cdot 300} = 775$
που είναι σαφώς μικρότερο.

Για περιορισμό στα 500 έχουμε κόστος
$\frac{KD}{500} + \frac{500}{2} = 600 + 250 = 850$

που εξακολουθεί να είναι μικρότερο από
το κόστος με παραγγελία στα 342.



(β) Αν τα X είναι στο E1:1000, δημιουργούμε
τα min(X,D) στα F1:F1000 δηλαδή
F1:= min(E1,D3), COPY F1 : PASTE F2:1000
Στο G1:G1000 δημιουργούμε τα X^2 ως
G1:=E1^2 COPY G1 PASTE G2:G1000
Το $\Sigma Q_i X_i^2$ δημιουργείται ως
SUMPRODUCT(B1:B1000 ; G1:G1000) κλπ.

5 a

$$
\begin{array}{c}
\\ -1 \\ -2
\end{array}
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 3 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 4 & 2 & 2 & 3 \\
2 & 1 & 7 & 4 & 3 & 4
\end{bmatrix}
$$

$$
\begin{array}{c}
\\ +1 \\ (-1)
\end{array}
\begin{bmatrix}
0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -3 \\
1 & 1 & 4 & 2 & 2 & 3 \\
0 & -1 & -1 & 0 & 0 & -2
\end{bmatrix}
$$

$$
\left[\begin{array}{ccccc|c}
0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -3 \\
\hline
1 & 0 & 3 & 2 & 2 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2
\end{array}\right]
$$

αρνητικά στοιχεία!

. Βρήκαμε μια βασική που είναι και βέλτιστη!
Άρα η λύση $x_1 = 1$ $x_2 = 2$ είναι βέλτιστη

(c) $C_4 = 10$ $C_3 = \min\{10+10 ; 10+5\} = 15$

$C_2 = \min\{10 + \overset{15}{C_3} ; 10 + 1 + \overset{10}{C_4} ; 10 + 1 + 2\cdot 5\} = 21$

hd_2 $hd_3 + 2hd_4$

$C_1 = \min\{\overset{31}{10 + C_2} ; \overset{26}{10+1+C_3} , \overset{23}{10+1+2\cdot 1+C_4} ,$

$\overset{28}{10+1+2\cdot1+2\cdot5}\} = 23$

Άρα την πρώτη περίοδο παράγουμε 3 μονάδες την 2η, 3η μήνα, ενώ παράγουμε 5 την 4η περίοδο

Αν $h = 0,6$

$C_4 = 10$ $C_3 = 13$ $C_2 = \min\{10 + \overset{13}{C_3} ; \overset{20,6}{10 + 0,6 + C_4} ; \overset{16,6}{10 + 0,6(1+2\cdot5)}\} = 16,6$

$C_1 = \min\{\overset{26,6}{10+16,6} ; \overset{23,6}{10+0,6+13} , \overset{21,8}{10+0,6(1+2)+10} ;$

$\overset{20,8}{10+0,6(1+2+15)}\} = 20,8$

Άρα την 1η περίοδο παράγουμε όλες τις απαιτούμενες 8 μονάδες. Η αλλαγή οφείλεται στην μείωση του κόστους αποθήκευσης.