

Επιχειρησιακή Έρευνα - Επαναληπτική Εξέταση - Οκτώβριος 2011

Διάρκεια 2 ώρες και 30 λεπτά. Επιτρέπεται μία σελίδα Α4 με σημειώσεις από το μάθημα. Γράψτε ΜΟΝΟ 4 θέματα (αν γράψετε περισσότερα, το 5^ο κατά σειρά ΔΕΝ θα ληφθεί υπόψη). Τα υποθέματα έχουν την ίδια στάθμιση εκτός όταν σημειώνεται διαφορετικά. Μπορείτε να κρατήσετε τα θέματα εφόσον αποχωρήσετε στο τέλος της εξέτασης.

Θέμα 1

Εξετάστε το πρόβλημα μεγιστοποίησης

$$\text{Max } 3x + 8y + 2z$$

με περιορισμούς

$$2x + 3y + 4z \leq 12$$

$$x + 6y + z \leq 18$$

$$x, y, z \geq 0$$

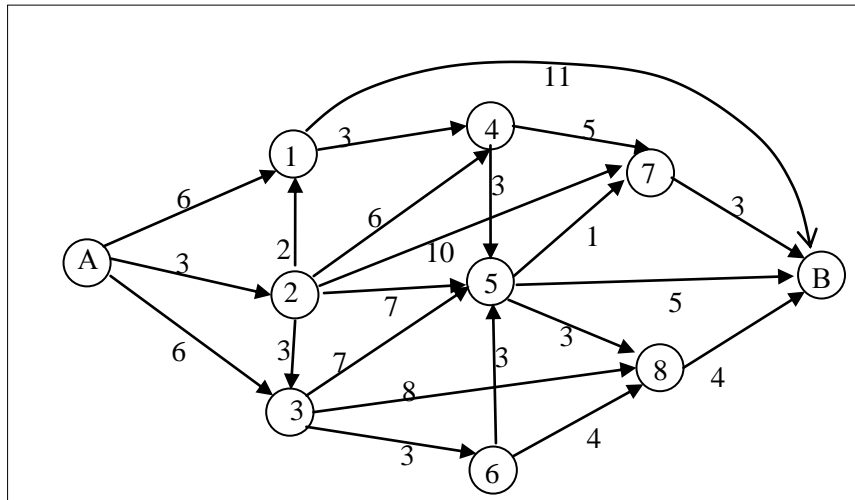
(α 60%) Λύστε το με την μέθοδο Simplex

(β 20%) Επιβεβαιώστε ότι η λύση που βρήκατε στο (α) ικανοποιεί τις συνθήκες Kuhn Tucker

(γ 20%) Ποιά θα ήταν η τιμή του βέλτιστου αν στο παραπάνω πρόβλημα απαιτηθεί να ισχύει $z \geq 0,1$ (τα άλλα στοιχεία του προβλήματος δεν μεταβάλλονται)

Θέμα 2

(α) Εντοπίστε την διαδρομή ελαχίστου συνολικού μήκους μεταξύ των κορυφών Α και Β στο παρακάτω γράφημα



(β) Χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Kuhn Tucker λύστε το πρόβλημα

$$\text{Min } x^2 + 2y^2$$

με ανισοτικούς περιορισμούς

$$x + 3y \geq 4$$

$$x \geq 1$$

Υπόδειξη: Εντοπίστε διαγραμματικά την λύση ή κάνετε διερεύνηση δοκιμάζοντας αρχικά τις μεταβλητές Kuhn Tucker θετικές

Θέμα 3

(α) Έστω η συνάρτηση $f(x,y) = 3x^2 + y^2 - xy$ την οποία θέλετε να ελαχιστοποιήσετε. (ι 10%) Εντοπίστε το ελάχιστο αν υπάρχει. (ιι 40%) Με αρχικό σημείο το $(-1,-1)$ εκτελέστε δύο βήματα της μεθόδου αναζήτησης βαθμίδας (δείξτε απλώς πως θα γίνει το 2^ο βήμα) και σχολιάστε την συμπεριφορά της μεθόδου.

(β) Μία εταιρεία έχει κόστος προμήθειας μίας πρώτης ύλης που δίνεται από την συνάρτηση

$$K(q) = \begin{cases} 0 & \text{αν } q=0 \\ 10 + 5q & \text{αν } q>0 \end{cases}$$

Θέλει να κάνει προγραμματισμό 4 περιόδων $j=1, 2, 3, 4$ (τώρα βρίσκεται στην περίοδο 1) έτσι ώστε να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος προμηθειών - αποθήκευσης. Θεωρεί ότι η ζήτηση στις επόμενες περιόδους είναι $d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = 4$ και δεν επιτρέπεται καθυστέρηση, ενώ το κόστος αποθήκευσης είναι 1 €/μονάδα - περίοδο.

(ι-35%) Διατυπώστε την σχετική εξίσωση δυναμικού προγραμματισμού, λύστε την και προσδιορίστε έτσι την βέλτιστη ποσότητα παραγωγής την 1^η περίοδο.

(ιι-15%) Θα άλλαζε η λύση που βρήκατε αν η ζητούμενη ποσότητα ήταν 2 μονάδες (κάθε χρονική στιγμή); Ερμηνεύστε το αποτέλεσμα σας.

Θέμα 4

(α) Εξετάστε το πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$\text{Min } 3x^2 + x^4 y^6 + y^8 + z^2 x^2 + z^4$$

με περιορισμούς :

$$\begin{aligned} x + y + z &= 5 \\ x^2 + y^2 - z^2 &= 0 \end{aligned}$$

(ι-30%) Εξετάστε αν οι τιμές $x=1,98$ $y=0,86$ $z=2,16$ ικανοποιούν τις συνθήκες βελτιστοποίησης (πρώτης τάξης).

(ιι-20%) Πώς θα άλλαζε κατά προσέγγιση η τιμή του βέλτιστου αν η σταθερά στον πρώτο περιορισμό μειωνόταν στο 4,9 (από 5..), ενώ ο άλλος περιορισμός παραμένει αμετάβλητος.

Ακρίβεια υπολογισμών 2 δεκαδικά.

(β) Βρείτε ένα αναλυτικό τύπο που δίνει τον n-στο όρο της εξίσωσης διαφορών $x_n = -x_{n-1} + n^2 + 2$ με αρχικό όρο $x_0 = 0$. Επιβεβαιώστε τον τύπο σας για π.χ. $n=3$.

Υπόδειξη: Δοκιμάστε ειδική λύση της μορφής $X(n) = an^2 + bn + c$ και εκτιμήστε τις παραμέτρους a, b, c .

Θέμα 5

(α) Μία εταιρεία χρησιμοποιεί μία πρώτη ύλη με ρυθμό 4800 τεμάχια/έτος χωρίς να είναι επιτρεπτές καθυστερήσεις. Σε κάθε παραγγελία χρεώνεται ένα πάγιο 500 € συν 3 € ανά τεμάχιο για ποσότητες παραγγελίας έως 600 τεμάχια, ενώ για τα τεμάχια άνω των 600 η επιβάρυνση είναι 1 € ανά τεμάχιο. Το κόστος αποθήκευσης είναι 2 € ανά μήνα και τεμάχιο. Ποια η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας;

(β) Θέλουμε να λύσουμε το πρόβλημα

$$\max \sum_{i=1}^{1000} a_i x_i$$

Με περιορισμούς

$$\sum_{i=1}^{1000} b_i x_i^2 \leq b \quad \text{και} \quad \sum_{i=1}^{1000} c_i / x_i \leq c$$

$$x_i \geq 0 \text{ για } i = 1, \dots, 1000$$

Οι παράμετροι του προβλήματος a_i, b_i, c_i έχουν εγγραφεί σε ένα φύλλο λογισμικού στις θέσεις A1:A1000, B1:B1000, C1:C1000, ενώ τα b, c στις θέσεις D1, D2 αντίστοιχα

Διατυπώστε το πρόβλημα σε Solver κάνοντας «λίγες» πληκτρολογήσεις. Συγκεκριμένα διαμορφώστε το σχετικό φύλλο λογισμικού και συμπληρώστε το «παράθυρο διαλόγου» του Solver.