Απότομη κατάβαση + οπισθοδρόμηση με $c=\frac{3}{4}$ (Armijo-Goldstein)

Έστω ελαχιστοποιούμε $f(x,y)=x^2+x+y^2$

και σε κάποιο βήμα έχουμε $x_k=(0,1)$, $f(x_k)=1$

$\nabla f(x,y)=(2x+1,\ 2y)$, $\nabla f(x_k)=(1,1)$, $\vec{\delta}=-\nabla f(x_k)=(-1,-1)$

– Για $t=1$: $\vec{x}_{k+1}=\vec{x}_k+1\cdot\vec{\delta}=(-1,0)$

$f(x_{k+1})=0 \qquad \vec{x}_{k+1}-\vec{x}_k=(-1,-1)$

κριτήριο: $f(x_{k+1})\le f(x_k)+\frac{3}{4}\cdot\nabla f\cdot(x_{k+1}-x_k) \Leftrightarrow 0\overset{?}{\le}1+\frac{3}{4}(-1-1)$

$\Leftrightarrow 0\overset{?}{\le}-\frac{1}{2}$ που δεν ισχύει άρα μικρότερο βήμα, (δηλ. μικρότερο t)

– Για $t=\frac{1}{2}$: $x_{k+1}=x_k+\frac{1}{2}\vec{\delta}=\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

$f(x_{k+1})=0 \qquad \vec{x}_{k+1}-\vec{x}_k=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$

κριτήριο: $f(x_{k+1})\overset{?}{\le}f(x_k)+\frac{3}{4}\nabla f(x_k)\cdot(x_{k+1}-x_k)\Leftrightarrow 0\overset{?}{\le}1+\frac{3}{4}\left(\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

$\Leftrightarrow 0\le\frac{1}{4}$ που ισχύει

Συνεπώς το κριτήριο ικανοποιείται και βρήκαμε το βήμα $\left(t=\frac{1}{2}\right)$ και κρατάμε το $x_{k+1}=\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ σαν το επόμενο σημείο.

Με όμοιο τρόπο συνεχίζουμε από το x_{k+1} να βρούμε x_{k+2}.