Κεφάλαιο 9

ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ ΟΜΟΛΟΓΩΝ

9.1 Εισαγωγή

Δύο γνωστές *επενδυτικές στρατηγικές* που ακολουθούνται στη διαχείριση χαρτοφυλακίων ομολόγων είναι η αμυντική (ή παθητική (passive), όπως λέγεται εναλλακτικά) και η επιθετική (ή ενεργός (active)). Η αμυντική στρατηγική θεωρεί ότι οι αγορές ομολόγων είναι αποτελεσματικές και έτσι, οι τιμές τους αποτελούν τις δίκαιες (fair) τιμές τους σε ισορροπία. Μια τέτοια στρατηγική που συχνά ακολουθείται στη πράξη είναι εκείνη της ανοσοποίησης (immunization) του χαρτοφυλακίου. Αυτή προσπαθεί να εξουδετερώσει τον κίνδυνο απώλειας εισοδήματος ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων λόγω μεταβολών στις μελλοντικές τιμές των επιτοκίων. Η στρατηγική της ανοσοποίησης εφαρμόζεται συνήθως σε επενδύσεις ασφαλιστικών ταμείων, όπου απαιτείται η εξασφάλιση βραχυπρόθεσμων ή μεσοπρόθεσμων ταμειακών ροών για την κάλυψη των υποχρεώσεων τους.

Σε αντίθεση με την αμυντική, η επιθετική στρατηγική θεωρεί ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις δίκαιες τιμές των ομολόγων και εκείνες που παρατηρούνται στις αγορές, καθώς η υπόθεση της αποτελεσματικότητας των αγορών θεωρείται ότι δεν ισχύει. Αυτές οι διαφορές μπορεί να προέρχονται από λάθος στις εκτιμήσεις των επενδυτών για τις μελλοντικές τιμές των επιτοκίων, διαφορές στο βαθμό αξιοπιστίας των οργανισμών ή εταιρειών που εκδίδουν τα ομόλογα ή άλλους παράγοντες που μειώνουν την αποτελεσματικότητα των αγορών. Οι διαφορές αυτές μπορούν να γίνουν προϊόν εκμετάλλευσης με την κατάλληλη επενδυτική στρατηγική και να αποφέρουν σημαντικά υπερβολικές αποδόσεις (υψηλότερα κέρδη) σε σχέση με εκείνα που προβλέπονται από τη θεωρία κάτω από την υπόθεση της αποτελεσματικότητας των αγορών. Αυτό αποτελεί τη βασική αρχή μιας επιθετικής στρατηγικής διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων. Μια γνωστή επιθετική στρατηγική που χρησιμοποιείται συχνά στην πράξη στην αγορά ομολόγων είναι αυτή της παραμονής στην καμπύλη των επιτοκίων (riding the yield curve). Σύμφωνα με αυτή, αν η καμπύλη επιτοκίων είναι ανοδική και υπάρχουν βάσιμες πληροφορίες ότι θα γίνει επίπεδη στο μέλλον, τότε πουλώντας βραχυπρόθεσμα ομόλογα σήμερα και αγοράζοντας πιο μακροπρόθεσμα, θα οδηγήσει σε υπερβολικές αποδόσεις πέραν αυτών που προβλέπονται από τη θεωρία.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζουμε τις δύο παραπάνω στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων μαζί με κάποιες ενδεικτικές εφαρμογές τους. Πριν όμως προβούμε σε αυτό, πρώτα παρέχουμε κάποιους ορισμούς για την απόδοση χρονικής περιόδου και την ωφέλιμη διάρκεια ενός ομολόγου. Αυτά αποτελούν απαραίτητα εργαλεία για τη διαχείριση και αξιολόγηση της αποδοτικότητας χαρτοφυλακίων ομολόγων.

9.2 Απόδοση χρονικής περιόδου

Για την αξιολόγηση της αποδοτικότητας ενός ομολόγου ή ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της απόδοσης αυτού για κάποια συγκεκριμένη χρονική περίοδο (ή ορίζοντα), έστω ένα μήνα, έτος, μια πενταετία κ.ο.κ. Η απόδοση αυτή αναφέρεται ως *απόδοση χρονικής περιόδου* (ή ορίζοντα) και είναι διαφορετική από την απόδοση στη λήξη του ομολόγου, καθώς λαμβάνει υπόψη της την τιμή πώλησης αυτού κατά το τέλος της χρονικής περιόδου για την οποία υπολογίζεται αυτή, π.χ. στο τέλος του έτους.

Για ένα ομόλογο λήξης n-περιόδων, η απόδοση χρονικής περιόδου m-περιόδων, όπου $m<n$, αποτελεί την απόδοση αυτού για το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη στιγμή αγοράς του (έστω σήμερα, που είναι η περίοδος t) μέχρι τη μελλοντική περίοδο $t+m$, όπου εναπομένουν (n-m) περίοδοι για τη λήξη του. Η απόδοση αυτή θα εξαρτηθεί από τα επιτόκια της αγοράς κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης περιόδου και μετά. Πιο συγκεκριμένα, μια αύξηση των επιτοκίων την περίοδο $t+m$ ή πριν από αυτή, θα έχει ως συνέπεια η τιμή του ομολόγου να μειωθεί. Η μείωση αυτή της τιμής του ομολόγου μπορεί να επιφέρει απώλειες εισοδήματος (ζημιές κεφαλαίου) από την πώληση του ομολόγου στην αγορά την περίοδο $t+m$. Το μέγεθος των απωλειών αυτών θα εξαρτηθεί από την ευαισθησία του ομολόγου στις μεταβολές των επιτοκίων, το διάστημα των εναπομεινάντων (n-m)-περιόδων μέχρι τη λήξη του και άλλους παράγοντες, όπως το μέγεθος των κουπονιών. Το αντίθετο θα συμβεί αν τα επιτόκια μειωθούν. Τότε, η τιμή του ομολόγου θα αυξηθεί, με συνέπεια να πραγματοποιηθούν κέρδη κεφαλαίου από την πώληση του. Εκτός όμως από την τιμή ενός ομολόγου, μια αλλαγή στα επιτόκια θα επιφέρει μεταβολές και στο εισόδημα που προκύπτει από την επανεπένδυση (κεφαλαιοποίηση) των κουπονιών του. Πιο συγκεκριμένα, μια μείωση των επιτοκίων θα επιφέρει μείωση του εισοδήματος αυτού. Προφανώς, ο κίνδυνος αυτός δεν υφίσταται για ομόλογα χωρίς κουπόνι.

Ο υπολογισμός της απόδοσης χρονικής περιόδου μας επιτρέπει να συγκρίνουμε την απόδοση διαφορετικών ομολόγων μεταξύ τους, με ή χωρίς κουπόνι, καθώς και με διαφορετική ημερομηνία λήξης. Η απόδοση αυτή αποτελεί ένα κοινό μέτρο σύγκρισης και αξιολόγησης της αποδοτικότητας διαφορετικών ομολόγων ή χαρτοφυλακίων μεταξύ τους, με διαφορετικό διάστημα λήξης ή κουπόνι. Για ένα ομόλογο λήξης *n*-περιόδων από σήμερα που καταβάλλει κουπόνια ανά χρονική περίοδο (π.χ. ανά έτος) η απόδοση χρονικής περιόδου για *m*-περιόδους από σήμερα, που συμβολίζεται ως $H_{t+m}(m)$, καθορίζεται από τρεις διαφορετικές πηγές εισοδήματος. Αυτές απεικονίζονται στο Διάγραμμα 9.1 και είναι οι ακόλουθες: οι πληρωμές κουπονιών $m \times C$, τα εισοδήματα από την επανεπένδυση (κεφαλαιοποίηση) κουπονιών $C\left[\frac{(1+r)^m - 1}{r}\right] - m \times C$ (-interest on interest) και τέλος, η τιμή πώλησης του ομολόγου τη μελλοντική περίοδο *t+m* $B_{t+m}(n-m)$, από την οποία απομένουν (*n-m*)-περίοδοι έως τη λήξη του.[1] Σημειώστε ότι στη ανάλυσή μας για να υπολογιστεί το εισόδημα από την επανεπένδυση των κουπονιών, για λόγους ευκολίας θα θεωρήσουμε ότι το επιτόκιο της αγοράς r είναι το ίδιο για όλες τις περιόδους μέχρι τη μελλοντική περίοδο $t+m$.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 9.1: Απόδοση χρονικής περιόδου ενός ομολόγου με κουπόνι

Τις πληρωμές των κουπονιών $(m \times C)$:

(+)

(1) Το εισόδημα από την επανεπένδυση των κουπονιών: $\quad C\left[\frac{(1+r)^m - 1}{r}\right]$

$$\left(C\left[\frac{(1+r)^m - 1}{r}\right] - m \times C\right)$$

(+)

(2) Την τιμή πώλησης του ομολόγου τη στιγμή *t+m*: $B_{t+m}(n-m)$.

Αθροίζοντας τις παραπάνω πηγές εισοδήματος, που δίνονται στο Διάγραμμα 9.1, προκύπτει η συνολική μελλοντική αξία του ομολόγου την περίοδο *t+m*, που συμβολίζεται ως TFV_{t+m} (Total Future Value), ως

[1] Σημειώστε ότι, αν ο επενδυτής κρατήσει το ομόλογο μέχρι τη λήξη του (δηλαδή έχουμε *n=m*), τότε η τιμή του ομολόγου $B_{t+m}(n-m)$ θα ισούται με την ονομαστική αξία αυτού *M*, δηλαδή $B_{t+n}(n-n) = M$.

$$TFV_{t+m} = C\left[\frac{(1+r)^m - 1}{r}\right] + B_{t+m}(n-m).$$

Με βάση την αξία αυτή, μπορούμε να υπολογίσουμε την απόδοση χρονικής περιόδου ενός ομολόγου για *m*-περιόδους από σήμερα, $H_{t+m}(m)$, ως εξής:

$$H_{t+m}(m) = \frac{TFV_{t+m} - B_t(n)}{B_t(n)} = \frac{TFV_{t+m}}{B_t(n)} - 1. \qquad (1)$$

Η μέση ανά περίοδο χρονική απόδοση μπορεί να υπολογιστεί με βάση τη σχέση (1) ως εξής:

$$h = \left(\frac{TFV_{t+m}}{B_t(n)}\right)^{1/m} - 1,$$

χρησιμοποιώντας τη σχέση $(1+h)^m = \left(1 + H_{t+m}(m)\right) = \dfrac{TFV_{t+m}}{B_t(n)}$.

Με βάση τη σχέση (1) αποδεικνύεται ότι η απόδοση χρονικής περιόδου *h* για ένα ομόλογο το οποίο κρατείται έως τη λήξη του θα ισούται με το επιτόκιο της αγοράς *r* ή την απόδοση στη λήξη του ομολόγου *y*. Αυτό θα ισχύει όταν η καμπύλη των επιτοκίων της αγοράς παραμένει επίπεδη μέχρι τη λήξη του ομολόγου. Η απόδειξη αυτού προκύπτει εύκολα αντικαθιστώντας στη σχέση (1) *n* και *M* στη θέση του *m* και $B_{t+m}(n\text{-}m)$, αντίστοιχα και γράφοντας την τρέχουσα τιμή αγοράς του ομολόγου $B_t(n)$ ως εξής:

$$B_t(n) = C\left[\frac{1 - \dfrac{1}{(1+r)^n}}{r}\right] + \frac{M}{(1+r)^n},$$

καθώς έχουμε θεωρήσει ότι $r = y$. Τότε, συνεπάγεται

$$(1+h)^n = \left(1+H_{t+n}(n)\right) = \frac{TFV_{t+n}}{B_t(n)} = \frac{C\left[\dfrac{(1+r)^n-1}{r}\right]+M}{C\left[\dfrac{1-\dfrac{1}{(1+r)^n}}{r}\right]+\dfrac{M}{(1+r)^n}} = (1+r)^n \;\Rightarrow\; h=r\,,$$

ή $h = y$. Ένα ανάλογο αποτέλεσμα ισχύει και για την περίπτωση ενός ομολόγου με μηδενικό κουπόνι το οποίο κρατείται ως τη λήξη του. Στην περίπτωση αυτή, η απόδοση χρονικής περιόδου h υπολογίζεται ως εξής:

$$(1+h)^n = \left(1+H_{t+n}(n)\right) = \frac{TFV_{t+n}}{B_t(n)} = \frac{M}{\dfrac{M}{(1+r)^n}} = (1+r)^n \;\Rightarrow\; h=r\,,$$

όπου $B_t(n) = \dfrac{M}{(1+r)^n}$ αποτελεί την τιμή αγοράς του ομολόγου, κάτω από την υπόθεση ότι η καμπύλη των επιτοκίων είναι επίπεδη.

Για την καλύτερη κατανόηση και χρήσης της απόδοσης χρονικής περιόδου, στη συνέχεια παραθέτουμε δύο παραδείγματα, που δείχνουν πώς αυτή υπολογίζεται σε δύο αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.1: Έστω ένα ομόλογο με κουπόνι που έχει λήξη 7 έτη από σήμερα, καταβάλλει τα κουπόνια του σε εξαμηνιαία βάση και η ονομαστική του αξία είναι €1000. Το επιτόκιο κουπονιού είναι *c* = 9%, ενώ το επιτόκιο της αγοράς είναι σταθερό για όλη την περίοδο μέχρι τη λήξη του ομολόγου και ανέρχεται σε *r* = 5%. Το ομόλογο αυτό πωλείται στην τιμή της ονομαστικής του αξίας των €1000. Με βάση τα παραπάνω στοιχεία, η απόδοση χρονικής περιόδου *h* μέχρι τη λήξη του ομολόγου υπολογίζεται ως εξής:

$$(1+h)^n = \left(1+H_{t+n}(n)\right) = \frac{TFV_{t+n}}{B_t(n)} = \frac{45\left[\dfrac{(1+0.025)^{14}-1}{0.025}\right]+1000}{1000}$$

$$= \frac{1743.35}{1000} \;\Rightarrow\; h = 0.0405 \;\; (4.05\%)$$

όπου $C=(0.09/2)\times 1000=45$ αποτελεί το εξαμηνιαίο κουπόνι του ομολόγου, $r=0.05/2=0.025$ είναι το επιτόκιο της αγοράς σε εξαμηνιαία βάση και $n=7\times 2=14$ αποτελούν τον αριθμό των περιόδων (εξαμήνων) μέχρι τη λήξη του ομολόγου. Σε ετήσια βάση, η απόδοση αυτή ανέρχεται σε ποσοστό 8.10 %, που είναι μεγαλύτερη από το επιτόκιο της αγοράς *r* = 5%. Η μεγαλύτερη από το επιτόκιο απόδοση του ομολόγου αυτού οφείλεται στο γεγονός ότι η τρέχουσα τιμή του στην αγορά $B_t(n)=1000$ είναι μικρότερη της δίκαιης τιμής του, που υπολογίζεται ως

$$B_t(n)=45\left[\frac{1-\dfrac{1}{(1+0.025)^{14}}}{0.025}\right]+\frac{1000}{(1+0.025)^{14}}=707.72$$

Αυτό συμβαίνει γιατί το ομόλογο αυτό πωλείται υπέρ το άρτιο. Αν είχαμε χρησιμοποιήσει τη δίκαιη τιμή του ομολόγου 707.72, τότε η απόδοση *h* θα ισούταν με το επιτόκιο της αγοράς *r* = 5% (ή την απόδοση στη λήξη του *y*), όπως προβλέπει η θεωρία όταν η καμπύλη των επιτοκίων είναι επίπεδη.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.2: Έστω ένα ομόλογο με κουπόνι ονομαστικής αξίας €1000 το οποίο πωλείται στην τιμή των €950 και πληρώνει τα κουπόνια του σε εξαμηνιαία βάση. Το χρονικό διάστημα ως τη λήξη του ομολόγου αυτού είναι 7 έτη, το επιτόκιο κουπονιού του είναι *c* = 9%, ενώ το επιτόκιο της αγοράς είναι σταθερό και ισούται με *r* = 9.4% σε ετήσια βάση. Αν μετά από περίοδο 5 ετών το επιτόκιο της αγοράς αυξηθεί στο επίπεδο *r* = 11.2%, τότε ποια θα είναι η απόδοση χρονικής περιόδου *h* του ομολόγου αυτού για την πενταετία;

Η απόδοση αυτή μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την ακόλουθη σχέση:

$$(1+h)^m=\left(1+H_{t+m}(m)\right)=\frac{TFV_{t+m}}{B_t(n)}$$

$$=\frac{45\left[\dfrac{(1+0.047)^{10}-1}{0.047}\right]+B_{t+m}(n-m)}{950}=\frac{558.14+B_{t+m}(n-m)}{950},$$

όπου m=2x5=10 αποτελεί το σύνολο των εξαμήνων της χρονικής περιόδου των 5 ετών, r=0.094/2=0.047 αποτελεί το επιτόκιο της αγοράς για την περίοδο των πρώτων 5 ετών σε εξαμηνιαία βάση και $B_{t+m}(n\text{-}m)$ αποτελεί την τιμή πώλησης του ομολόγου σε 5 έτη από σήμερα, όπου απομένουν 2 ακόμα έτη έως τη λήξη του. Λαμβάνοντας υπόψη ότι το επιτόκιο της αγοράς r μετά από 5 έτη ανέρχεται στο επίπεδο του r = 11.2%, η τιμή πώλησης του ομολόγου στην αγορά $B_{t+m}(n\text{-}m)$ μετά από 5 έτη βρίσκεται ως εξής:

$$B_{t+m}(n-m) = 45\left[\frac{1-\dfrac{1}{(1+0.056)^4}}{0.056}\right] + \frac{1000}{(1+0.056)^4} = 961.5\,,$$

όπου $(n\text{-}m)$=2x2=4 αποτελεί τον αριθμό των εξαμήνων μέχρι τη λήξη του ομολόγου μετά την περίοδο των πρώτων 5 ετών και r = 0.112/2=0.056 αποτελεί το νέο επιτόκιο της αγοράς σε εξαμηνιαία βάση μετά την περίοδο αυτή. Αντικαθιστώντας την τιμή $B_{t+m}(n-m) = 961.50$ στον τύπο της απόδοσης χρονικής περιόδου έχουμε

$$(1+h)^{10} = \left(1+H_{t+m}(m)\right) = \frac{558.14+961.50}{950} \;\Rightarrow\; h = 0.0481\ \ (4.81\%),$$

που σημαίνει ότι η μέση απόδοση χρονικής περιόδου είναι 4.81% σε εξαμηνιαία βάση (δηλαδή 9.62% ανά έτος).

9.3 Παράγοντες προσδιορισμού της μεταβλητότητας της τιμής των ομολόγων και η ωφέλιμη διάρκεια (D) ενός ομολόγου

Ως μεταβλητότητα της τιμής ενός ομολόγου (bond price volatility) ορίζεται ως η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής του στην αγορά που προκύπτει από τη μεταβολή της απόδοσης του στη λήξη y κατά μια μονάδα βάσης, δηλαδή 0.01 (ή 1%). Η μεταβολή της απόδοσής y του ομολόγου προέρχεται αποκλειστικά από εκείνη στο επιτόκιο της αγοράς r, καθώς όλοι οι άλλοι παράγοντες προσδιορισμού της τιμής του ομολόγου όπως είναι το κουπόνι ή η περίοδος ως τη λήξη του είναι προκαθορισμένες. Σημειώστε ότι, αν η καμπύλη των επιτοκίων είναι επίπεδη, τότε η μεταβολή στην απόδοση του θα είναι αντίστοιχη εκείνης στο επιτόκιο της αγοράς.

Ως παράδειγμα υπολογισμού της μεταβλητότητας της τιμής ενός ομολόγου λήξης *n*-περιόδων, θεωρήστε την ακόλουθη μεταβολή της τιμής αυτού λόγω μιας αύξησης της απόδοσης στη λήξη του *y* από 10% σε 11%:

$$\frac{B(11\%)-B(10\%)}{B(10\%)}=\frac{78.2-84.63}{84.63}=-0.076\,,$$

όπου $B(11\%)=78.2$ είναι η τιμή του ομολόγου για την απόδοση *y*=11%. Επειδή η μεταβλητότητα της τιμής του ομολόγου μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές, όταν αναφερόμαστε σε αύξηση της μεταβλητότητας ενός ομολόγου θα εννοούμε σε απόλυτες τιμές. Σημειώστε ότι, για λόγους απλοποίησης των συμβολισμών, στη παρούσα ανάλυσή η τιμή του ομολόγου *B* θα δηλώνει την τιμή αυτού την τρέχουσα περίοδο *t*, που συμβολίζαμε ως $B_t(n)$ στο προηγούμενο τμήμα.

Από τον παραπάνω ορισμό της μεταβλητότητας της τιμής ενός ομολόγου είναι προφανές ότι αυτή αποτελεί ένα μέτρο του επενδυτικού κινδύνου που ενσωματώνεται στην τιμή αυτού λόγω μιας μείωσης των επιτοκίων της αγοράς. Εκτός από τη μείωση των επιτοκίων, ο κίνδυνος αυτός εξαρτάται έμμεσα και από άλλους παράγοντες όπως είναι το κουπόνι του ομολόγου ή ο αριθμός περιόδων μέχρι τη λήξη του. Όμως, οι παράγοντες αυτοί είναι προκαθορισμένοι και δεν προκαλούν τυχαίες μεταβολές στην τιμή του ομολόγου, όπως αυτές των μεταβολών στα επιτόκια της αγοράς.

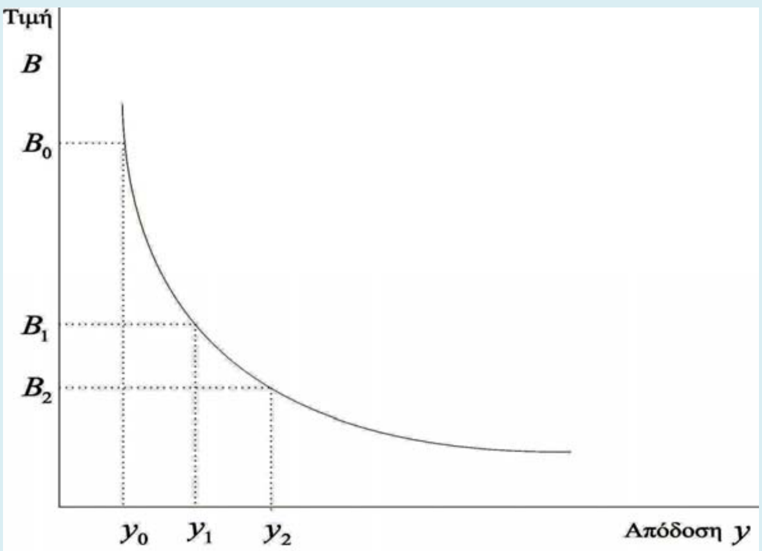
Για να βρούμε την αναλυτική σχέση που συνδέει τη μεταβλητότητα της τιμής ενός ομολόγου με τους παράγοντες που αναφέρθηκαν προηγουμένως, στη συνέχεια θα προσεγγίσουμε τη μεταβολή της τιμής του ομολόγου που προκύπτει από μια μοναδιαία μεταβολή της απόδοσης στη λήξη του *y* βασιζόμενοι στην πρώτη παράγωγο της συναρτησιακής σχέσης ανάμεσα στις δύο αυτές μεταβλητές, δηλαδή $dB/\partial y$. Για λόγους ευχέρειας, στην ανάλυσή μας θα υποθέσουμε ότι η καμπύλη των επιτοκίων είναι επίπεδη για όλες τις περιόδους μέχρι τη λήξη του ομολόγου. Όπως τονίστηκε προηγουμένως, αυτό σημαίνει ότι μεταβολές στην απόδοση στη λήξη του ομολόγου *y* μπορούν να ερμηνευτούν ως αντίστοιχες αυτών στο επιτόκιο της αγοράς *r*.

Αν θεωρήσουμε αρχικά ένα ομόλογο με μηδενικό κουπόνι λήξης n-περιόδων από σήμερα, τότε η μεταβλητότητα της τιμής του μπορεί να προσεγγιστεί με βάση την πρώτη παράγωγο $dB/\partial y$ ως εξής:

$$\frac{\frac{dB}{dy}}{B} = \frac{\frac{-Mn(1+y)^{n-1}}{(1+y)^{2n}}}{\frac{M}{(1+y)^n}} = -\frac{n}{(1+y)}, \qquad (2)$$

όπου $B = \frac{M}{(1+y)^n}$ αποτελεί την τρέχουσα τιμή του ομολόγου και $\frac{dB}{dy} = \frac{-Mn(1+y)^{n-1}}{(1+y)^{2n}}$. Η σχέση (2) δείχνει ότι το απόλυτο μέγεθος της μεταβλητότητας της τιμής ενός ομολόγου B αποτελεί θετική συνάρτηση των περιόδων ως προς τη λήξη του n και αντίστροφη του επιπέδου της απόδοσης στη λήξη y. Αν η απόδοση y αυτή βρίσκεται σε πολύ χαμηλά επίπεδα, τότε η μεταβλητότητα της τιμής του ομολόγου θα είναι μεγαλύτερη σε σχέση με εκείνη όταν αυτή βρίσκεται σε πολύ υψηλά. Η έντονη αυτή αντίστροφη σχέση ανάμεσα στην τιμή του ομολόγου B με την απόδοση στη λήξη του y οφείλεται στην ιδιαίτερα υψηλή κυρτότητα της συναρτησιακής σχέσης που συνδέει τις δύο αυτές μεταβλητές όταν οι τιμές της μεταβλητής y βρίσκονται σε πολύ χαμηλά επίπεδα, όπως φαίνεται πιο καθαρά στο Διάγραμμα 9.2.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 9.2: Σχέση τιμής ομολόγου και απόδοσης στη λήξη



Ανάλογα με το ομόλογο χωρίς κουπόνι, μπορεί να υπολογιστεί και η μεταβλητότητα της τιμής ενός ομολόγου με κουπόνι λήξης n-περιόδων. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας τον τύπο που συνδέει την τιμή του ομολόγου αυτού με την απόδοση στη λήξη του y, δηλαδή

$$B = \frac{C}{(1+y)} + \frac{C}{(1+y)^2} + \ldots + \frac{C+M}{(1+y)^n},$$

η μεταβλητότητα της τιμής του ομολόγου B προσεγγίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
\frac{\frac{dB}{dy}}{B} &= \frac{-\frac{C}{(1+y)^2} - \frac{2C(1+y)}{(1+y)^4} - \frac{3C(1+y)^2}{(1+y)^6} - \ldots - \frac{n(C+M)(1+y)^{n-1}}{(1+y)^{2n}}}{B} \\
&= \frac{-\frac{1}{(1+y)}\left[1\left(\frac{C}{(1+y)^1}\right) + 2\left(\frac{C}{(1+y)^2}\right) + 3\left(\frac{C}{(1+y)^3}\right) + \ldots + n\left(\frac{(C+M)}{(1+y)^n}\right)\right]}{B} \\
&= -\frac{D}{(1+y)}, \qquad (3)
\end{aligned}$$

όπου

$$D = \frac{\left[1\left(\frac{C}{(1+y)^1}\right) + 2\left(\frac{C}{(1+y)^2}\right) + 3\left(\frac{C}{(1+y)^3}\right) + \ldots + n\left(\frac{(C+M)}{(1+y)^n}\right)\right]}{B}$$

αποτελεί τον ορισμό της *ωφέλιμης διάρκειας ενός ομολόγου με κουπόνι κατά Macaulay* (βλέπε Macaulay (1938), Cooper (1977)). Σύμφωνα με τον ορισμό αυτό, η ωφέλιμη διάρκεια (ή απλά διάρκεια, όπως αναφέρεται εναλλακτικά) ενός ομολόγου αποτελεί το σταθμισμένο μέσο των μελλοντικών περιόδων $\tau = 1,2,3\ldots n$ όπου το ομόλογο καταβάλλει τα κουπόνια του έχοντας ως βάρη (w_τ) την παρούσα αξία των κουπονιών των περιόδων αυτών ως προς την τιμή του ομολόγου B, δηλαδή

$$w_1 = \frac{\frac{C}{(1+y)^1}}{B}, \quad w_2 = \frac{\frac{C}{(1+y)^2}}{B}, \ldots, \; w_n = \frac{\frac{C+M}{(1+y)^n}}{B},$$

όπου $w_1 + w_2 + ... + w_n = 1$. Από τον παραπάνω ορισμό είναι προφανές ότι η διάρκεια D ενός ομολόγου σταθμίζει περισσότερο τις πιο κοντινές στο μέλλον περιόδους τ όπου το ομόλογο καταβάλλει κουπόνια. Με τον τρόπο αυτό δίνεται μεγαλύτερη σημασία στα κουπόνια του ομολόγου που καταβάλλονται στις πιο κοντινές στο μέλλον περιόδους σε σχέση με εκείνα που καταβάλλονται στις πιο απομακρυσμένες, είναι πιο κοντά στη λήξη του ομολόγου. Αυτό γίνεται γιατί τα κουπόνια αυτά μπορούν να επανεπενδυθούν για μεγαλύτερο χρονικό ορίζοντα στο μέλλον σε σχέση με εκείνα που είναι πιο κοντά στη λήξη του ομολόγου.

Ο ορισμός της διάρκειας D ενός ομολόγου χρησιμοποιείται ως μέτρο σύγκρισης του ωφέλιμου οικονομικά χρονικού διαστήματος ομολόγων με διαφορετικές περιόδους έως τη λήξη τους και διαφορετικά μεγέθη κουπονιών ή αποδόσεις. Τα χαρακτηριστικά αυτά ενός ομολόγου είναι ενσωματωμένα στον ορισμό της διάρκειας D και καθορίζουν έμμεσα το μέγεθος της μεταβλητότητας της τιμής του και τον επενδυτικό κίνδυνο που προκαλείται από μια μεταβολή των επιτοκίων της αγοράς. Για το λόγο αυτό, η διάρκεια D χρησιμοποιείται πολύ συχνά στη διαχείριση χαρτοφυλακίων ομολόγων και στην αντιστάθμιση των απωλειών εισοδήματος επενδύσεων σε αυτά λόγω δυσμενών μεταβολών στα επιτόκια της αγοράς. Με βάση τη σχέση (3), μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί ότι ομόλογα με μικρότερη διάρκεια D έχουν μικρότερη σε μέγεθος μεταβλητότητα της τιμής τους. Πιο συγκεκριμένα, από τον τύπο της διάρκειας D ενός ομολόγου με κουπόνι, δηλαδή

$$D = \frac{1}{B}\left[1\left(\frac{C}{(1+y)^1}\right) + 2\left(\frac{C}{(1+y)^2}\right) + 3\left(\frac{C}{(1+y)^3}\right) + ... + n\left(\frac{(C+M)}{(1+y)^n}\right)\right]$$

είναι προφανές ότι αυτή εξαρτάται θετικά από το χρονικό διάστημα ως τη λήξη του ομολόγου n, την απόδοση στη λήξη αυτού y και το μέγεθος του κουπονιού του C. Σημειώστε ότι στην περίπτωση όπου C=0 (δηλαδή, το ομόλογο δεν πληρώνει κουπόνι), τότε η διάρκεια D παίρνει τη μεγαλύτερη τιμή της η οποία ισούται με το διάστημα έως τη λήξη του ομολόγου n, δηλαδή $D = n$.

Κρατώντας όλους τους άλλους παράγοντες σταθερούς, ο παραπάνω τύπος της διάρκειας D δείχνει καθαρά ότι, όσο μεγαλύτερο είναι το διάστημα των περιόδων έως τη λήξη του ομολόγου n, τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η διάρκεια του D καθώς οι περίοδοι καταβολής των κουπονιών του επεκτείνονται στο μέλλον. Η αντίστροφη σχέση θα ισχύει ανάμεσα στη διάρκεια D του ομολόγου και την απόδοση στη λήξη του y. Δηλαδή, όταν η y αυξάνει, τότε η διάρκεια D θα μειώνεται. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μια αύξηση της τιμής της y οδηγεί σε σημαντική μείωση των τιμών των σταθμικών όρων $\frac{C}{(1+y)^{\tau}} \Big/ B$, για τ=1,2,..,n, ιδιαίτερα αυτών που αντιστοιχούν στις πιο απομακρυσμένες στο μέλλον χρονικές περιόδους τ.

Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα αριθμητικό παράδειγμα υπολογισμού της διάρκειας D για ένα ομόλογο με κουπόνι.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.3: Έστω ένα ομόλογο λήξης 5 ετών που πωλείται στο άρτιο στην τιμή των €100, έχει επιτόκιο κουπονιού c = 9% σε ετήσια βάση, αλλά πληρώνει κουπόνια ανά εξάμηνο. Με βάση τα στοιχεία αυτά, η διάρκεια D του ομολόγου αυτού υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις ροές του ακόλουθου πίνακα

T	C	$\frac{C}{(1.045)^{\tau}}$	$\tau \times \frac{C}{(1.045)^{\tau}}$
1	4.5	4.30622	4.30622
2	4.5	4.120785	8.24157
3	4.5	3.943335	11.83
4	4.5	3.773526	15.0941
5	4.5	3.61103	18.05515
6	4.5	3.455531	20.73318
7	4.5	3.306728	23.1471
8	4.5	3.164333	25.31466
9	4.5	3.02807	27.25263
10	104.5	67.29044	672.9044
Σύνολο		100	826.879

όπου C = (0.09/2)x100 = €4.5 αποτελεί την εξαμηνιαία δόση του κουπονιού και y = 0.045 = 0.09/2 αποτελεί την απόδοση στη λήξη του ομολόγου σε εξαμηνιαία βάση. Σημειώστε ότι αυτή ισούται με το επιτόκιο κουπονιού, καθώς το ομόλογο πωλείται στο άρτιο. Με βάση τα στοιχεία αυτά, η διάρκεια D υπολογίζεται ως εξής:

$$D = \frac{\left[1\frac{C}{(1+y)^1} + 2\frac{C}{(1+y)^2} + 3\frac{C}{(1+y)^3} + \ldots + n\frac{(C+M)}{(1+y)^n}\right]}{B} = \frac{826.879}{100} = 8.27 \text{ εξάμηνα}$$

ή D = 4.13 έτη.

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό διάρκειας D, *η μεταβλητότητα της τιμής ενός ομολόγου* $\frac{\Delta B}{B}$ για μια διακριτή μεταβολή της απόδοσης του y, Δy, προσεγγίζεται ως ακολούθως:

$$\frac{\Delta B}{B} \approx \frac{\frac{dB}{dy}}{B} dy = \left(-\frac{D}{(1+y)} \right) dy \approx \left(-\frac{D}{(1+y)} \right) \times \Delta y = -MD \times \Delta y,$$

όπου $MD = \frac{D}{(1+y)}$ αποτελεί την *τροποποιημένη διάρκεια* (modified duration). Πολλαπλασιάζοντας με την τιμή του ομολόγου B και τα δύο μέλη της παραπάνω σχέσης συνεπάγεται η ακόλουθη σχέση της *Ευρώ-Διάρκειας* (Euro-Duration):

$$\frac{\Delta B}{B} \approx -MD \times \Delta y \quad \Rightarrow \quad \Delta B \approx (-B \times MD) \times \Delta y = (\text{Ευρώ-Διάρκεια}) \times \Delta y,$$

όπου $\text{Ευρώ-Διάρκεια} = -P \times MD$ μετρά την απόλυτη μεταβολή της τιμής του ομολόγου σε ευρώ που προκύπτει λόγω μιας μοναδιαίας μεταβολής της απόδοσης του ομολόγου στη λήξη του y.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.4: Με βάση τα στοιχεία του ομολόγου του προηγούμενου παραδείγματος, υπολογίστε τη μεταβλητότητα της τιμής του και την απόλυτη μεταβολή αυτής σε ευρώ αν η απόδοση αυξηθεί κατά 0.1% σε εξαμηνιαία βάση.

Έχοντας υπολογίσει τη διάρκεια του ομολόγου D = 8.27 σε εξάμηνα, η μεταβλητότητα της τιμής του για μια μεταβολή της απόδοσης του Δy = 0.001 υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$\frac{\Delta B}{B} \approx \left(-\frac{1}{(1+y)} D \right) \times \Delta y = \left(-\frac{1}{(1+0.045)} 8.27 \right) \times 0.001 = -0.0079 \text{ (ή -0.79\%).}$$

Η δε απόλυτη σε ευρώ μεταβολή της τιμής του ομολόγου B δίνεται ως εξής:

$$\Delta B \approx B \left(-\frac{1}{(1+y)} D \right) \times \Delta y = 100 \left(-\frac{1}{(1+0.045)} 8.27 \right) \times 0.001 = -0.79,$$

που σημαίνει μια πτώση της κατά €0.79.

Εκτός από ατομικά ομόλογα, η διάρκεια D μπορεί να υπολογιστεί και για χαρτοφυλάκια ομολόγων. Αυτή δίνεται ως ο σταθμικός μέσος των επιμέρους διαρκειών D_i (i=1,2,…,K) των ομολόγων του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας ως σταθμικούς όρους την αγοραία αξία κάθε ομολόγου ως προς τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου, δηλαδή

$$D_P = w_1 D_1 + w_2 D_2 + \ldots + w_K D_K \,,$$

όπου $w_i = \dfrac{\text{Αξία ομόλογου } i}{\text{Συνολική αξία χαρτοφυλακίου}}$, για i = 1,2,…,K. Στο επόμενο παράδειγμα υπολογίζουμε τη διάρκεια ενός χαρτοφυλακίου K=3 ομολόγων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.5: Θεωρήστε τον ακόλουθο πίνακα που δίνει τα στοιχεία ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται από τρία ομόλογα με διαφορετικές διάρκειες D_i:

Ομόλογο	Επιτόκιο Κουπονιού	Έτη έως τη λήξη (T)	Απόδοση στη λήξη (y)	Τιμή ομολόγου (B)	Διάρκεια D_i
A	10%	5	10%	4.000.000	3.86
B	8%	15	10%	4.231.375	8.047
Γ	14%	30	10%	1.378.586	9.16
Συνολική αξία χαρτοφυλακίου:				9.609.961	

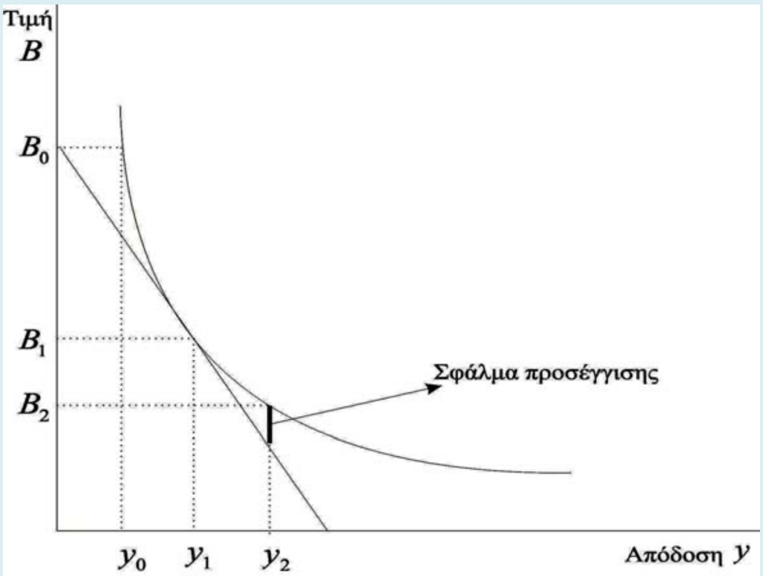
Η διάρκεια του χαρτοφυλακίου αυτού, που συμβολίζεται ως D_P, υπολογίζεται ως

$$D_P = \frac{4000000}{9609961}\times 3.86 + \frac{4231375}{9609961}\times 8.047 + \frac{1378586}{9609961}\times 9.16 = 6.47 \text{ έτη}\,.$$

Κυρτότητα ομολόγων (*)

Στο προηγούμενο τμήμα εισαγάγαμε τον ορισμό της διάρκειας D κατά Macaulay και εξηγήσαμε πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση της μεταβλητότητας της τιμής ενός ομολόγου B. Η προσέγγιση όμως αυτή μπορεί να μην είναι ικανοποιητική στην πράξη, αν η κυρτότητα της συνάρτησης μεταξύ τιμής B και της απόδοσης στη λήξη y του ομολόγου είναι μεγάλη, όπως συμβαίνει για μικρές τιμές της y (βλέπε Διάγραμμα 9.3). Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η διάρκεια D στηρίζεται στην πρώτη παράγωγο της συνάρτησης ανάμεσα στις μεταβλητές B και y, που συμβολίζουμε ως $B = f(y)$. Για να διαπιστωθεί αυτό καλύτερα, θεωρήστε ότι η παράγωγος αυτή (δηλ. $\frac{dB}{dy}$) υπολογίζεται σε κάποιο σημείο της απόδοσης και της τιμής του ομολόγου, που δίνεται ως (B_1,y_1), αντίστοιχα. Αν η κυρτότητα της συνάρτησης $B = f(y)$ στο σημείο αυτό είναι μεγάλη, τότε θα διαπραχθεί ένα σημαντικό σφάλμα προσέγγισης. Το σφάλμα αυτό παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 9.3 με την κάθετη και πιο έντονα μαυρισμένη γραμμή.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 9.3: Κυρτότητα και σφάλμα προσέγγισης



Για τη διόρθωση του σφάλματος αυτού μπορούμε να προσθέσουμε ένα ακόμα όρο στην προσέγγιση πρώτου βαθμού της μεταβλητότητας της τιμής του ομολόγου που θεωρήσαμε στο προηγούμενο τμήμα. Η προσαρμογή (διόρθωση) αυτή αναφέρεται ως *κυρτότητα*. Αυτή λαμβάνει υπόψη της και τη δεύτερη παράγωγο της συνάρτησης $B = f(y)$ στο σημείο (B_1,y_1), η οποία μειώνει το σφάλμα προσέγγισης της μεταβλητότητας της τιμής ενός ομολόγου με βάση τη διάρκεια D. Μαθηματικά, η προσέγγιση αυτή αποτελεί το ανάπτυγμα δεύτερης τάξης της σειράς Taylor της συνάρτησης $B = f(y)$ στο σημείο (B_1,y_1), δηλαδή

$$dB \approx \frac{dB}{dy}dy + \frac{1}{2}\frac{d^2B}{dy^2}(dy)^2 .$$

Διαιρώντας και τα δύο μέλη της τελευταίας σχέσης με την τιμή B δίνεται η σχετική μεταβολή αυτής για μια μοναδιαία μεταβολή της απόδοσης y ως

$$\frac{dB}{dy}\frac{1}{B} \approx \frac{dB}{dy}\frac{1}{B}dy + \frac{1}{2}\frac{d^2B}{dy^2}\frac{1}{B}(dy)^2$$

$$\approx MB \times dy + \frac{1}{2} K\upsilon\rho\tau\acute{o}\tau\eta\tau\alpha \times (dy)^2, \qquad (4)$$

όπου $MB = \frac{dB}{dy}\frac{1}{B}$ αποτελεί την τροποποιημένη διάρκεια και $K\upsilon\rho\tau\acute{o}\tau\eta\tau\alpha = \frac{d^2B}{dy^2}\frac{1}{B}$ αποτελεί τον όρο που διορθώνει την προσεγγιστική σχέση της μεταβλητότητας της τιμής του ομολόγου (3), που στηρίζεται στη διάρκεια D, για την κυρτότητα της συνάρτησης $B = f(y)$.

Με βάση τη σχέση (4), η μεταβλητότητα της τιμής ενός ομολόγου μπορεί να προσεγγιστεί ικανοποιητικά ως εξής

$$\frac{\Delta B}{B} \approx MD \times \Delta y + \frac{1}{2} K\upsilon\rho\tau\acute{o}\tau\eta\tau\alpha \times (\Delta y)^2 .$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της τιμής ενός ομολόγου με κουπόνι, η *κυρτότητα*, που ορίζεται ως $\frac{d^2B}{dy^2}\frac{1}{B}$, μπορεί να υπολογιστεί εύκολα με βάση τη δεύτερη παράγωγο $\frac{d^2B}{dy^2}$ ως εξής:

$$\frac{d^2B}{dy^2} = \frac{1(1+1)C}{(1+y)^{1+2}} + \frac{2(2+1)C}{(1+y)^{2+2}} + \frac{3(3+1)C}{(1+y)^{3+2}} + ... + \frac{n(n+1)C}{(1+y)^{n+2}}$$

$$= \sum_{\tau=1}^{n} \frac{\tau(\tau+1)C}{(1+y)^{\tau+2}} + \frac{n(n+1)M}{(1+y)^{n+2}} .$$

Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα αριθμητικό παράδειγμα υπολογισμού της κυρτότητας και της μεταβλητότητας της τιμής ενός ομολόγου.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.6: Θεωρήστε το ομόλογο με τα στοιχεία του προηγούμενου παραδείγματος, όπου η τροποποιημένη διάρκεια είχε βρεθεί ως

$MD = \dfrac{1}{(1+0.045)} 8.27$ =7.9140 (ή 3.96 έτη). Η διόρθωση για κυρτότητα της μεταβλητότητας της τιμής του ομολόγου αυτού μπορεί να επιτευχθεί με βάση τα στοιχεία του ακόλουθου πίνακα:

τ	C	$\dfrac{\tau(\tau+1)C}{(1+y)^{\tau+2}}$
1	4.5	7.886
2	4.5	22.641
3	4.5	43.332
4	4.5	69.110
5	4.5	99.201
6	4.5	132.901
7	4.5	169.571
8	4.5	208.632
9	4.5	249.560
10	104.5	6678.186
Άθροισμα		7781.020

Με βάση αυτά, η κυρτότητα υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$\textit{Κυρτότητα} = \frac{d^2B}{dy^2}\frac{1}{B} = \left[\sum_{\tau=1}^{n}\frac{\tau(\tau+1)C}{(1+y)^{\tau+2}} + \frac{n(n+1)M}{(1+y)^{n+2}}\right]\frac{1}{B} = 7781.02\frac{1}{100} = 77.81.$$

Σε ετήσια βάση αυτή δίνεται ως $\dfrac{77.81}{2^2} = 19.45$, όπου 2 αποτελεί τον αριθμό εξαμήνων του έτους. Έχοντας υπολογίσει την τροποποιημένη διάρκεια *MD* και την κυρτότητα, στη συνέχεια υπολογίζουμε τη μεταβλητότητα της τιμής του ομολόγου σε ετήσια βάση για μια αύξηση του επιτοκίου κατά 1% το εξάμηνο. Τότε, η μεταβλητότητα του ομολόγου υπολογίζεται ως εξής:

$$\frac{\Delta B}{B} \approx (-MD)\times\Delta y + \frac{1}{2}\textit{Κυρτοτητα}\times(\Delta y)^2$$

$$\approx (-7.9140)\times 0.01 + \frac{1}{2}77.81\times(0.01)^2 = -0.07914 + 0.00389 = -0.07525.$$

Η μεταβλητότητα αυτή σημαίνει μια μείωση της τιμής του ομολόγου κατά το ακόλουθο ποσό σε ευρώ: 100×(-0.07914+0.00389) = -7.914+0.389 = -7.525. Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα αυτά, στο παράδειγμά μας η κυρτότητα διορθώνει πολύ λίγο τη μεταβλητότητα της τιμής του ομολόγου που υπολογίστηκε με βάση την τροποποιημένη διάρκεια.

9.4 Στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων

Όπως αναφέραμε στην εισαγωγή του κεφαλαίου, τις στρατηγικές επενδύσεων ή διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων μπορούμε να τις ταξινομήσουμε σε δύο ευρύτερες κατηγορίες: τις αμυντικές και τις επιθετικές. Αυτές αναφέρονται εναλλακτικά ως παθητικές (passive) και ενεργές (active), αντίστοιχα. Η διαφορά μεταξύ των δύο αυτών στρατηγικών βρίσκεται στην υπόθεση που κάνουν σχετικά με την αποτελεσματικότητα της αγοράς ομολόγων. Η αμυντική στρατηγική θεωρεί ότι ισχύει η υπόθεση αυτή, ενώ η επιθετική θεωρεί το αντίθετο, δηλαδή ότι δεν ισχύει. Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζουμε τις δύο αυτές επενδυτικές στρατηγικές με περισσότερες λεπτομέρειες και παραθέτουμε γνωστά παραδείγματα αυτών, που χρησιμοποιούνται συχνά στην πράξη.

Αμυντικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων

Μια *αμυντική στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων* που συναντάμε συχνά στην πράξη αποτελεί η επένδυση σε κάποιο χαρτοφυλάκιο που έχει την ίδια απόδοση χρονικής περιόδου σε σχέση με εκείνη κάποιου γνωστού χαρτοφυλακίου ομολόγων της αγοράς ή κάποιου αντιπροσωπευτικού δείκτη τους. Ένα τέτοιο παράδειγμα δείκτη αποτελεί ο γενικός δείκτης της αγοράς ομολόγων των ΗΠΑ που κατασκευάζεται από τη Merril Lynch. Αυτός κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας περίπου 5000 ομόλογα της αγοράς αυτής που έχουν ημερομηνία λήξης μεγαλύτερη του ενός έτους και έχουν ταξινομηθεί όσον αφορά το βαθμό αξιοπιστίας τους στις κατηγορίες ομολόγων από BBB και πάνω.

Η αμυντική αυτή στρατηγική διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων στηρίζεται στην υπόθεση ότι η αγορά ομολόγων είναι αποτελεσματική. Κάτω από την υπόθεση αυτή, κανένας επενδυτής ή διαχειριστής χαρτοφυλακίων ομολόγων δε θεωρείται ότι μπορεί να επιτύχει αποδόσεις χρονικής περιόδου μεγαλύτερες από αυτές των χαρτοφυλακίων με σημαντικά μεγάλο αριθμό ομολόγων της αγοράς. Η απόδοση χρονικής περιόδου των χαρτοφυλακίων αυτών θεωρείται ότι αποτελεί την αποζημίωση που απαιτεί ο επενδυτής που αποστρέφεται τον επενδυτικό κίνδυνο στην αγορά ομολόγων για να τα κρατά. Σύμφωνα με τη θεωρία των ορθολογικών προσδοκιών με κίνδυνο, η απόδοση χρονικής περιόδου (έστω ενός έτους) ενός αντιπροσωπευτικού χαρτοφυλακίου ομολόγων της αγοράς θα πρέπει να ισούται με το αντίστοιχο επιτόκιο της αγοράς συν ένα ποσοστό επενδυτικού κινδύνου που οφείλεται σε δυσμενείς μεταβολές των επιτοκίων.

Στην πράξη, η αμυντική στρατηγική που στοχεύει σε αποδόσεις χρονικής περιόδου αντίστοιχες μεγάλων σε αριθμό ομολόγων χαρτοφυλακίων (ή κάποιου αντιπροσωπευτικού δείκτη τους) επιλέγει χαρτοφυλάκια με μικρότερο αριθμό ομολόγων σε σχέση με τα χαρτοφυλάκια αναφοράς της. Τα χαρτοφυλάκια αυτά όμως έχουν αντίστοιχα χαρακτηριστικά όσον αφορά στο διάστημα λήξης των ομολόγων, στο βαθμό αξιοπιστίας τους, στη διάρκειά τους κ.ο.κ. με τα χαρτοφυλάκια αναφοράς τους. Η επιλογή μικρότερων σε αριθμό ομολόγων χαρτοφυλακίων γίνεται για να αποφευχθούν τα υψηλά κόστη συναλλαγής ή διαχείρισης που συνεπάγονται χαρτοφυλάκια με σημαντικά μεγάλο αριθμό ομολόγων. Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως στρωματική δειγματοληψία (stratified sampling). Μια άλλη μέθοδος επιλογής χαρτοφυλακίων ομολόγων σύμφωνα με την παραπάνω αμυντική στρατηγική στηρίζεται στη λύση του προβλήματος ελαχιστοποίησης της διακύμανσης της απόδοσης χρονικής περιόδου ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων που έχει επιθυμητή απόδοση που ισούται με εκείνη ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων αναφοράς ή κάποιου γνωστού δείκτη. Αυτό μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας μεθόδους γραμμικού προγραμματισμού. Η μέθοδος αυτή είναι ανάλογη εκείνης που συναντήσαμε στο Κεφάλαιο 4 για την άριστη σύνθεση χαρτοφυλακίων μετοχών βασιζόμενοι στο κριτήριο του μέσου-διακύμανσης.

Ανοσοποίηση χαρτοφυλακίου στον κίνδυνο

Η αμυντική στρατηγική επιλογής ενός χαρτοφυλακίου που αναφέραμε στο προηγούμενο τμήμα, θεωρεί ότι, μέσω της επένδυσης σε κάποιο γνωστό δείκτη χαρτοφυλακίου ομολόγων της αγοράς, ο επενδυτής που αποστρέφεται τον επενδυτικό κίνδυνο επιτυγχάνει κάποια απόδοση ανά μονάδα κινδύνου που συνάδει με τις προτιμήσεις του και αντιστοιχεί στο αποδεκτό ποσοστό κινδύνου στην αγορά. Πολλές φορές όμως στην πράξη η επιλογή του χαρτοφυλακίου ομολόγων δεν εξαρτάται από τις προτιμήσεις του επενδυτή ή του διαχειριστή του ως προς τον κίνδυνο, αλλά από τις μελλοντικές ταμειακές υποχρεώσεις του (ή τα χρέη του). Σε μια τέτοια περίπτωση, μια αμυντική στρατηγική επιλογής ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων θα ενδιαφερόταν να εξασφαλίσει τις μελλοντικές ταμειακές ροές του χαρτοφυλακίου (ή τη ρευστότητά του) από τυχόν απώλειες εισοδήματος που θα προκαλούσε μια δυσμενής μεταβολή των επιτοκίων στο μέλλον. Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή του κεφαλαίου, αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την *τεχνική της ανοσοποίησης* (immunization) ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων στις μεταβολές επιτοκίων.

Για την καλύτερη κατανόηση της τεχνικής της ανοσοποίησης, στη συνέχεια του κεφαλαίου παραθέτουμε ένα παράδειγμα όπου ο διαχειριστής κάποιου χαρτοφυλακίου ομολόγων επιθυμεί να εξασφαλίσει από την επένδυσή του σε αυτό χρηματικό ποσό αξίας €1000. Το ποσό αυτό πρέπει να καταβληθεί μετά από δύο χρόνια στους δανειστές του. Υποθέστε ότι για να επιτύχει το στόχο του αυτό, ο διαχειριστής έχει δύο επιλογές. Η πρώτη (i) είναι να επενδύσει σε ένα ομόλογο που λήγει μετά από τρία έτη. Έστω ότι το ομόλογο αυτό έχει ονομαστική αξία M = €1000, επιτόκιο κουπονιού c = 8% και τιμής αγοράς B = €950.25. Η απόδοση στη λήξη (yield to maturity) του ομολόγου αυτού υπολογίζεται ως y = 10% και ισούται με το επιτόκιο της αγοράς r, το οποίο θα θεωρήσουμε ότι είναι το ίδιο για όλες τις περιόδους μέχρι τη λήξη του ομολόγου. Η διάρκειά D του ομολόγου αυτού υπολογίζεται στον Πίνακα 9.1 και δίνεται ως $D = 2.78$ έτη.

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.1: Διάρκεια Ομολόγου $D = \sum_{\tau=1}^{3} PV(CF_\tau) \times \tau \Big/ P$

Χρόνος (τ)	Ροή (CF)	PV ροών	(PV ροών)$\times$Χρόνος
1	80	72.73	$72.3\times1=72.73$
2	80	66.12	$66.12\times2=132.23$
3	1000+80	811.40	$811.40\times3=2434.21$
		Άθροισμα = 2539.17	
		$D = 2639.17/950.25 = 2.78$ έτη	

Εφόσον το επιτόκιο της αγοράς r είναι το ίδιο για τις επόμενες χρονικές περιόδους, πουλώντας το ομόλογο μετά από δύο χρόνια ο διαχειριστής μπορεί να εξασφαλίσει το χρηματικό ποσό των €1000, που αποτελεί τη μελλοντική ταμειακή του υποχρέωση. Αυτό συμβαίνει γιατί από την πώληση αυτή του τριετούς ομολόγου ο διαχειριστής θα λάβει εισόδημα $€981.82 = \frac{1080}{1+0.10}$, ενώ από την επανεπένδυση των κουπονιών του θα λάβει $€168.00 = 80(1+0.10)+80$. Το σύνολο του εισοδήματος του διαχειριστή που προκύπτει από τις δύο παραπάνω πηγές ανέρχεται σε $€1149.82 = 981.82 + 168.00$ και προφανώς καλύπτει τις ταμειακές υποχρεώσεις του.

Η δεύτερη (ii) επιλογή του διαχειριστή είναι να επενδύσει σε καθένα από τα δύο επόμενα έτη διαδοχικά σε κάποιο βραχυπρόθεσμο ομόλογο λήξης ενός έτους. Έστω ότι ένα ετήσιο ομόλογο που είναι διαθέσιμο στην αγορά για το σκοπό αυτό έχει ονομαστική αξία που συμπεριλαμβάνει και εκείνη της πληρωμής του κουπονιού των €70, δηλαδή αυτή ανέρχεται σε M = 1000+70=€1070. Αν η τρέχουσα τιμή του ομολόγου αυτού είναι B = €972.75, τότε η απόδοσή στη λήξη του υπολογίζεται ως y=10%, που ισούται με το επιτόκιο της αγοράς r. Επενδύοντας το ποσό των €1070 σε ένα αντίστοιχο ομόλογο λήξης ενός έτους που εκδίδεται την επόμενη περίοδο (έτος), ο διαχειριστής μπορεί να εξασφαλίσει το ποσό των €1000 που απαιτεί για να καλύψει τις ταμειακές του ανάγκες μετά το δεύτερο έτος.

Και οι δύο επενδυτικές επιλογές (i) και (ii) που παρουσιάστηκαν παραπάνω ενέχουν κίνδυνο απώλειας εισοδήματος όταν το επιτόκιο της αγοράς μεταβληθεί στο μέλλον. Πιο συγκεκριμένα, αν το επιτόκιο αυξηθεί μετά από ένα χρόνο, τότε η τιμή του τριετούς ομολόγου θα μειωθεί και έτσι, η στρατηγική (i) μπορεί να μην εξασφαλίσει το απαιτούμενο ποσό των €1000 μετά από δύο χρόνια. Από την άλλη μεριά, η επενδυτική επιλογή (ii) θα αποφέρει μεγαλύτερη αύξηση του εισοδήματος από την αναμενόμενη, καθώς το επιτόκιο επανεπένδυσης θα αυξηθεί. Τα αντίθετα θα συμβούν, αν το επιτόκιο μειωθεί μετά τον πρώτο χρόνο. Τότε, η στρατηγική (ii) θα οδηγήσει σε μείωση του εισοδήματος του χαρτοφυλακίου από την επανεπένδυση του κεφαλαίου, αλλά η στρατηγική (i) θα αποδειχθεί πιο προσοδοφόρα καθώς οι μελλοντικές τιμές των ομολόγων θα αυξηθούν. Η παραπάνω ανάλυση δείχνει καθαρά ότι καμία από τις δύο παραπάνω επιλογές δεν είναι ουδέτερη στο κίνδυνο, όταν υπάρχει αβεβαιότητα ως προς την κατεύθυνση μεταβολής των επιτοκίων.

Μια λύση στο παραπάνω πρόβλημα της επιλογής της κατάλληλης επενδυτικής πολιτικής για την εξασφάλιση του εισοδήματος (κεφαλαίου) ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων (ή της ρευστότητάς του) είναι να επενδύσουμε ένα μέρος αυτού στο τριετές ομόλογο και ένα άλλο στο μονοετές. Τότε, σε μια αύξηση των επιτοκίων οι απώλειες εισοδήματος (ζημίες κεφαλαίου) της επενδυτικής επιλογής (i) μπορούν να αντισταθμιστούν από τα επιπλέον κέρδη (κέρδη κεφαλαίου) που θα δώσει η επιλογή (ii), λόγω της επανεπένδυσης του αρχικού κεφαλαίου σε υψηλότερα επιτόκια. Ενώ, σε μία πτώση των επιτοκίων θα συμβεί το αντίστροφο. Οι απώλειες εισοδήματος που θα προκύψουν από την επανεπένδυση του κεφαλαίου θα αντισταθμιστεί από τα επιπλέον κέρδη που θα αποφέρει η πώληση του τριετούς ομολόγου σε υψηλότερη τιμή μετά από δύο χρόνια. Η παραπάνω ανάλυση δείχνει καθαρά ότι επενδύοντας σε ένα χαρτοφυλάκιο ομολόγων με διαφορετικό χρονικό διάστημα λήξης μπορούμε να αλληλοεξουδετερώσουμε τις απώλειες εισοδήματος (δηλ. τις ζημίες κεφαλαίου) του χαρτοφυλακίου λόγω των μεταβολών των επιτοκίων είτε προς τα πάνω ή προς τα κάτω. Η τεχνική αυτή είναι γνωστή ως *ανοσοποίηση* χαρτοφυλακίων ομολόγων. Σύμφωνα με αυτή, τα βάρη των ομολόγων του χαρτοφυλακίου θα πρέπει να επιλέγονται έτσι ώστε η διάρκεια D αυτού να αντιστοιχεί με εκείνη του χρονικού διαστήματος των υποχρεώσεων του επενδυτή (στο παράδειγμά μας, αυτό ισούται με δύο έτη).

Στο συγκεκριμένο μας παράδειγμα, αν w_1 αποτελεί το βάρος του χαρτοφυλακίου για το τριετές ομόλογο και w_2 για το μονοετές, τότε η άριστη λύση των w_1 και w_2 για την επίτευξη της ανοσοποίησης του χαρτοφυλακίου αποτελεί τη λύση του ακόλουθου συστήματος δύο εξισώσεων:

1η $w_1 + w_2 = 1$, που αποτελεί τον *εισοδηματικό περιορισμό*,

2η $D = (w_1 \times D_1) + (w_2 \times D_2) = 2$ (ή $D = (w_1 \times 2.78) + (w_2 \times 1.0) = 2$, στο παράδειγμά μας), που αποτελεί τον κανόνα *ανοσοποίησης*,

όπου D_1, D_2 αποτελούν τις διάρκειες του τριετούς και μονοετούς ομολόγου, αντίστοιχα (βλέπε Πίνακα 9.1) και D είναι η διάρκεια του χαρτοφυλακίου. Σημειώστε ότι, επειδή το μονοετές ομόλογο έχει μηδενικό κουπόνι, η διάρκεια του ισούται με το χρονικό διάστημα λήξης του που είναι $n = 1$.

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα ως προς w_1 και w_2 δίνονται τα ακόλουθα άριστα βάρη για την ανοσοποίηση του χαρτοφυλακίου ομολόγων: $w_1=0.56$ και $w_2=0.44$. Η λύση αυτή των w_1 και w_2 σημαίνει ότι ο διαχειριστής του ανοσοποιημένου χαρτοφυλακίου θα πρέπει να τοποθετήσει 44% του κεφαλαίου στο μονοετές ομόλογο και 56% στο τριετές. Για την εύρεση των μεριδίων που θα πρέπει να αγοραστούν από κάθε ομόλογο του χαρτοφυλακίου αυτού, ξεχωριστά, θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε το χρηματικό ποσό (κεφάλαιο) που χρειάζεται να επενδύσει σήμερα στην αγορά ο διαχειριστής για την κάλυψη του χρηματικού ποσού των υποχρεώσεών του €1000 ακριβώς, μετά από δύο χρόνια. Το ποσό αυτό υπολογίζεται ως εξής: $€826.45 = 1000/(1+0.10)^2$ και αποτελεί την τιμή ενός διετούς ομολόγου χωρίς κουπόνι. Σύμφωνα με τα άριστα βάρη του ανοσοποιημένου χαρτοφυλακίου που βρέθηκαν προηγουμένως (δηλ., w_1=0.56 και w_2=0.44), το χρηματικό ποσό $€826.45$ θα πρέπει να κατανεμηθεί στα δύο ομόλογα ως εξής: €464.30 = €826.45$\times$0.56 στο τριετές ομόλογο και €362.15 = €826.45$\times$0.44 στο μονοετές. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να αγοραστούν 0.489 = €464.30/€950.25 μερίδια από το τριετές ομόλογο και 0.372 = €362.15/€972.75 από το μονοετές, όπου €950.25 αποτελεί την αγοραία τιμή του πρώτου ομολόγου και €972.75 του δευτέρου.

Για να διαπιστωθεί ότι πράγματι το παραπάνω ανοσοποιημένο χαρτοφυλάκιο δεν εξαρτάται από τις μελλοντικές μεταβολές των επιτοκίων της αγοράς, στον Πίνακα 9.2 παρουσιάζουμε την αξία αυτού μετά από δύο χρόνια (n=2), δηλαδή τη χρονική περίοδο t+2 όπου ο διαχειριστής χρειάζεται να εκταμιεύσει το ποσό των €1000. Αυτό γίνεται για τρία διαφορετικά σενάρια επιτοκίων r. Αν το επιτόκιο μετά το πέρας του πρώτου έτους παραμένει το ίδιο, δηλαδή r=10%, αν μειωθεί στο επίπεδο 9% και τέλος, αν αυξηθεί στο επίπεδο 11%. Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα του πίνακα αυτού, η αξία του ανοσοποιημένου χαρτοφυλακίου είναι πολύ κοντά στην τιμή των €1000.00. Αυτό συμβαίνει ανεξάρτητα του επιπέδου των επιτοκίων. Οι πολύ μικρές διαφορές της συνολικής αξίας του χαρτοφυλακίου που παρατηρούνται από την τιμή των €1000.00 μπορούν να αποδοθούν στη κυρτότητα της συνάρτησης των τιμών των ομολόγων ως προς τις αποδόσεις τους, που συζητήσαμε προηγουμένως. Αν αυτή είναι μεγάλη, τότε η μεταβλητότητα των τιμών των ομολόγων του χαρτοφυλακίου δε θα προσεγγίζεται με μεγάλη ακρίβεια με βάση το μέτρο της διάρκειας που στηρίζεται η τεχνική της ανοσοποίησης.

Κάτω από ορισμένες συνθήκες είναι δυνατόν να παρουσιαστούν περιπτώσεις όπου πλήρης ανοσοποίηση χαρτοφυλακίων ομολόγων δεν είναι εφικτή. Εκτός από την ύπαρξη υψηλού βαθμού κυρτότητας, που δεν είναι συνήθως η κύρια αιτία, ο βαθμός ανοσοποίησης ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων εξαρτάται από τη μορφή της καμπύλης των επιτοκίων ή των αποδόσεων στη λήξη του. Στα προηγούμενα παραδείγματά μας υποθέσαμε ότι οι καμπύλες αυτές είναι επίπεδες και θεωρήσαμε ότι συμβαίνουν αντίστοιχες (παράλληλες) μεταβολές στα επιτόκια και των δύο ομολόγων μέχρι την λήξη τους (βλέπε Πίνακα 9.2). Όμως οι περιπτώσεις αυτές είναι πολύ πιθανό να μην είναι ρεαλιστικές. Όπως συχνά παρατηρείται στην πράξη, το βραχυπρόθεσμο ή μεσοπρόθεσμο μέρος της καμπύλης των επιτοκίων δεν είναι επίπεδο. Αυτό μπορεί να έχει θετική ή αρνητική κλίση, ή ακόμα και μη γραμμική μορφή. Στις περιπτώσεις αυτές θα πρέπει να σημειωθεί ότι δεν είναι εφικτή η πλήρης ανοσοποίηση ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων. Σε αντίθεση όμως με το βραχυπρόθεσμο τμήμα της καμπύλης επιτοκίων, το μακροπρόθεσμο τείνει στην πράξη στο ίδιο επίπεδο, για όλα τα επιτόκια με αρκετά μεγάλες προθεσμίες, π.χ. είκοσι ετών. Το χαρακτηριστικό αυτό της καμπύλης των επιτοκίων κάνει πιο επιτυχή την εφαρμογή του κανόνα της ανοσοποίησης για χαρτοφυλάκια μακροπρόθεσμων ομολόγων.

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.2: Αξία ανοσοποιημένου χαρτοφυλακίου στο τέλος της περιόδου t+2

	r		
Αξία στο τέλος της περιόδου t+2	9%	10%	11%
<u>Μονοετές ομόλογο</u>: €1070 $\times$ 0.372 $\times$ (1+r)	433.860	437.84	441.82
<u>Τριετές ομόλογο:</u> Από κουπόνια του έτους t+1 €80 $\times$ 0.489 $\times$ (1+r)	42.64	43.03	43.42
Από κουπόνια του έτους t+2 €80 $\times$ 0.489	39.12	39.12	39.12
Από την πώληση το έτος t+2 € $P = \dfrac{1080}{(1+r)} \times 0.489$	484.51	480.11	475.78
Συνολική Αξία χαρτοφυλακίου	1000.13	1000.10	1000.14

Ένα άλλο πρόβλημα που συνήθως εμφανίζεται στην πράξη κατά την ανοσοποίηση ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων είναι η ανάγκη για διαρκή αναπροσαρμογή της σύνθεσης των ομολόγων του. Αυτό είναι αναγκαίο καθώς, όταν μεταβάλλονται τα επιτόκια ή μειώνεται ο χρονικός ορίζοντας μέχρι τη λήξη των ομολόγων, η διάρκεια τους D αλλάζει σημαντικά με συνέπεια κάποιο χαρτοφυλάκιο ομολόγων που ήταν ανοσοποιημένο να μην είναι πλέον. Για την αναπροσαρμογή της διάρκειας D ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων είναι αναγκαία η αγοραπωλησία ομολόγων. Αυτή όμως μπορεί να συνεπάγεται υψηλά κόστη συναλλαγής, τα οποία μπορεί να μειώσουν σημαντικά τα οφέλη που προκύπτουν από την ανοσοποίηση του χαρτοφυλακίου. Για να αποφύγουν το κόστος αυτό οι διαχειριστές ανοσοποιημένων χαρτοφυλακίων ομολόγων, συνήθως δεν προβαίνουν σε συχνές αναπροσαρμογές της σύνθεσης των ομολόγων τους. Αντί αυτού χρησιμοποιούν συμφωνίες ανταλλαγής (swaps), για την αλλαγή της διάρκειας του χαρτοφυλακίου. Ένα παράδειγμα μιας τέτοιας ανταλλαγής δίνεται στο τέλος του κεφαλαίου.

Κάποιος μπορεί να επιχειρηματολογήσει στο σημείο αυτό ότι τα παραπάνω προβλήματα που ανακύπτουν στην ανοσοποίηση χαρτοφυλακίων ομολόγων μπορούν να λυθούν επενδύοντας σε κάποιο ομόλογο με μηδενικό κουπόνι το οποίο εξασφαλίζει μια σταθερή ταμειακή ροή στη λήξη του, η οποία καλύπτει ακριβώς τις ταμειακές υποχρεώσεις του διαχειριστή του χαρτοφυλακίου. Η στρατηγική αυτή αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως *αντιστοίχηση ταμειακών ροών* (cash flow matching). Σε αντίθεση με την ανοσοποίηση, αυτή δεν απαιτεί αναπροσαρμογή των ομολόγων του χαρτοφυλακίου και είναι ουδέτερη σε μη παράλληλες μετατοπίσεις της καμπύλης των επιτοκίων. Για το προηγούμενό μας παράδειγμα, η στρατηγική αυτή μπορεί να επιτευχθεί αγοράζοντας ένα ομόλογο μηδενικού κουπονιού στην τιμή των $€826.45 = 1000/(1+0.10)^2$ το οποίο στη λήξη του (στη περίπτωσή μας μετά από δύο χρόνια) θα έχει ονομαστική αξία $€1000$.

Ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από ομόλογα μηδενικού κουπονιού που επιλέγονται για να καλύπτονται πλήρως μελλοντικές ταμειακές ανάγκες, όπως προβλέπει η στρατηγική της αντιστοίχησης των μελλοντικών ταμειακών ροών, αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως *χαρτοφυλάκιο παραχώρησης* (dedicated portfolio). Εκ κατασκευής το χαρτοφυλάκιο αυτό δεν ενέχει κάποιο κίνδυνο επανεπένδυσης των μελλοντικών ροών του από κουπόνια λόγω πιθανών μεταβολών των επιτοκίων, καθώς τα ομόλογα που περιλαμβάνει είναι μηδενικού κουπονιού και κρατούνται μέχρι τη λήξη τους. Αν και η παθητική στρατηγική αντιστοίχησης των ταμειακών ροών (ή ενός χαρτοφυλακίου παραχώρησης) έχει πολλά πλεονεκτήματα σε σχέση με την ανοσοποίηση, στην πράξη όμως δεν είναι πολλή διαδεδομένη ή εφαρμόζεται παράλληλα με την ανοσοποίηση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν υπάρχουν συνήθως διαθέσιμα μακροπρόθεσμα ομόλογα με μηδενικό κουπόνι στην αγορά για να καλύψουν μακροχρόνιες μελλοντικές ταμειακές υποχρεώσεις. Επίσης, σε πολλές περιπτώσεις είναι αδύνατον να αντιστοιχηθούν πλήρως τα μεγέθη των μελλοντικών ταμειακών υποχρεώσεων με εκείνα των διαθεσίμων ομολόγων, λόγω ποσοτικών περιορισμών στην ονομαστική τους αξία και τον αριθμό των εκδόσεών τους.

Αντιστάθμιση του κινδύνου πτώσης των τιμών των ομολόγων

Για να περιορίσουν τις απώλειες εισοδήματος (ή ζημιές κεφαλαίου) από πιθανές δυσμενείς μεταβολές στις τιμές ομολόγων, πολλοί επενδυτές ή διαχειριστές χαρτοφυλακίων ομολόγων καταφεύγουν στην *αντιστάθμιση* (hedging) των κινδύνων αυτών. Αυτό μπορεί να γίνει ως εξής. Για μια πώληση κάποιου ομολόγου (ή μεριδίου κάποιου χαρτοφυλακίου ομολόγων) που θα αποβεί ζημιογόνα λόγω μείωσης των τιμών των ομολόγων στην αγορά, να προγραμματιστεί παράλληλα η αγορά κάποιου άλλου (ή άλλων). Με την αντίθετη αυτή κίνηση συναλλαγών, μπορούν να αντισταθμιστούν σε κάποιο βαθμό ζημίες που θα προκύψουν από την πώληση των ομολόγων σε μικρότερες τιμές με τα οφέλη που προέρχονται από την αγορά ομολόγων σε μικρότερες τιμές. Η αντίστροφη αντισταθμιστική κίνηση θα γινόταν, αν οι επενδυτές θα ήθελαν να αγοράσουν ομόλογα των οποίων οι τιμές θα αυξάνονταν στο μέλλον. Στην περίπτωση αυτή, θα πουλούσαν ομόλογα στην αγορά για να αντισταθμίσουν ζημίες τους από την αγορά ομολόγων σε υψηλότερες τιμές. Όταν το καθαρό κέρδος ή η ζημία από τις αντίθετες αυτές κινήσεις (θέσεις) συναλλαγής που παίρνουν οι διαχειριστές στην αντιστάθμιση έχουν το ίδιο μέγεθος, τότε θα αναφερόμαστε για τέλεια αντιστάθμιση του επενδυτικού κινδύνου (perfect hedge).

Ένα ερώτημα που αφορά την αντιστάθμιση είναι τι ποσό θα πρέπει να αντισταθμίσουμε για κάθε ένα ευρώ (€1) ενός ομολόγου που θα θέλαμε να αγοράσουμε ή να πουλήσουμε. Για να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό θα πρέπει να βρούμε *το λόγο αντιστάθμισης* (hedge ratio - *HR*) ανάμεσα στο ομόλογο που θέλουμε να αντισταθμίσουμε την αγορά (ή πώλησή) του, που θα συμβολίζεται ως *TBH* (από την αγγλική ορολογία to be hedged -*TBH*) και εκείνο που χρησιμοποιείται ως αντισταθμιστικό μέσο (εργαλείο), που συμβολίζεται ως *HI* (από την αγγλική ορολογία hedging instrument - *HI*). Για την εύρεση του λόγου *HR*, θεωρήστε ότι σε απόλυτο μέγεθος οι μεταβολές της τιμής του *TBH* ομολόγου ισούνται με εκείνες του *HI*, δηλαδή ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\Delta B^{TBH} = \Delta B^{HI} .$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση τις ακόλουθες σχέσεις της Ευρώ-Διάρκειας συνεπάγεται

$$\Delta B^{TBH} = (\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{TBH}) \times \Delta y^{TBH} \quad \text{και} \quad \Delta B^{H} = (\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{HI}) \times \Delta y^{HI},$$

όπου Ευρώ-Διάρκεια$^{(j)}$ (για $j=\{TBH,HI\}$) αποτελεί την Ευρώ-διάρκεια για κάθε ένα απο τα δύο ομόλογα που εμπλέκονται στην αντιστάθμιση. Διαιρώντας κατά μέλη την τελευταία σχέση συνεπάγεται

$$\frac{\Delta B^{TBH}}{\Delta B^{HI}} = \frac{(\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{TBH}) \times \Delta y^{TBH}}{(\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{HI}) \times \Delta y^{HI}} \Rightarrow \Delta B^{TBH} = HR \times \Delta B^{HI},$$

όπου

$$HR = \frac{(\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{TBH})}{(\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{HI})} \times YIELD\ BETA$$

αποτελεί το *λόγο αντιστάθμισης* και $YIELD\ BETA = \dfrac{\Delta y^{TBH}}{\Delta y^{HI}}$ είναι ο συντελεστής απόδοσης βήτα. Ο συντελεστής αυτός μετρά τη σχετική ευαισθησία μεταξύ των μεταβολών των αποδόσεων στη λήξη του αντισταθμιζόμενου ομολόγου με το αντισταθμιστικό εργαλείο του, δηλαδή Δy^{TBH} και Δy^{H}, αντίστοιχα. Αυτός μπορεί να υπολογιστεί ως ο συντελεστής κλίσης (βήτα) της παλινδρόμησης της μεταβλητής Δy^{TBH} επί της μεταβλητής Δy^{HI}. Στο επόμενο παράδειγμα δείχνουμε πως μπορεί να υπολογιστεί το λόγος *HR*.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.7: Έστω ότι επιθυμούμε να αντισταθμίσουμε τον κίνδυνο αύξησης της τιμής αγοράς ενός ομολόγου λήξης 5-ετών το οποίο πωλείται στο άρτιο και έχει ονομαστική αξία €100 με ένα άλλο ομόλογο πενταετίας του οποίου η τιμή αγοράς είναι €115.44. Η τροποποιημένη διάρκεια (*MD*) για το πρώτο ομόλογο βρέθηκε ως *MD* = 8.11, ενώ για το δεύτερο δίνεται ως *MD* = 7.11. Ο συντελεστής απόδοσης-βήτα για τα δύο ομόλογα αυτά εκτιμήθηκε ότι ισούται με τη μονάδα.

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία, η Ευρώ-διάρκεια καθενός από τα δύο ομόλογα που εμπλέκονται στην αντιστάθμιση υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{TBH} = -8.11 \times 100 = 811$$

και

$$\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{HI} = -7.71 \times 115.44 = 890.04,$$

αντιστοίχως. Επομένως, ο λόγος αντιστάθμισης HR υπολογίζεται ως

$$HR = \frac{(\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{TBH})}{(\text{Ευρώ-Διάρκεια}^{HI})} \times YIELD\ BETA = \frac{811.0}{890.04} \times 1.0 = 0.91.$$

Η τιμή αυτή του λόγου HR σημαίνει ότι για κάθε €1 που θα αγοράζουμε από το *TBH*-ομόλογο, θα πρέπει να πουλάμε €0.91 από το *HI*-ομόλογο, που αποτελεί το αντισταθμιστικό του εργαλείο.

Επιθετικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων

Βασιζόμενοι στη υπόθεση ότι η αγορά ομολόγων δεν είναι αποτελεσματική, μια *επιθετική στρατηγική διαχείρισης* ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων θεωρείται ότι μπορεί να αποφέρει επιπλέον κέρδη από αυτά που αποδίδονται στον επενδυτικό κίνδυνο της αγοράς αυτής και προέρχονται από μεταβολές στα επιτόκια.[2] Επιθετικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων συνήθως στηρίζονται στην αγοραπωλησία ομολόγων που είναι υποτιμημένα ή υπερτιμημένα σε σχέση με τη δίκαιη τιμή τους στην αγορά, κάτω από συνθήκες ισορροπίας. Επίσης, στηρίζονται στην πρόβλεψη μελλοντικών μεταβολών στα επιτόκια της αγοράς και στην αγοραπωλησία ομολόγων στα χρονικά σημεία των μεταβολών αυτών. Και οι δύο παραπάνω στρατηγικές επιθετικής διαχείρισης χαρτοφυλακίων θεωρούν ότι ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου διαθέτει το πλεονέκτημα της καλύτερης πληροφόρησης και πρόβλεψης σε σχέση με την αγορά. Όμως, για να μη χάσει το πλεονέκτημα αυτό, αυτός θα πρέπει να δράσει πριν από διαχειριστές ή επενδυτές στην αγορά που διαθέτουν ανεπαρκή πληροφόρηση. Στη συνέχεια παραθέτουμε μερικές γνωστές επιθετικές στρατηγικές διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων. Σημειώστε ότι κάποιες από αυτές μπορούν να υιοθετηθούν μαζί.

[2] Μια ανασκόπηση των επιθετικών στρατηγικών χαρτοφυλακίων ομολόγων παρουσιάζεται στο βιβλίο των Homer και Leibowitz (1972).

Επιθετικές στρατηγικές στηριζόμενες στην απόδοση χρονικής περιόδου

Πολλές επιθετικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων στηρίζονται στον υπολογισμό και την παρακολούθηση της *απόδοσης χρονικής περιόδου* ενός ομολόγου ή ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων για ένα μήνα, ένα χρόνο, μια πενταετία κ.ο.κ. Ο ορισμός της απόδοσης αυτής παρουσιάστηκε αναλυτικά στο Τμήμα 9.2. Με βάση αυτή, μπορεί να αξιολογηθεί διαχρονικά η συνολική αποδοτικότητα ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων και να προταθεί η ανασύνθεσή του. Αυτό μπορεί να γίνει αντικαθιστώντας ομόλογα με μικρότερη της αναμενόμενης απόδοσης χρονικής περιόδου με κάποια που έχουν (ή προβλέπονται να έχουν) σημαντικά υψηλότερες αποδόσεις. Επειδή υψηλές αποδόσεις ομολόγων για μια συγκεκριμένη περίοδο οφείλονται σε μεγάλο βαθμό στην τιμή πώλησής τους κατά το τέλος της περιόδου, η επιτυχία μιας επιθετικής στρατηγικής διαχείρισης χαρτοφυλακίων ομολόγων εξαρτάται από την ακριβή πρόβλεψη του μελλοντικού επιπέδου των επιτοκίων τη στιγμή της πώλησης τους. Για την καλύτερη κατανόηση της στρατηγικής αυτής, στη συνέχεια παραθέτουμε το ακόλουθο παράδειγμα.

Θεωρήστε ένα δεκαετές ομόλογο (n=10 έτη), ονομαστικής αξίας M = €100, με απόδοση κουπονιού c=4% ανά έτος. Δηλαδή αυτό έχει αξία κουπονιού C = €4 = 0.04×100 το έτος (ή €2 το εξάμηνο). Η τιμή αγοράς του ομολόγου αυτού είναι $B_t(n = 10\ \acute{\varepsilon}\tau\eta)$ = €67.48. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι πληρωμές των κουπονιών καταβάλλονται ανά εξάμηνο, η απόδοση του ομολόγου αυτού υπολογίζεται ως y = 9% ετησίως (δηλαδή 4.5% ανά εξάμηνο). Αν θεωρηθεί ότι η χρονική περίοδος που μας ενδιαφέρει για τη μέτρηση της απόδοσης του ομολόγου αυτού είναι πέντε έτη από σήμερα (δηλ. m=10 εξάμηνα) και ότι προβλέπεται μια παράλληλη μείωση όλων των επιτοκίων της αγοράς από 9% σε 8% στο τέλος της πενταετίας, τότε η απόδοση του αυτή υπολογίζεται ως εξής:

$$(1+H_{t+m}(m)) = (1+h)^m = \frac{TFV_{t+m}}{B_t(n)} = \frac{C\left[\dfrac{(1+r)^m - 1}{r}\right] + B_t(n-m)}{B_t(n)},$$

όπου $B_{t+m}(n\text{-}m)$ αποτελεί την τιμή πώλησης του ομολόγου μετά από m = 5 έτη, όπου απομένουν 5=10-5 έτη ως τη λήξη του. Με βάση τα παραπάνω στοιχεία του ομολόγου, η τιμή αυτή μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$B_{t+m}(n-m) = 2\left[\frac{1-\dfrac{1}{(1+0.04)^{10}}}{0.04}\right] + \frac{100}{(1+0.04)^{10}} = 83.78\,,$$

οπότε η απόδοση χρονικής περιόδου πέντε ετών υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$(1+H) = \left(1+h\right)^{10} = \frac{2.0\left[\dfrac{(1+0.045)^{10}-1}{0.045}\right]+83.78}{67.48} = 1.60 \;\;\Rightarrow\; H = 0.60\,.$$

Η απόδοση αυτή σημαίνει μια μέση απόδοση ανά εξάμηνο της επόμενης πενταετίας η οποία ανέρχεται σε $h = (1.60)^{1/10} - 1 = 0.048$ (δηλ. περίπου 10% ανά έτος). Η απόδοση αυτή είναι μεγαλύτερη από την απόδοση στη λήξη του ομολόγου, που είναι 9% ετησίως. Αυτό οφείλεται στη μείωση του επιτοκίου μετά το πέμπτο έτος από 9% σε 8%. Η μείωση αυτή οδηγεί σε αύξηση της τιμής του ομολόγου και στην πραγματοποίηση κερδών κεφαλαίου από την πώληση του ομολόγου. Συνοψίζοντας, τα αποτελέσματα του παραπάνω παραδείγματος δείχνουν καθαρά ότι η σωστή πρόβλεψη της μεταβολής των επιτοκίων μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση των αποδόσεων ενός ομολόγου. Το ίδιο μπορεί να ισχυριστεί κάποιος και για ένα χαρτοφυλάκιο ομολόγων.

Ένα πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε κατά τον υπολογισμό της απόδοσης χρονικής περιόδου κάποιου ομολόγου (ή χαρτοφυλακίου ομολόγων) είναι ότι η καμπύλη των επιτοκίων αλλάζει διαχρονικά και δεν παραμένει πάντα επίπεδη. Όπως γνωρίζουμε, η γνώση (ή η πρόβλεψη) της καμπύλης αυτής αποτελεί αναγκαία προϋπόθεση για να υπολογίσουμε τη δίκαιη τιμή πώλησης του ομολόγου στο τέλος της χρονικής περιόδου, για την οποία υπολογίζουμε την απόδοση. Για να κατανοήσουμε καλύτερα το πρόβλημα αυτό, θεωρήστε ένα δεκαετές ομόλογο με κουπόνι του οποίου η τιμή σήμερα είναι $B_t(n = 10\ \acute{\varepsilon}\tau\eta)$ και η απόδοση στη λήξη του δίνεται ως $y_t(n = 10\ \acute{\varepsilon}\tau\eta)$. Θεωρήστε ότι το ομόλογο αυτό καταβάλλει τα κουπόνια του ανά εξάμηνο. Αν θέλουμε να υπολογίσουμε την απόδοση χρονικής περιόδου για το ομόλογο αυτό για διάστημα ενός μήνα σήμερα (δηλ. τη χρονική περίοδο t+1), τότε θα πρέπει να υπολογίσουμε τη μελλοντική του αξία μετά από ένα μήνα. Την περίοδο αυτή θα απομένουν 9 έτη και 11 μήνες έως τη λήξη του ομολόγου. Αν η καμπύλη των επιτοκίων της αγοράς την περίοδο t+1 με προθεσμία 9 έτη και 11 μήνες είναι δύσκολο να βρεθεί λόγω έλλειψης ομολόγων με τέτοια λήξη, τότε ένας απλός τρόπος υπολογισμού της απόδοσης χρονικής περιόδου για ένα μήνα (που συμβολίζεται ως h_{t+1}) στηρίζεται στην ακόλουθη προσεγγιστική σχέση:[3]

$$h_{t+1} \approx y_t(n=10\ \acute{\varepsilon}\tau\eta) + \left(1 - \frac{D}{\tau = 1/12}\right)\left(y_{t+1}(n-1=9\ \acute{\varepsilon}\tau\eta\ \kappa\alpha\iota\ 11\ \mu\acute{\eta}\nu\varepsilon\varsigma) - y_t(n=10\ \acute{\varepsilon}\tau\eta)\right),$$

όπου D αποτελεί τη διάρκεια του ομολόγου σήμερα σε ετήσια βάση, $y_{t+1}(n=1=9\ \acute{\varepsilon}\tau\eta\ \kappa\alpha\iota\ 11\ \mu\acute{\eta}\nu\varepsilon\varsigma)$ αποτελεί την απόδοση του ίδιου ομολόγου τον επόμενο μήνα από τον οποίον εναπομένουν 9 έτη και 11 μήνες έως τη λήξη του και $\tau = 1/12$ αποτελεί το χρονικό διάστημα για το οποίο υπολογίζεται η απόδοση. Σημειώστε ότι στο παράδειγμά μας θεωρούμε ότι $\tau = 1/12$, επειδή τόσο η διάρκεια όσο και οι αποδόσεις του ομολόγου έχουν υπολογιστεί σε ετήσια βάση. Αν είχαν υπολογιστεί σε μηνιαία βάση, τότε θα είχαμε τ=1. Ο παραπάνω τύπος της απόδοσης δίνει αρκετά καλές προσεγγίσεις αυτής και χρησιμοποιείται συχνά στην πράξη, ειδικά για τη μέτρηση της απόδοσης δεικτών χαρτοφυλακίων ομολόγων.

Η στρατηγική παραμονής στην καμπύλη των επιτοκίων (Riding the yield curve)

Η *στρατηγική παραμονής στην καμπύλη των επιτοκίων* (ή των αποδόσεων στη λήξη) (riding the yield curve), είναι μια επιθετική στρατηγική που ακολουθείται συχνά στη πράξη όταν η κλίση της καμπύλης των επιτοκίων είναι ανοδική και αναμένεται να γίνει επίπεδη σε κάποια μελλοντική χρονική περίοδο. Η ανοδική κλίση της καμπύλης των επιτοκίων σημαίνει ότι τα μακροπρόθεσμα ομόλογα κοστίζουν λιγότερο από τα βραχυπρόθεσμα. Έτσι, πουλώντας βραχυπρόθεσμα ομόλογα και αγοράζοντας μακροπρόθεσμα σήμερα ο διαχειριστής κάποιου χαρτοφυλακίου ομολόγων μπορεί να επιτύχει υψηλότερες αποδόσεις και κέρδη από τα αναμενόμενα, όταν κατά τη μελλοντική χρονική περίοδο πώλησης των μακροπρόθεσμων ομολόγων η καμπύλη των επιτοκίων γίνει επίπεδη. Στην πράξη η στρατηγική αυτή ακολουθείται και από διαχειριστές που έχουν ως πρωταρχικό στόχο την εξασφάλιση ταμειακών διαθεσίμων σε μια μελλοντική χρονική στιγμή. Στην περίπτωση αυτή, οι τοποθετήσεις στα μακροπρόθεσμα ομόλογα γίνονται για διάστημα λήξης μεγαλύτερου εκείνου των ταμειακών αναγκών. Για την καλύτερη κατανόηση της στρατηγικής παραμονής στην καμπύλη των επιτοκίων, στη συνέχεια παραθέτουμε το ακόλουθο παράδειγμα.

[3] Ο τύπος αυτός ισχύει κατά προσέγγιση, βλέπε Babcock (1984).

Θεωρήστε ένα διαχειριστή ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων ο οποίος προτιμά για ταμειακούς λόγους να επενδύσει σε ένα έντοκο γραμμάτιο τριών μηνών. Το γραμμάτιο αυτό έχει τιμή αγοράς €98.25 και ονομαστική αξία €100. Η απόδοση του σε ετήσια βάση είναι 7.00%. Στην αγορά θεωρήστε ότι υπάρχει και κάποιο άλλο ομόλογο λήξης έξι μηνών από σήμερα που έχει την ίδια ονομαστική αξία, άλλα η τιμή αγοράς του είναι πολύ μικρότερη και ανέρχεται σε €96.00. Η μικρότερη τιμή του ομολόγου αυτού σημαίνει ότι η απόδοσή του είναι μεγαλύτερη εκείνου που έχει διάστημα λήξης τριών μηνών και ανέρχεται σε 8.0%. Με βάση τα στοιχεία αυτά, αν ο διαχειριστής επενδύσει στο τριμηνιαίο ομόλογο, τότε θα λάβει ως απόδοση στο τέλος του τριμήνου που δίνεται σε ετήσια βάση ως εξής:

$$\frac{100-98.25}{98.25}\times\frac{365}{90}=0.0722\ (7.22\%)\,.$$

Αν όμως επενδύσει στο πιο μακροπρόθεσμο ομόλογο των έξι μηνών και το πωλήσει στη τιμή των €98.25 μετά από τρεις μήνες, τότε η απόδοσή του σε ετήσια βάση θα είναι:

$$\frac{98.25-96.00}{96.00}\times\frac{365}{90}=0.095\ (9.50\%)\,.$$

Η τιμή πώλησης του ομολόγου €98.25 υπολογίστηκε θεωρώντας ότι η απόδοση (ή το επιτόκιο) ενός τριμηνιαίου ομολόγου θα παραμείνει ίδια με σήμερα στο τέλος του τριμήνου, δηλαδή θα είναι 7%.

Συγκρίνοντας την απόδοση 9.50%, που προκύπτει από την πώληση του εξαμηνιαίου ομολόγου σε τρεις μήνες από σήμερα, με εκείνη του τριμηνιαίου ομολόγου, που δίνεται ως 7%, φαίνεται καθαρά ότι η στρατηγική παραμονής στην καμπύλη των επιτοκίων μπορεί να αποφέρει μια επιπρόσθετη απόδοση 1.5% σε σχέση με εκείνη που προβλέπει η αγορά για τη χρονική περίοδο των τριών μηνών. Θα πρέπει όμως να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι η επιπλέον απόδοση αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι η απόδοση στη λήξη του εξαμηνιαίου ομολόγου είναι 8%. Η απόδοση αυτή είναι μεγαλύτερη του 7%, καθώς λαμβάνεται υπόψη και ο κίνδυνος ρευστότητας του εξαμηνιαίου ομολόγου. Αν ο κίνδυνος αυτός δεν υπήρχε, τότε η απόδοση στη λήξη του ομολόγου αυτού θα ήταν επίσης 7% και η τρέχουσα τιμή του €96.50. Στην περίπτωση αυτή, δε θα υπήρχε δυνατότητα επιπρόσθετης απόδοσης 1.5% από την πώληση του εξαμηνιαίου ομολόγου μετά από τρεις μήνες. Η ανάλυση αυτή δείχνει ότι η επιπρόσθετη απόδοση που μπορεί να επιτύχει η στρατηγική παραμονής στην καμπύλη των επιτοκίων μπορεί να αποδοθεί στην ύπαρξη του κινδύνου ρευστότητας ο οποίος αποτελεί θετική συνάρτηση του διαστήματος ως τη λήξη ενός ομολόγου τ.

Συμφωνίες ανταλλαγής (Bond Swaps)

Με τις *συμφωνίες ανταλλαγής επιτοκίων* ανάμεσα σε δύο μέρη, το ένα μπορεί ανταλλάξει μακροπρόθεσμα (ή βραχυπρόθεσμα) ομόλογα με το άλλο, χωρίς να πραγματοποιηθεί φυσική συναλλαγή. Μέσω των συμφωνιών αυτών, μπορεί να αναπροσαρμοστεί η σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων χωρίς να υπάρξουν κόστη συναλλαγής παρά μόνο ένα μικρό αντίτιμο που θα πρέπει να καταβληθεί από κάθε αντισυμβαλλόμενο μέρος στη τράπεζα που θέτει την συμφωνία. Οι συμφωνίες ανταλλαγής ομολόγων είναι χρήσιμες όχι μόνο σε επιθετικές, αλλά και σε αμυντικές στρατηγικές χαρτοφυλακίων όταν κρίνεται απαραίτητο να αναπροσαρμοστεί η σύνθεσή του.

Ως παράδειγμα μιας συμφωνίας ανταλλαγής επιτοκίων, θεωρήστε την περίπτωση όπου το μέρος Α συμφωνεί να καταβάλει στο Β για τα επόμενα τέσσερα τρίμηνα ένα μεταβλητό χρηματικό ποσό που υπολογίζεται ως η απόδοση ενός ονομαστικού ποσού (έστω €10 εκατομμύρια) με βάση το τριμηνιαίο επιτόκιο της διατραπεζικής αγοράς δανεισμού του Λονδίνου λίμπορ (libor) που θα ισχύει στην αγορά στο τέλος κάθε τριμήνου. Σε ανταπόδοση της πληρωμής αυτής, το μέρος Β συμφωνεί να πληρώνει στο Α ένα χρηματικό ποσό που υπολογίζεται ως η απόδοση του ονομαστικού ποσού των €10 εκατομμυρίων με βάση ένα σταθερό επιτόκιο 2%, για κάθε τρίμηνο. Με την παραπάνω συμφωνία, το μέρος Α ουσιαστικά πουλά βραχυπρόθεσμα ομόλογα (ή ομόλογα κυμαινόμενου επιτοκίου, όπως αναφέρονται διαφορετικά) αξίας €10 εκατομμυρίων στο μέρος Β και αγοράζει από αυτό μακροπρόθεσμα ομόλογα (ή ομόλογα σταθερού επιτοκίου, όπως αναφέρονται διαφορετικά) χωρίς να λάβει μέρος κάποια φυσική συναλλαγή. Από τη συμφωνία αυτή το μέρος Α θα βγει κερδισμένο αν συμβεί (όπως αυτό αναμένει) μια μείωση στα μελλοντικά επιτόκια, ενώ το Β αν συμβεί το αντίθετο, δηλαδή μια αύξησή τους.

Οι ροές της παραπάνω συμφωνίας ανταλλαγής παρουσιάζονται στον Πίνακα 9.3, για επίπεδα επιτοκίων 1.5%, 2.0%, 2.0% και 2.5%. Αυτά αντιστοιχούν σε καθένα από τα τέσσερα τρίμηνα που καλύπτουν το χρονικό διάστημα της συμφωνίας ανταλλαγής ανάμεσα στα δύο μέρη. Επειδή ο τρόπος που καταβάλλονται οι πληρωμές σε μια συμφωνία ανταλλαγής είναι μόνο από την πλευρά που χρεώνεται τη διαφορά στις καθαρές ροές, το πρώτο τρίμηνο το μέρος Β θα καταβάλλει στο Α το ποσό των €50000, το δεύτερο και τρίτο τρίμηνο κανένα μέρος δε θα καταβάλλει στο άλλο οποιοδήποτε ποσό και το τέταρτο το Α θα καταβάλλει στο Β το ποσό των €50000.

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.3: Ροές Συμφωνίας ανταλλαγής μεταξύ των μερών Α και Β

		Ροές Α			Ροές Β		
Τρίμηνο	LIBOR	Εισροές από Β	Εκροές στο Β	Καθαρή ροές	Εισροές από Α	Εκροές στο Α	Καθαρές ροές
I	1.5%	200000	150000	50000	150000	200000	-50000
II	2.0%	200000	200000	0	200000	200000	0
III	2.0%	200000	200000	0	200000	200000	0
IV	2.5%	200000	250000	-50000	250000	200000	50000

Στην πράξη, τα δύο μέρη που συνάπτουν μια συμφωνία ανταλλαγής δεν έρχονται σε κατευθείαν συμφωνία μεταξύ τους, αλλά καταφεύγουν σε κάποιο χρηματοπιστωτικό ίδρυμα που λειτουργεί ως μεσολαβητής. Αυτά τα ιδρύματα ουσιαστικά καθορίζουν τα επιτόκια αγοράς και προσφοράς των συμφωνιών ανταλλαγής, για διαφορετικές προθεσμίες *τ*. Η μέση τιμή των επιτοκίων αγοράς και προσφοράς αποτελεί το επιτόκιο της συμφωνίας ανταλλαγής. Συνήθως τα επιτόκια αγοράς και προσφοράς συμφωνιών ανταλλαγής θέτονται έτσι ώστε να παρέχουν στο ίδρυμα που μεσολαβεί μια απόδοση περίπου 0.03% - 0.04 % (δηλαδή 3-4 σημεία βάσης) ως αμοιβή.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

9.1 Έστω ένα ομόλογο με ονομαστική αξία €1000 που πωλείται στο άρτιο. Το χρονικό διάστημα έως τη λήξη του είναι 5 έτη, η ετήσια απόδοση του κουπονιού είναι 10% και ο ανατοκισμός λαμβάνει χώρα σε εξαμηνιαία βάση. Στο τέλος των 3 ετών, το ομόλογο αυτό πωλείται στην τιμή των €1100. Αν το επιτόκιο επανεπένδυσης είναι το ίδιο για όλες τις προθεσμίες και παραμένει σταθερό για όλες τις 5 περιόδους (έτη) ως τη λήξη του ομολόγου, τότε βρείτε την απόδοση χρονικής περιόδου του ομολόγου για τα τρία πρώτα έτη.

9.2 Δίδονται τέσσερα ομόλογα με τα ακόλουθα στοιχεία:

Ομόλογο	Έτη έως τη λήξη	Απόδοση κουπονιού	Απόδοση στη λήξη
1	5	5%	5%
2	5	0	5%
3	5	5%	3%
4	2	5%	5%

Τα ομόλογα αυτά πωλούνται όλα στην τιμή των €1000, η οποία για αυτά με κουπόνι αποτελεί την ονομαστική τους αξία. Υποθέστε ετήσιο ανατοκισμό και απαντήστε στα ακόλουθα ερωτήματα:

α) Υπολογίστε τη διάρκεια κατά Macaulay D για κάθε ένα από τα τέσσερα ομόλογα. Εξηγήστε με οικονομικούς όρους γιατί κάποια ομόλογα έχουν μεγαλύτερη διάρκεια από άλλα.

β) Υπολογίστε τη μεταβλητότητα της τιμής των τεσσάρων ομολόγων και τη μεταβολή αυτής σε ευρώ, εάν η απόδοση στη λήξη κάθε ομολόγου αυξηθεί κατά 0.1%.

γ) Υπολογίστε την κυρτότητα κάθε ομολόγου και εκτιμήστε με μεγαλύτερη ακρίβεια τη μεταβλητότητα της τιμής των τεσσάρων ομολόγων.

9.3 Έστω ένα ομόλογο με τιμή €10000 με διάρκεια $D = 4.5$ έτη. Εάν η απόδοση στη λήξη αυξηθεί από 9% σε 9.5%, τότε ποια θα είναι η αναμενόμενη μεταβολή της τιμής του ομολόγου;

9.4 Έστω ένα δεκαετές ομόλογο με ονομαστική τιμή €1000 και €60 ετήσιο κουπόνι. Το ομόλογο πωλείται σήμερα σε μια τιμή που δίνει απόδοση στη λήξη 10%. Στο τέλος του τέταρτου έτους αναμένεται η απόδοση του ομολόγου να μειωθεί στο 9%. Το επιτόκιο επανεπένδυσης είναι σταθερό και δίνεται ως 9.5%. Υποθέστε ετήσιο ανατοκισμό και υπολογίστε τα ακόλουθα:

α) Την τιμή του ομολόγου σήμερα και σε τέσσερα έτη από σήμερα.

β) Την απόδοση χρονικής περιόδου για τα επόμενα τέσσερα έτη.

γ) Τη διάρκεια D του ομολόγου.

δ) Τη μεταβολή της τιμής του ομολόγου, τη στιγμή που θα μεταβληθεί η απόδοσή του στο τέλος των τεσσάρων ετών.

9.5 Έστω δύο ομόλογα που λήγουν σε τρία έτη από σήμερα, τα οποία έχουν τα ακόλουθα στοιχεία:

Ομόλογο	Επιτόκιο κουπονιού	Ονομαστική τιμή	Τιμή αγοράς
Α	5%	100	101
Β	5.8%	100	105

Αν το επιτόκιο της αγοράς αυξηθεί κατά 2%, τότε βρείτε ποια θα είναι η νέα τιμή καθενός από τα ομόλογα αυτά;

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕ ΤΟ EXCEL

Σε αυτό το τμήμα του κεφαλαίου παραθέτουμε ένα παράδειγμα υπολογισμού της διάρκειας κατά Macaulay *D* και της τροποποιημένης διάρκειας *MD* ενός ομολόγου με τη χρήση του πακέτου της Microsoft Excel. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη μεταβλητότητα της τιμής ενός ομολόγου και την κυρτότητα αυτού που αντιστοιχούν σε μια διακριτή μεταβολή της απόδοσής του.

Υπολογισμός της διάρκειας *D* και της τροποποιημένης διάρκειας *MD* ενός ομολόγου

Έστω ότι την ημερομηνία 1/1/2010 εκδίδεται ένα ομόλογο ονομαστικής αξίας €10000 και λήξης 10 ετών. Το ομόλογο αυτό πωλείται στο άρτιο και έχει απόδοση στη λήξη 5%. Το κουπόνια του καταβάλλονται κάθε εξάμηνο, ενώ επιτόκιο κουπονιού του είναι 5% σε ετήσια βάση. Για το ομόλογο αυτό, θα υπολογίσουμε τη διάρκεια *D*, την τροποποιημένη διάρκεια *MD* και τη μεταβλητότητά του για μια μεταβολή της απόδοσής του κατά 0.1%.

Η διάρκεια ενός ομολόγου δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$D = \frac{\left[1\frac{C}{(1+y)^1} + 2\frac{C}{(1+y)^2} + 3\frac{C}{(1+y)^3} + \ldots + n\frac{(C+M)}{(1+y)^n}\right]}{B},$$

όπου *C* δηλώνει το κουπόνι, *M* την ονομαστική αξία, *y* την απόδοση στη λήξη και *B* την τιμή του ομολόγου. Για να υπολογίσουμε τη διάρκεια *D*, θα χρησιμοποιήσουμε τις ταμειακές ροές του ομολόγου (κουπόνια και ονομαστική αξία). Αυτές δίνονται για κάθε περίοδο ως τη λήξη του στη στήλη C του Πίνακα Ε.1. Οι παρούσες αξίες των ροών αυτών δίνονται στη στήλη D του πίνακα. Στη στήλη E πολλαπλασιάζουμε κάθε μια από τις παρούσες αξίες με την αντίστοιχη περίοδο *τ* των ταμειακών ροών. Το άθροισμα αυτών των όρων δίνεται στο κελί "E27". Αυτό το άθροισμα αποτελεί τον αριθμητή του αναλυτικού τύπου της διάρκειας *D*, που δίνεται παραπάνω. Διαιρώντας το άθροισμα αυτό με τη τιμή του ομολόγου δίνεται η διάρκεια *D* σε εξαμηνιαία βάση, βλέπε κελί "B29" του Πίνακα Ε.1. Για να μετατρέψουμε τη διάρκεια αυτή σε ετήσια βάση, απλά διαιρούμε την εξαμηνιαία της τιμή D=16.98 με 2. Αυτή δίνεται στο κελί "B30" και ισούται με 7.99 έτη.

ΠΙΝΑΚΑΣ Ε.1: Υπολογισμός της διάρκειας, της μεταβλητότητας και της κυρτότητας ενός ομολόγου

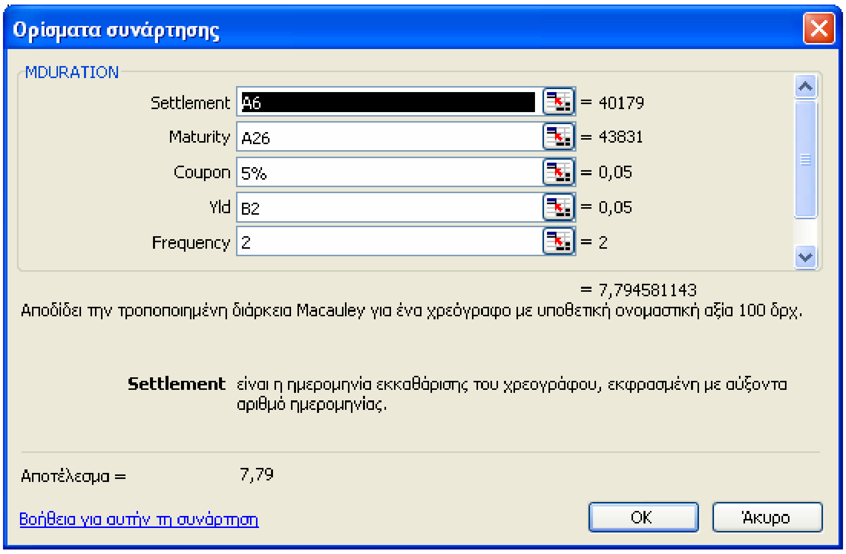
	A	B	C	D	E	F
1	**Τιμή του ομολόγου**	10000				
2	**Απόδοση στη λήξη**	5%				
3	**Ποσοστιάια μεταβολή της απόδοσης**	0.1%				
4						
5	Ημερομηνία	Περίοδος	Ταμειακές ροές	Παρούσα αξία	t X Παρούσα αξία	$\frac{t(t+1)C}{(1+r)^{t+2}}$
6	1/1/2010	0		=C7/(1+$B$2/2)^B7	=B7*D7	=(B7*(B7+1)*C7)/(1+$B$2/2)^(B7+2)
7	7/1/2010	1	250	243.90	243.90	464.30
8	1/1/2011	2	250	237.95	475.91	1358.93
9	7/1/2011	3	250	232.15	696.45	2651.56
10	1/1/2012	4	250	226.49	905.95	4311.48
11	7/1/2012	5	250	220.96	1104.82	6309.49
12	1/1/2013	6	250	215.57	1293.45	8617.84
13	7/1/2013	7	250	210.32	1472.21	11210.20
14	1/1/2014	8	250	205.19	1641.49	14061.57
15	7/1/2014	9	250	200.18	1801.64	17148.26
16	1/1/2015	10	250	195.30	1953.00	20447.79
17	7/1/2015	11	250	190.54	2095.90	23938.87
18	1/1/2016	12	250	185.89	2230.67	27601.36
19	7/1/2016	13	250	181.36	2357.62	31416.18
20	1/1/2017	14	250	176.93	2477.05	35365.31
21	7/1/2017	15	250	172.62	2589.25	39431.70
22	1/1/2018	16	250	168.41	2694.50	43599.28
23	7/1/2018	17	250	164.30	2793.08	47852.87
24	1/1/2019	18	250	160.29	2885.25	52178.17
25	7/1/2019	19	250	156.38	2971.26	56561.70
26	1/1/2020	20	10250	6255.28	125105.54	2500622.40
27		Σύνολο			159788.91	2945149.26
28					=SUM(E7:E26)	=SUM(F7:F26)
29	Διάρκεια σε εξάμηνα	15.98	=E27/B1			
30	Διάρκεια σε έτη	7.99	=B29/2			
31						
32	Τροποποιημένη Διάρκεια	7.61	=B30/(1+B2)			
33		7.79	=MDURATION(A6;A26;5%;B2;2)			
34						
35	Διακύμανση της τιμής του ομολόγου σε					
36	μια αύξηση της απόδοσής του	-0.00761	=B32*B3			
37						
38	Απόλυτη μεταβολή σε ευρώ	-76.09	=B36*B1			
39						
40	$\frac{n(n+1)M}{(1+r)^{n+2}}$					
41						
42		1435769	=(20*21*10000)/(1+B2)^22			
43						
44	Κυρτότητα	438.09	=(B42+F27)/B1			
45						
46	Διακύμανση της τιμής του ομολόγου σε					
47	μια αύξηση της απόδοσής του					
48	συνυπολογίζοντας τη κυρτότητα	-0.00739	=B36+0,5*B44*(B3^2)			
49						
50	Απόλυτη μεταβολή σε ευρώ					
51	συνυπολογίζοντας τη κυρτότητα	-73.90	=B48*B1			

Έχοντας υπολογίσει τη διάρκεια D, μπορεί εύκολα να υπολογιστεί η τροποποιημένη διάρκεια MD χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο τύπο:

$$MD = \frac{D}{(1+y)}.$$

Με βάση την απόδοση στη λήξη του ομολόγου y = 0.05, η τροποποιημένη διάρκεια υπολογίζεται στο κελί "B32" του Πίνακα Ε.1 και ισούται με 7.61 έτη.

Το Excel παρέχει ένα πιο άμεσο τρόπο υπολογισμού της τροποποιημένης διάρκειας μέσω της συνάρτησης "MDURATION". Στηριζόμενοι σε αυτή πολλά από τα ανωτέρω βήματα μπορούν να παραλειφθούν. Η συνάρτηση αυτή απαιτεί τον ορισμό των ακόλουθων πεδίων του ακόλουθου εικονιδίου MDURATION:



Στο πρώτο σε σειρά πεδίο του εικονιδίου (βλέπε Settlement) ορίζουμε την ημερομηνία αγοράς του ομολόγου, στο δεύτερο πεδίο (βλέπε Maturity) την ημερομηνία λήξης του, στο τρίτο πεδίο (βλέπε Coupon) την ετήσια απόδοση του κουπονιού, στο τέταρτο πεδίο (βλέπε Yield) την απόδοση στη λήξη του, στο πέμπτο πεδίο (βλέπε Frequency) τον αριθμό των περιόδων εντός του έτους που καταβάλλονται τα κουπόνια του (δηλ. 2) και, τέλος, στο έκτο πεδίο (βλέπε Base) τη βάση υπολογισμού των πληρωμών του. Για να λάβει το Excel ως βάση υπολογισμού τον αριθμό των ημερών, θέτουμε τη τιμή "3" ή το αφήνουμε κενό. Το αποτέλεσμα της εκτίμησης της διάρκειας με βάση τη συνάρτηση "MDURATION" παρουσιάζεται στο κελί "B33" του Πίνακα Ε.1. Αυτή είναι 7.79 έτη. Σημειώστε ότι η τιμή αυτή παρουσιάζει μια πολύ μικρή απόκλιση σε σχέση με την τιμή που υπολογίσαμε προηγουμένως, ακολουθώντας τους αναλυτικούς τύπους. Αυτό συμβαίνει γιατί η συνάρτηση "MDURATION" λαμβάνει υπόψη της τον ακριβή αριθμό των ημερών που πραγματοποιούνται οι πληρωμές των κουπονιών του ομολόγου.

Υπολογισμός της μεταβλητότητας και της κυρτότητας της τιμής ενός ομολόγου

Έχοντας υπολογίσει τη διάρκεια D και τη τροποποιημένη διάρκεια του ομολόγου MD, στη συνέχεια υπολογίζουμε τη μεταβλητότητα της τιμής του που αντιστοιχεί σε μια αύξηση της απόδοσης στη λήξη του κατά 0.1%. Αυτό γίνεται μέσω της ακόλουθης προσεγγιστικής σχέσης:

$$\frac{\Delta B}{B} \approx -MD \times \Delta y \; .$$

Η μεταβλητότητα της τιμής του ομολόγου υπολογίζεται στο κελί “B36” του Πίνακα Ε.1 και δίνεται ως -0.00761. Αυτή σημαίνει ότι, αν η απόδοση του ομολόγου αυξηθεί κατά 0.1%, τότε η τιμή του θα μειωθεί κατά 0.761%. Η απόλυτη μεταβολή της τιμής του ομολόγου σε ευρώ δίνεται στο κελί “B38” και υπολογίζεται εάν πολλαπλασιάσουμε την τιμή της διακύμανσης -0.00761 με την τρέχουσα τιμή του ομολόγου, που δίνεται ως B = 10000. Τότε, θα πάρουμε την ακόλουθη μεταβολή της τιμής του ομολόγου σε ευρώ: €76.1, που σημαίνει ότι εάν η απόδοση του ομολόγου αυξηθεί κατά 0.1%, τότε η τιμή του θα μειωθεί κατά €76.10.

Η μεταβλητότητα της τιμής του ομολόγου όμως μπορεί να υπολογιστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια αν λάβουμε υπόψη μας την κυρτότητα της σχέσης ανάμεσα στην τιμή και την απόδοση στη λήξη του. Σημειώστε ότι η κυρτότητα ενός ομολόγου που καταβάλλει κουπόνια δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\text{Κυρτότητα} = \frac{d^2 B}{dy^2}\frac{1}{B}, \qquad \text{όπου} \quad \frac{d^2 B}{dy^2} = \sum_{\tau=1}^{n} \frac{\tau(\tau+1)C}{(1+y)^{\tau+2}} + \frac{n(n+1)M}{(1+y)^{n+2}}$$

και n είναι ο συνολικός αριθμός των περιόδων έως τη λήξη του ομολόγου. Στο παράδειγμά μας, έχουμε ότι n = 20 εξάμηνα. Ο πρώτος όρος του παραπάνω αθροίσματος (δηλ., $\frac{d^2 B}{dy^2}$) υπολογίζεται στο κελί “F27” και αποτελεί το άθροισμα των όρων που βρίσκονται στα κελιά “F7:F26”. Ο δεύτερος όρος δίνεται στο κελί “B42”. Η κυρτότητα του ομολόγου υπολογίζεται εάν διαιρέσουμε τη δεύτερη παράγωγο με την τρέχουσα τιμή του ομολόγου B=10000. Αυτή δίνεται στο κελί “B44” του Πίνακα Ε.1 και ισούται με 438.09.

Έχοντας υπολογίσει την κυρτότητα, στη συνέχεια υπολογίζουμε τη μεταβλητότητα της τιμής του ομολόγου χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο τύπο:

$$\frac{\Delta B}{B} \approx MD \times \Delta y + \frac{1}{2} Κυρτότητα \times (\Delta y)^2 .$$

Το αποτέλεσμα της μέτρησης αυτής της μεταβλητότητας της τιμής του ομολόγου δίνεται στο κελί "B48" του Πίνακα Ε.1 και ισούται με -0.00739. Αυτό σημαίνει ότι, αν η απόδοση του ομολόγου αυξηθεί κατά 0.1%, τότε η τιμή του θα μειωθεί κατά 0.739%. Σε απόλυτους όρους (βλέπε κελί "B51"), η μείωση αυτή αντιστοιχεί σε μείωση της τιμής του ομολόγου κατά €73.9. Σημειώστε ότι αυτή είναι μικρότερη εκείνης που είχαμε βρει προηγουμένως (δηλ. της τιμής €76.1), λαμβάνοντας υπόψη μας μόνο τη *MD* στον υπολογισμό της μεταβλητότητας της τιμής του ομολόγου.