$r_t \, , \; t = 1, 2, \ldots, n$

ΙΣΧΥΡΗ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑ

JOINT DENSITY

$$f(r_{t+1}, r_{t+2}, \ldots, r_{t+k})$$

ΕΙΝΑΙ ΙΔΙΑ $\forall\, t, \; \forall\, k = 1, 2, \ldots$

ΑΣΘΕΝΗΣ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑ

ΤΑΞΗΣ v

$E(r_t), E(r_t^2)$ $E(r_t^v)$, $Cov(r_t, r_{t-k})$ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΤΟΥ t

r_t $2^{ης}$ ΤΑΞΗΣ ΣΤΑΣΙΜΟ ΑΝΝ $E(r_t), E(r_t^2)$

$Cov(r_t, r_{t-k})$ ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΤΟΥ t (ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ

$$E(r_t) = E(r_{t-1}) = E(r_{t+1}) = E(r_{t+2}) \ldots$$

$$E(r_t^2) = E(r_{t-1}^2) = \ldots$$

$$\Rightarrow V(r_t) = V(r_{t-1}) = V(r_{t-2}) = \ldots$$

2^{nd} ORDER STATION. $\not\Longrightarrow$ STRONG STATION.

STRONG STATIONARITY + $\underline{V(r_t) < \infty}$ $\Rightarrow$ 2^{nd} ORDER STATION.

STYLIZED FACTS

1) $E(r_t) \gtrsim 0$ (ΜΙΚΡΗ)

$s.e.(r_t) = \sqrt{V(r_t)} \gg 0$ (ΜΕΓΑΛΟ)

$$C.V. = \frac{\sqrt{V(r_t)}}{E(r_t)} \ggg 0$$

Coefficient of VARIATION

2) r_t NON-NORMAL ΚΑΤΑΝΟΜΗ.

$$sk = \frac{E(r_t - E(r_t))^3}{\left(\sqrt{V(r_t)}\right)^3}$$ = ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

SKEWNESS COEFF.

r_t ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ $\Rightarrow E[r_t - E(r_t)]^{2k+1} = 0$

$\forall k = 0, 1, 2, 3, \ldots \Rightarrow E(r_t - E(r_t))^3 = 0$

SKEWNESS

ΑΝ $E(r_t - E(r_t))^3 = 0 \not\Rightarrow r_t$ ΣΥΜΜΕΤ. ΚΑΤΑΝΟΜΗ.

$$k = \frac{E(r_t - E(r_t))^4}{(V(r_t))^2}$$ = KURTOSIS COEFFIC.

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΚΥΡΤΩΣΗΣ.

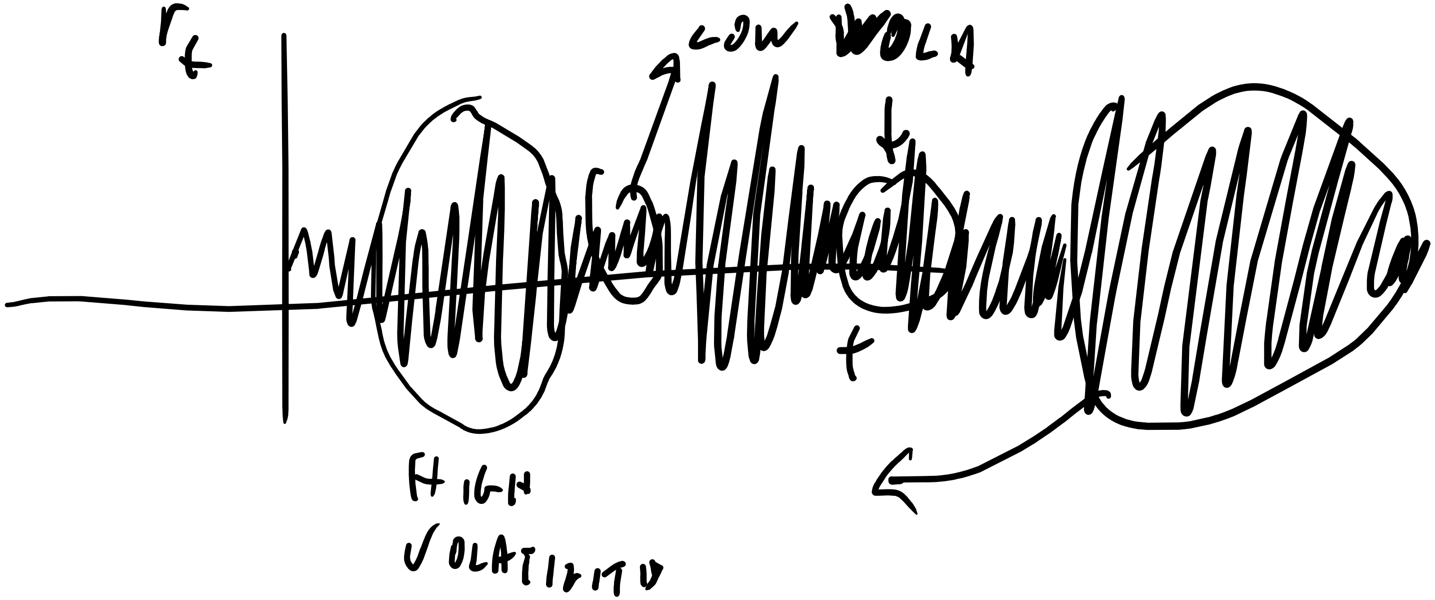
ΑΝ $r_t \sim N(\cdot,\cdot) \Rightarrow k(r_t) = 3$

Aggregation to NORMALITY

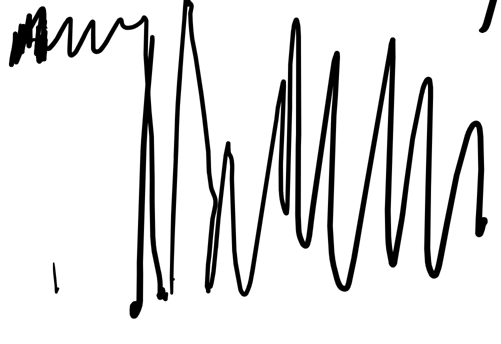
3) $\mathrm{Corr}(r_t, r_{t-k}) \lessapprox 0$ (MIKPO)

$\mathrm{Corr}(r_t, r_{t-1}) \approx -0.08$ r_t DOW JONES RETURNS (EXCESS)

4) VOLATILITY CLUSTERING



$\mathrm{Corr}(r_t^2, r_{t-k}^2)$



5) LEVERAGE EFFECT.

$$Corr(r_t^2, r_{t-1}) < 0$$

ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΟ VOLATILITY ΕΙΝΑΙ ΥΨΗΛΟΤΕΡΟ ΟΤΑΝ ΕΧΩ ΠΤΩΣΗ (ΑΡΝΗΤΙΚΗ) ΑΠΟΔΟΣΗ ΠΑΡΑ ΟΤΑΝ ΕΧΩ ΑΝΟΔΟ ΤΟΥ ΙΔΙΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ.

$$r_t = \mu + \alpha r_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \overset{iid}{\sim} (0, \sigma^2)$$

<u>AR(1)</u>