

# **Αγορά με Ειδικούς Διαπραγματευτές Σταθερό Κόστος Συναλλαγών και Εύρος**

- Roll (1984)
- Hasbrouck, κεφ. 3

# Ορισμοί και Υποθέσεις:

- $m_t = \log(\bar{p}_t)$

$\bar{p}_t \rightarrow$  η «σωστή» τιμή (efficient price)

- $m_t = m_{t-1} + u_t \rightarrow$  τυχαία διαδρομή (random walk)

- bid (τιμή αγοράς)  $\rightarrow b_t$

- ask (τιμή πώλησης)  $\rightarrow a_t$

## Υποθέσεις (συνέχεια):

- Συναλλαγές μέσω ειδικών διαπραγματευτών
- Κανένας περιορισμός στον όγκο των συναλλαγών

- Ανταγωνισμός μεταξύ  
ε.δ.

- Κόστος ειδ. διαπρ. =  $c$



$$b_t = m_t - c$$

$$a_t = m_t + c$$

Τιμή Συναλλαγών ( $p_t$ ) :

$$p_t = m_t + cq_t,$$

$$q_t = \left\{ \begin{array}{ll} +1 & , \text{ πελάτης αγοράζει} \\ -1 & , \text{ " πουλάει} \end{array} \right\}$$

Υποθέσεις για το  $q_t$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pr(q_t = 1) = 0.5 \\ \text{Corr}(q_t, q_{t-1}) = 0 \\ \text{Corr}(q_t, u_t) = 0 \end{array} \right\}$$

# Συνέπειες του υποδείγματος του Roll

$$\Delta p_t = p_t - p_{t-1} = -cq_{t-1} + cq_t + u_t \Rightarrow E(\Delta p_t) = 0$$

$$(\Delta p_t)^2 = q_{t-1}^2 c^2 + q_t^2 c^2 - 2q_{t-1}q_t c^2 - 2q_{t-1}u_t c + 2q_t u_t c + u_t^2$$

$$\text{var}(\Delta p_t) = E((\Delta p_t)^2) - E(\Delta p_t)^2 = 2c^2 + \sigma_u^2$$

# Συνέπειες του υποδείγματος του Roll

(συνέχεια)

$$\begin{aligned}\Delta p_t \Delta p_{t-1} &= -q_{t-1}^2 c^2 + q_{t-2} q_{t-1} c^2 - q_{t-2} q_t c^2 + q_{t-1} q_t c^2 \\ &\quad - q_{t-1} u_{t-1} c + q_t u_{t-1} c + q_{t-2} u_t c + q_{t-1} u_t c + u_{t-1} u_t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{cov}(\Delta p_t, \Delta p_{t-1}) &= E[(\Delta p_t - E(\Delta p_t))(\Delta p_{t-1} - E(\Delta p_{t-1}))] \\ &= E(\Delta p_t \Delta p_{t-1}) \\ &= -c^2\end{aligned}$$

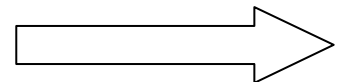
Άσκηση: ν.δ.ο  $\text{cov}(\Delta p_t, \Delta p_{t-2}) = 0$

- Το t εδώ μετράει **συναλλαγές**, όχι χρόνο  
π.χ. σε δευτερόλεπτα

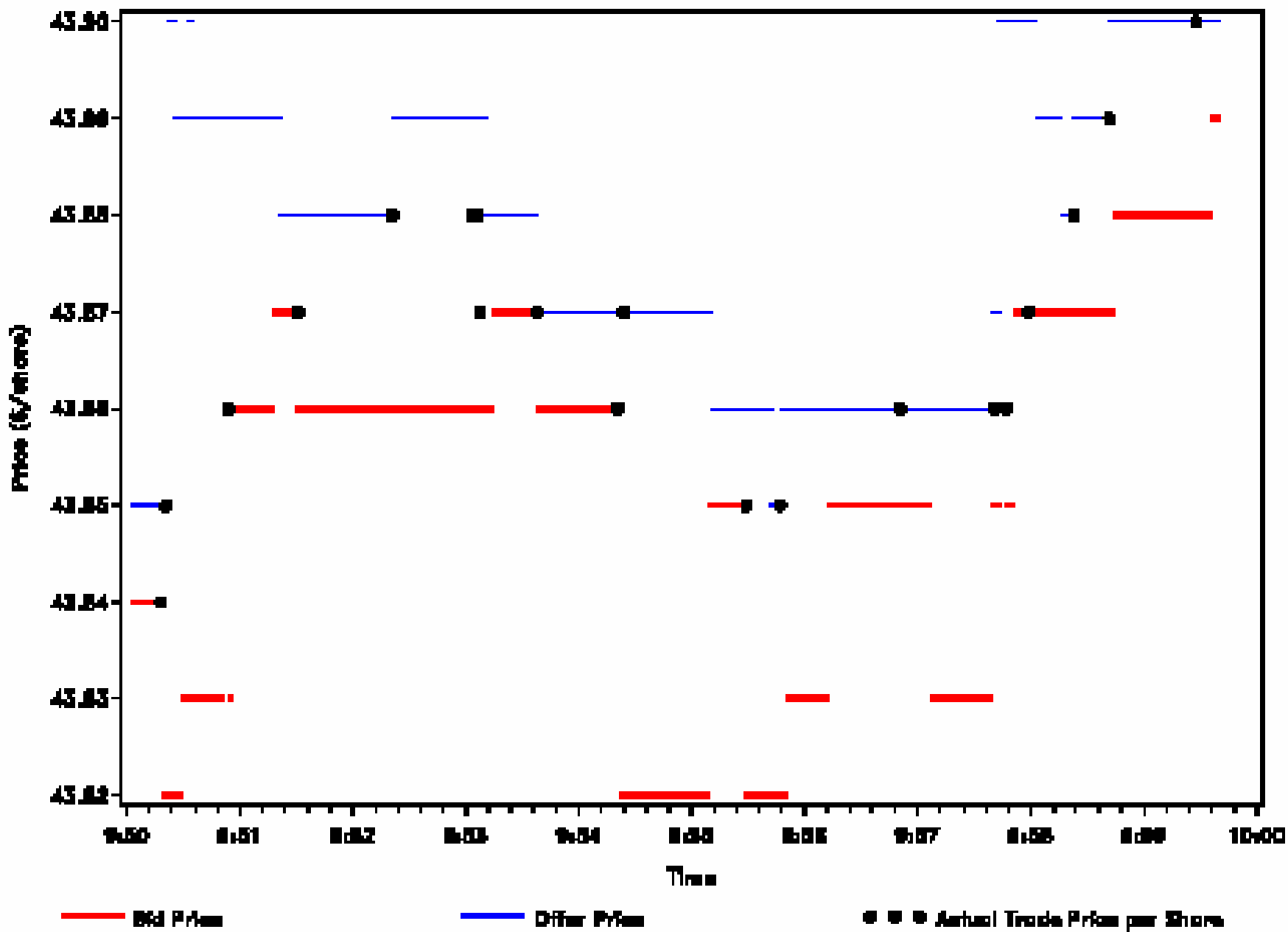
# Εφαρμογή του υποδείγματος

- Μετοχή CBL
- 2 Ιουλίου 2003
- NYSE
- 841 παρατηρήσεις (συναλλαγές)

*Εκτίμηση*



NYSE bid, offer (ask), and trade prices  
 Stock Symbol=CEL Transaction Date=02/JUL/2008





$$\widehat{\text{cov}}(\Delta p_t, \Delta p_{t-1}) = -0.0000251 \Rightarrow$$

(στο υπόδειγμα):  $c \cong 0.005$  (\$/μετοχή)

*και*

Προβλεπόμενο εύρος (bid/ask spread)  $\cong 0.01$   
(\$/μετοχή)

Παρατηρούμενο χρονικά σταθμισμένο (time weighted average) εύρος στο δείγμα = 0.022  
(\$/μετοχή)

Παρατηρούμενο πραγματικό (effective) εύρος στο δείγμα = 0.0158 (\$/μετοχή) = μέσος όρος διαφοράς τιμών συναλλαγών από μέσο τιμών αγοράς-πώλησης

Πού οφείλονται οι διαφορές;

1. Διαφορά υποδείγματος – πραγματικού εύρους:

- σφάλμα δειγματοληψίας
- Απλουστευτικές υποθέσεις υποδείγματος, π.χ.

$$\text{Corr}(q_t, q_{t-1}) = 0 \quad - \text{βλ διάγραμμα}$$

2. Διαφορά *effective* – χρονικά σταθμισμένου

- Θεσμικοί παράγοντες εκτός υποδείγματος
  - πελάτες αγοράζουν όταν οι τιμές είναι καλές
  - υπάρχουν και μεσίτες (brokers) οι οποίοι βελτιώνουν επί των τιμών των ΕΔ

Lillo & Farmer,  
2004

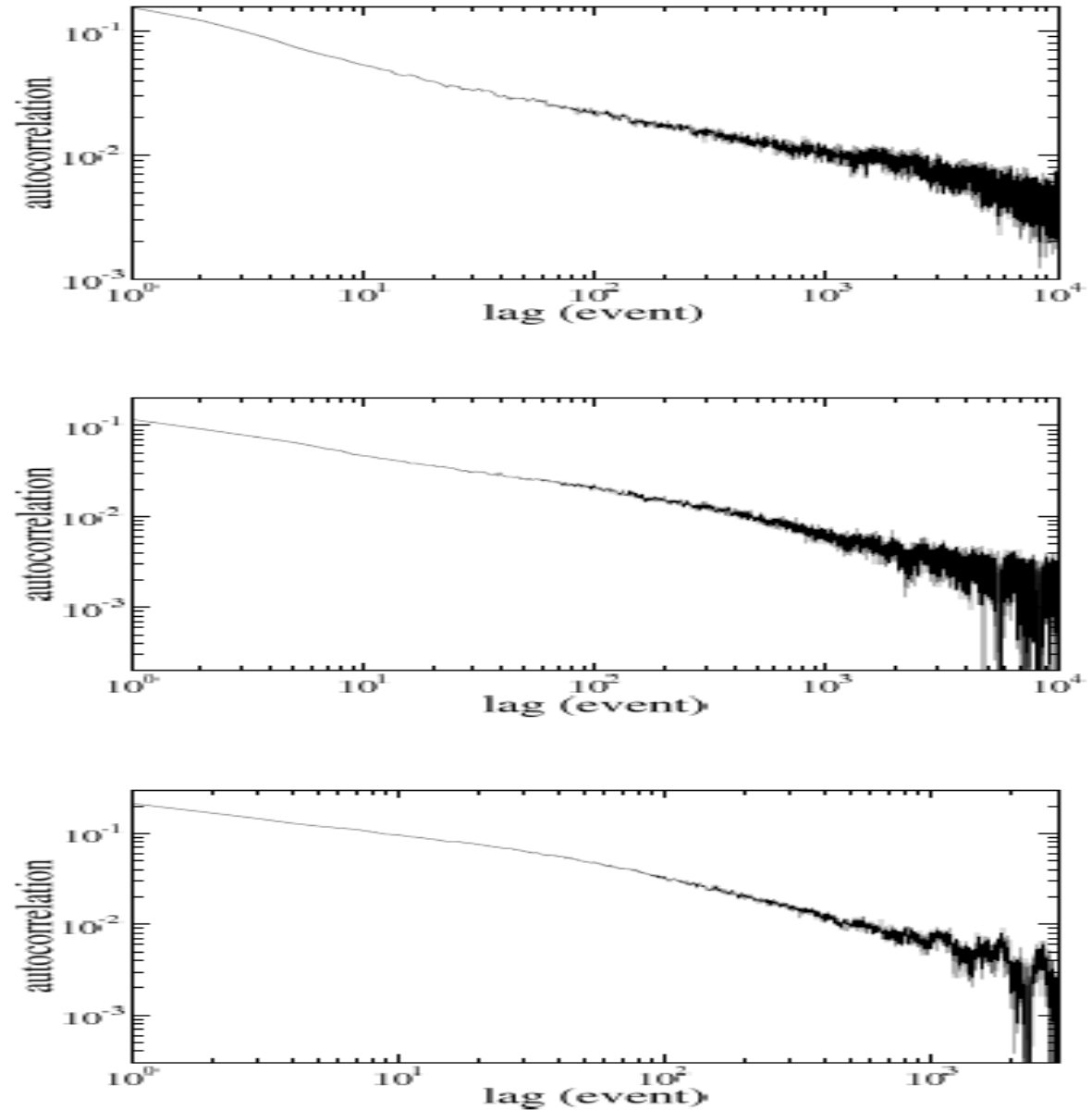


FIG. 1: Autocorrelation function of sequences of order signs for Vodafone in the period 1999-2002 in double logarithmic scale for (a) market orders, (b) limit orders and (c) cancellations. The lag is measured in terms of the number of events of each type, e.g., number of market orders, number of limit orders, etc. In each case the autocorrelation function remains positive over periods much longer than the average number of events in a day.