

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να επιλυθεί το πρόβλημα μεγιστοποίησης κερδών μονοπωλίου

$$\begin{aligned} \max_q \Pi(q) &= p(q)q - C(q) \\ \text{subject to} & \\ q &\geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

οταν οι συναρτησεις ζητησης και κοστους εχουν την μορφη

$$p(q) = a - bq \quad (2)$$

$$C(q) = \begin{cases} 2kq - \delta q^2 & \text{if } q \leq \frac{k}{\delta} \\ \infty & \text{if } q > \frac{k}{\delta} \end{cases} \quad (3)$$

Οι παραμετροι a, b, k, δ είναι ολες θετικες και ικανοποιουν $\frac{k}{\delta} > \frac{a}{b}$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Να επιλυθεί το πρόβλημα μεγιστοποίησης κερδών ανταγωνιστικής επιχείρησης

$$\begin{aligned} \max_q \Pi(q) &= pq - C(q) \\ \text{subject to} & \\ q &\geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

στις εξης περιπτωσεις

1. οταν η συναρτηση κοστους είναι η (3).
2. οταν η συναρτηση κοστους ικανοποιει τις συνθηκες

$$C(0) = 0, C'(0) \geq 0, C'(q) > 0 \forall q > 0, \lim_{q \rightarrow \infty} C(q) \rightarrow \infty, C(q) \in \mathbb{R} \forall q \geq 0 \quad (5)$$

Η παραμετρος p είναι θετικη.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να επιλυθεί το πρόβλημα ελαχιστοποίησης κοστους ανταγωνιστικής επιχείρησης

$$\begin{aligned}
 \min_{x_1, x_2} C(x_1, x_2) &= w_1 x_1 + w_2 x_2 \\
 \text{subject to} & \\
 x_1 + x_2^2 &\geq Y \\
 x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

Οι παραμετροι Y, w_1, w_2 είναι θετικες.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Να επιλυθει το προβλημα μεγιστοποιησης τυπου εντολεα-εντολοδοχου

$$\begin{aligned}
 \max_{e, a, b} U &= a + be - \frac{r\sigma}{2} b^2 - \frac{\delta}{2} e^2 \\
 \text{subject to} & \\
 ke - a - be &\geq 0, b \geq \delta e, a \geq 0, b \geq 0, e \geq 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

Οι παραμετροι r, σ, δ, k είναι θετικες.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Να επιλυθει το προβλημα μεγιστοποιησης τυπου παρετο

$$\begin{aligned}
 \max W &= \sum_{i=1}^N \theta_i \sqrt{x_i} + \beta \sqrt{a}, \\
 \text{subject to} & \\
 y + \sum_{i=1}^N x_i &\leq N, a \leq \frac{y}{k}, x_i \geq 0 \forall i, y \geq 0, a \geq 0 \tag{8} \\
 \text{μεταβλητες} & \quad x_1, x_2, \dots, x_N, a, y \\
 \text{παραμετροι} & \quad \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, N, k, \beta
 \end{aligned}$$

ΑΣΚΗΣΗ 6

Να επιλυθει το προβλημα μεγιστοποιησης καταναλωτη

$$\begin{aligned}
 \max U &= x + \theta \log(a + A) \\
 \text{subject to} & \\
 x + pa &\leq m, x \geq 0, a \geq 0 \tag{9} \\
 \text{μεταβλητες} & \quad x, a \\
 \text{παραμετροι} & \quad \theta > 0, A \geq 0, p > 0, m > 0
 \end{aligned}$$

ΑΣΚΗΣΗ 7

Θεωρούμε το πρόβλημα μεγιστοποίησης

$$\begin{aligned} & \max f(x) \\ & \text{subject to} \\ & g(x) \geq 0, x \geq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

Οι συναρτήσεις f, g έχουν συνεχείς δευτερες παραγωγούς. Να αποδειχθεί το θεώρημα αναγκαιων συνθηκων κατά Fritz John σε αυτή την ειδική περίπτωση προβλήματος (μια μεταβλητή, ένας περιορισμός).