<u>Να απαντηθουν ολες οι ερωτησεις</u>.

Θεωρουμε οικονομια με

- ενα καταναλωτη.
- δυο αγαθα,τα A και X.
- μια επιχειρηση.

Το αγαθο A παραγεται απο το αγαθο X με συναρτηση παραγωγης την

$$\widehat{A} = \begin{cases} \widehat{X}^2 & \text{if} \quad \widehat{X} \le 1 \\ 1 & \text{if} \quad \widehat{X} \ge 1 \end{cases} \tag{1}$$

Ο καταναλωτης

- εχει τεσσερεις(4) μοναδες του αγαθου X.
- ειναι ο μοναδικος ιδιοκτητης της επιχειρησης.
- εχει προτιμησεις της μορφης

$$u = (1-\beta)\log A + \beta \log X \tag{2}$$

οπου το β ειναι παραμετρος, $0 < \beta < 1$.

Για καθε δυνατη τιμη της παραμετρου να

1. ***υπολογιστουν τα σημεια παρετο.***
2. ***υπολογιστουν,η να αποδειχθει οτι δεν υπαρχουν,οι ανταγωνιστικες ισορροπιες.***

<u>Απαντησεις</u>

1.το προβλημα παρετο ειναι

$$\begin{aligned} &\max u = (1-\beta)\log A + \beta \log X \\ &\text{subject to } A = \widehat{X}^2, X + \widehat{X} \le 4, \widehat{X} \le 1, A \ge 0, X \ge 0, \widehat{X} \ge 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Ολες οι συναρτησεις του προβληματος σε κανονικη μορφη ειναι οιονει κοιλες,και η συναρτηση στοχου κοιλη,αρα καθε λυση των αναγκαιων συνθηκων ειναι και ολικο μεγιστο.

Η λαγρανζιανη συναρτηση ειναι

$$L = 2(1-\beta)\log \widehat{X} + \beta \log X + \lambda(4 - X - \widehat{X}) + \mu(1-\widehat{X}) \tag{4}$$

Οι αναγκαιες συνθηκες ειναι

$$\frac{2(1-\beta)}{\widehat{X}} = \lambda + \mu, \frac{\beta}{X} = \lambda \tag{5}$$

Η λυση ειναι

$$\boxed{(X, \widehat{X}) = \begin{cases} (3,1) & \text{if} \quad \beta \le \frac{6}{7} \\ \left(\frac{4\beta}{2-\beta}, \frac{8(1-\beta)}{2-\beta}\right) & \text{if} \quad \beta \ge \frac{6}{7} \end{cases}} \tag{6}$$

2.εστω p η τιμη του A, w η τιμη του X.

Το προβλημα του καταναλωτη ειναι

$$\begin{aligned} &\max u = (1-\beta)\log A + \beta \log X \\ &\text{subject to } pA + wX \le 4w + \Pi, A \ge 0, X \ge 0 \end{aligned} \tag{7}$$

Η λυση ειναι

$$(A,X)=((1-\beta)\frac{4w+\Pi}{p},\beta\frac{4w+\Pi}{w}) \qquad (8)$$

Το προβλημα της επιχειρησης ειναι

$$\max\Pi = p\hat{A}-w\hat{X}=\begin{cases} p\hat{X}^2-w\hat{X} & \text{if} \quad \hat{X}\le 1 \\ p-w\hat{X} & \text{if} \quad \hat{X}\ge 1 \end{cases} \qquad (9)$$

Το προβλημα της επιχειρησης δεν ειναι οιονει-κοιλο,αρα βρισκουμε ολες τις λυσεις των αναγκαιων συνθηκων και επιλεγουμε την καλυτερη.Η λυση ειναι

$$\left(\hat{X},\Pi\right)=\begin{cases} (1,p-w) & \text{if} \quad p>w \\ \{(0,0),(1,0)\} & \text{if} \quad p=w \\ (0,0) & \text{if} \quad p<w \end{cases} \qquad (10)$$

Οι συνθηκες ισορροπιας ειναι

$$X+\hat{X}=4 \qquad (11)$$

Απο τις (8),(10),(11) εχουμε οτι ισορροπια υπαρχει εαν και μονο εαν $0<\beta\le\frac{3}{4}$,και εχει τη μορφη $(X,\hat{X},A)=(1,1,1),\frac{w}{p}=\frac{\beta}{3(1-\beta)}$