The Lipsey-Lancaster theorem of the second best in a special case.

ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

●*ενας καταναλωτης*

●*αγαθα* A,B,L

●*Δυο επιχειρησεις*

Η ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ 1 *παραγει το αγαθο* A *απο το αγαθο* B *με συναρτηση παραγωγης* $A_1 = 2\sqrt{B_1}$,και *πληρωνει ανα μοναδα εισροης φορο* t_1

Η ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ 2 *παραγει το αγαθο* B *απο το αγαθο* L *με συναρτηση παραγωγης* $B_2 = L_2$, και *πληρωνει ανα μοναδα εισροης φορο* t_2

Οι φορολογικοι συντελεστες t_2, t_1 *μπορει να ειναι θετικοι,μηδεν η αρνητικοι ,αλλα ικανοποιουν τους περιορισμους* $t_1 + t_2 > -1, t_2 > -1$.

Ο ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΗΣ

●*ειναι ο μοναδικος ιδιοκτητης των επιχειρησεων.*

●*Εισπραττει τα φορολογικα εσοδα με εφαπαξ μεταβιβαση*

●*Εχει δυο μοναδες του αγαθου* L

●*Οι προτιμησεις του περιγραφονται απο την* $U = A - \frac{1}{2}L^2$.(Η μεταβλητη L ειναι η προσφορα εργασιας του καταναλωτη)

<u>*Μερος πρωτο*</u>

Να υπολογιστει η ανταγωνιστικη ισορροπια ως συναρτηση των φορολογικων συντελεστων t_2, t_1,*με χρηση της τυποποιησης «τιμη του* L *=1».* Να υπολογιστουν οι αριστες για τον καταναλωτη τιμες των *φορολογικων συντελεστων* t_2, t_1

<u>*Μερος δευτερο*</u>

Εστω οτι η επιχειρηση 2 συμπεριφερεται ως μονοπωλιο και επιλεγει την τιμη του αγαθου Β,ενω η επιχειρηση 1 συνεχιζει να θεωρει τις τιμες ως δεδομενες.Να υπολογιστει η προκυπτουσα ισορροπια ως συναρτηση των φορολογικων συντελεστων t_2, t_1,*με χρηση της τυποποιησης «τιμη του* L *=1».* Να υπολογιστουν οι αριστες για τον καταναλωτη τιμες των *φορολογικων συντελεστων* t_2, t_1

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΑΡΙΣΤΑ ΚΑΤΑ PARETO ΣΗΜΕΙΑ

Για να βρουμε τα αριστα κατα παρετο σημειο λυνουμε

$$\begin{aligned}
&\max U = A - \frac{1}{2}L^2 \\
&0 \le A \le A_1 = 2\sqrt{B_1} \\
&0 \le B_1 \le B_2 = L_2 \\
&0 \le L_2 \le L \le 2
\end{aligned}$$

Και βρισκουμε

$$\boxed{\begin{aligned}
&\text{PARETO} \\
&B_1 = B_2 = L_2 = L = 1 \\
&A_1 = A = 2 \\
&U = 3/2
\end{aligned}} \qquad (1)$$

ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

1.ονομαζω την τιμη του καθε αγαθου

$p_A =$ price of A, $w =$ price of L, p_B = price of B

2.τυποποιω τις τιμες

$w = 1$

3.Οριζω το εισοδημα του καταναλωτη

$$M = \Pi_1 + \Pi_2 + L + T \qquad (2)$$

4.λυνω το προβλημα μεγιστοποιησης του καταναλωτη

$$\max_{A,L} \; U = A - \frac{1}{2}L^2 \text{ subject to } p_A A \le L + T + \Pi_1 + \Pi_2, 0 \le L \le 2, A \ge 0$$

Οι λυσεις ειναι οι συναρτησεις προσφορας-ζητησης του καταναλωτη

$$(A, L) = \begin{cases} \left(\dfrac{\frac{1}{p_A} + T + \Pi_1 + \Pi_2}{p_A}, \dfrac{1}{p_A}\right) & \text{if} \quad p_A \ge 1/2 \\ \left(\dfrac{2 + T + \Pi_1 + \Pi_2}{p_A}, 2\right) & \text{if} \quad p_A \le 1/2 \end{cases} \tag{3}$$

5.λυνω το προβλημα μεγιστοποιησης της επιχειρησης 1

$$\max \Pi_1 = p_A A_1 - p_B B_1 - t_1 B_1 = 2 p_A \sqrt{B_1} - p_B B_1 - t_1 B_1$$

Η λυση ειναι οι συναρτησεις προσφορας-ζητησης της επιχειρησης

$$B_1 = \left(\frac{p_A}{p_B + t_1}\right)^2, A_1 = 2\frac{p_A}{p_B + t_1}, \Pi_1 = \frac{p_A^2}{p_B + t_1} \tag{4}$$

6.λυνω το προβλημα μεγιστοποιησης της επιχειρησης 2

$$\max \Pi_2 = p_B B_2 - L_2 - t_2 L_2 = p_B L_2 - L_2 - t_2 L_2$$

Η λυση ειναι οι συναρτησεις προσφορας-ζητησης της επιχειρησης

$$B_2 = L_2 = \begin{cases} \infty & \text{if} \quad p_B > 1 + t_2 \\ \ge 0 & \text{if} \quad p_B = 1 + t_2 \\ 0 & \text{if} \quad p_B < 1 + t_2 \end{cases} \tag{5}$$

6.λυνω τις συνθηκες ισορροπιας

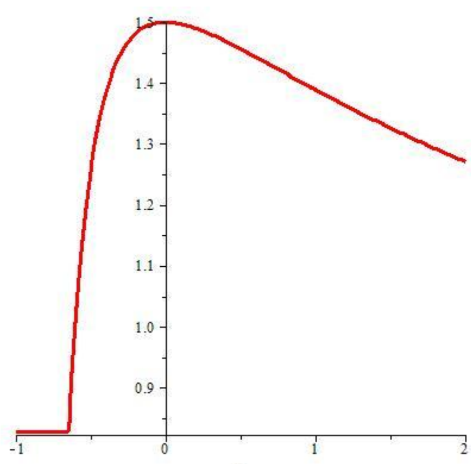
$$\boxed{\begin{array}{ccc} \text{demand} & = & \text{supply} \\ A & = & A_1 \\ L_2 & = & L \\ B_1 & = & B_2 \end{array}} \tag{6}$$

Βρισκουμε οτι $p_B = 1 + t_2$ *,και αντικαθιστωντας στις* (5),(4) καταληγουμε οτι η ισορροπια ειναι η ακολουθη συναρτηση των φορολογικων συντελεστων,οπου $\tau = t_1 + t_2$

$$\begin{array}{|l|}\hline \text{competitive equilibrium}, \tau > \frac{1}{2\sqrt{2}} - 1 \\ \hline p_B = 1 + t_2, p_A = (1+\tau)^{2/3}, \Pi_1 = (1+\tau)^{1/3} \\ T = \frac{\tau}{(1+\tau)^{2/3}} \\ B_1 = B_2 = L_2 = L = \frac{1}{(1+\tau)^{2/3}} \\ A_1 = A = \frac{2}{(1+\tau)^{1/3}} \\ U = \frac{3+4\tau}{2(1+\tau)^{4/3}} \\ \hline \end{array} \tag{7}$$

$$\begin{array}{|l|}\hline \text{competitive equilibrium}, -1 < \tau \le \frac{1}{2\sqrt{2}} - 1 \\ \hline p_B = 1 + t_2, p_A = \sqrt{2}(1+\tau), \Pi_1 = 2\tau + 2 \\ T = 2\tau \\ B_1 = B_2 = L_2 = L = 2 \\ A_1 = A = 2\sqrt{2} \\ U = 2\sqrt{2} - 2 \\ \hline \end{array} \tag{8}$$

7.μεγιστοποιω την εμμεση συναρτηση οφελους ως προς τ



Παρατηρουμε οτι η συναρτηση μεγιστοποιειται στα σημεια $\tau = t_1 + t_2 = 0$*,οπου και βρισκεται το σημειο παρετο.*

Η μεταβιβαση ειναι T=0.

ΜΟΝΟΠΩΛΙΑΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

Τα βηματα 1-5 παραμενουν ως εχουν.

6M.λυνω το προβλημα μεγιστοποιησης της επιχειρησης 2

$$\max_{p_B, L_2} \Pi_2 = p_B B_2 - L_2 - t_2 L_2 = \left(p_B - 1 - t_2\right) B_2$$

υπο τον περιορισμο $B_2 = B_1 = \left(\dfrac{p_A}{p_B + t_1}\right)^2$

Η συναρτηση κερδους μεγιστοποιειται στο σημειο

$$p_B = 2 + t_1 + 2t_2 \qquad (9)$$

7M.λυνω τις υπολοιπες συνθηκες ισορροπιας

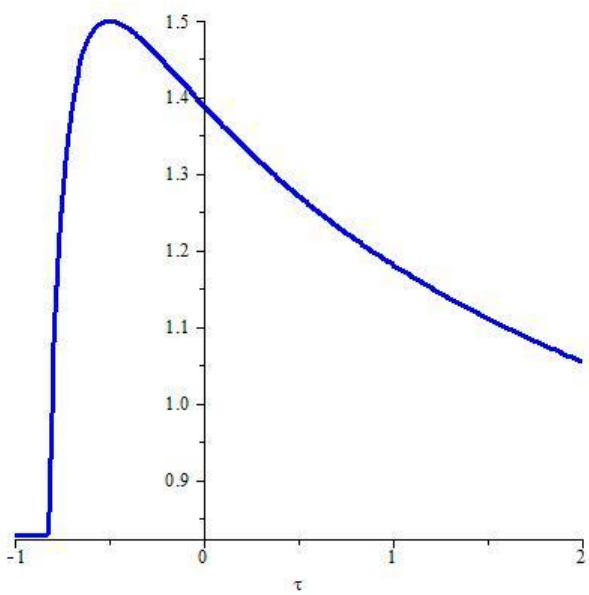
$$\begin{array}{ccc} \text{demand} & = & \text{supply} \\ A & = & A_1 \\ L_2 & = & L \end{array} \qquad (10)$$

Απο τις (10),(9),(3),(4) συναγουμε οτι(οπου $\tau = t_1 + t_2$)

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{monopoly equilibrium}, \tau \geq -1+\dfrac{1}{4\sqrt{2}} \\ p_A = 2^{2/3}(1+\tau)^{2/3}, p_B = 2 + t_1 + 2t_2 \\ \Pi_1 = 2^{1/3}(1+\tau)^{1/3}, \Pi_2 = \dfrac{\Pi_1}{2}, T = \dfrac{\tau}{2^{2/3}\left(1+\tau\right)^{2/3}} \\ B_1 = B_2 = L_2 = L = \dfrac{1}{2^{2/3}(1+\tau)^{2/3}} \\ A_1 = A = \dfrac{2^{2/3}}{(1+\tau)^{1/3}} \\ U = \dfrac{7+8\tau}{2^{7/3}(1+\tau)^{4/3}} \end{array}} \qquad (11)$$

$$
\begin{array}{|l|}
\hline
\text{monopoly equilibrium,-1}<\tau \leq \text{-1+}\dfrac{1}{4\sqrt{2}} \\
\hline
p_A = 2^{3/2}(1+\tau), p_B = 2 + t_1 + 2t_2 \\
\Pi_1 = 4 + 4\tau, \Pi_2 = \dfrac{\Pi_1}{2}, T = 2\tau \\
B_1 = B_2 = L_2 = L = 2 \\
A_1 = A = 2\sqrt{2} \\
U = 2\sqrt{2} - 2 \\
\hline
\end{array}
\qquad (12)
$$

7Μ.μεγιστοποιω την εμμεση συναρτηση οφελους ως προς τ



Παρατηρουμε οτι η συναρτηση μεγιστοποιειται στα σημεια $\tau = t_1 + t_2 = -\dfrac{1}{2}$ *,οπου και βρισκεται το σημειο παρετο.Η μεταβιβαση ειναι Τ=-1/2.*