

# ΓΡΑΜΜΙΚΗ 1

## TUTORIAL 11

1. Να εξετάσετε ποιες από τις επόμενες απεικονίσεις είναι γραμμικές

$$f: \hat{A}^3 \otimes \hat{A}^2, f(x, y, z) = (2x + xy, x - 3y - z)$$

$$g: \hat{A}^3 \otimes \hat{A}^2, g(x, y, z) = (2x + 1, x - 3y - z)$$

$$h: \hat{A}^3 \otimes \hat{A}^2, h(x, y, z) = (2x + |z|, x - 3y - z)$$

$$k: \hat{A}^3 \otimes \hat{A}^2, k(x, y, z) = (2x + z, x - 3y - z)$$

2. Έστω  $f: \hat{A}^2 \otimes \hat{A}^2$  μια γραμμική απεικόνιση τέτοια ώστε  $f(1,1) = (2,3)$ ,  $f(0,1) = (-1,1)$ . Να βρεθεί το διάνυσμα  $f(x,y)$

3. Έστω  $f: \hat{A}^2 \otimes \hat{A}^3$  μια γραμμική απεικόνιση με βάση του  $\hat{A}^2: \{(1,1), (0,1)\}$  και βάση του

$$\hat{A}^3: \{(1,1,0), (0,1,1), (0,0,1)\}. \text{ Να υπολογίσετε το } f(v) \text{ " } v = \begin{matrix} \acute{e}x\acute{u} \\ \acute{e} \\ \acute{e}y\acute{u} \end{matrix} \hat{A}^2$$

4. Για την  $f: \hat{A}^3 \otimes \hat{A}^2$  που ορίζεται ως  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + 2x_2 + 3x_3)$ , να βρεθεί ο πίνακας γραμμικής απεικόνισης ως προς τις κανονικές βάσεις των χώρων αυτών δηλ

$$\hat{A}^3: \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\} \text{ και } \hat{A}^2: \{(1,0), (0,1)\}$$

5. Για την  $f: \hat{A}^3 \otimes \hat{A}^3$  που ορίζεται ως  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 - x_3, x_2 + x_3, x_1 + x_2 - 2x_3)$ , να βρεθεί ο πίνακας γραμμικής απεικόνισης ως προς τις κανονικές βάσεις των χώρων αυτών δηλ

$$\hat{A}^3: \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$$

6. Για την  $f: \hat{A}^2 \otimes \hat{A}^3$  που ορίζεται ως  $f(x,y) = (2x - y, x + y, x)$ , να βρεθεί ο πίνακας γραμμικής απεικόνισης **a)** ως προς τις κανονικές βάσεις δηλ  $\hat{A}^3: \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$  και  $\hat{A}^2: \{(1,0), (0,1)\}$

και **b)** ως προς τις βάσεις  $\hat{A}^3: \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$  και  $\hat{A}^2: \{(1,1), (2,1)\}$  των χώρων αυτών.

7. Για την  $f: \hat{A}^3 \otimes \hat{A}^2$  που ορίζεται ως  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + 2x_2 + 3x_3)$ , να βρεθεί ο πίνακας γραμμικής απεικόνισης ως προς τις βάσεις  $\hat{A}^3: \{(1,1,0), (0,1,1), (0,0,1)\}$  και  $\hat{A}^2: \{(1,2), (1,3)\}$  των χώρων αυτών.

## Φυλλάδιο 7

8.

- a) (Άσκηση 3.1.7 από Strang)

Βρείτε ένα διάνυσμα  $x$  ορθογώνιο στον χώρο γραμμών, και ένα διάνυσμα  $y$  ορθογώνιο στον

$$\text{χώρο γραμμών του } A = \begin{matrix} \acute{e}1 & 2 & 1\acute{u} \\ \acute{e}2 & 4 & 3\acute{u} \\ \acute{e}3 & 6 & 4\acute{u} \end{matrix}$$

- b) (Άσκηση 3.1.16 από Strang)

Βρείτε όλα τα διανύσματα που είναι κάθετα στα  $(1,4,4,1)$  και  $(2,9,8,2)$ .