

# ΓΡΑΜΜΙΚΗ 1

## TUTORIAL 2

1. Δίνονται τα σημεία του  $\hat{A}^4$ ,  $a^T = (1,2,3,1)$  και  $b^T = (2,4,1,3)$ . Έστω  $L_a$  η ευθεία που διέρχεται από το  $a$  και το 0 και  $L_b$  η ευθεία που διέρχεται από το  $b$  και το 0.
- Να βρεθούν οι διανυσματικές εξισώσεις των  $L_a$  και  $L_b$ .
  - Να βρεθεί το σημείο της  $L_a$  που είναι πλησιέστερο στο  $b$ .
  - Να βρεθεί το σημείο της  $L_b$  που είναι πλησιέστερο στο  $a$ .
  - Να βρεθεί η εξίσωση (διανυσματική) του επιπέδου που διέρχεται από τα  $a$ ,  $b$  και 0 και εκείνου που διέρχεται από τα  $a$ ,  $b$  και  $c$ , όπου  $c^T = (1,1,0,0)$ .

2. Περιγράψτε γεωμετρικά το σύνολο των  $x \in \hat{A}^4$  που ικανοποιούν την εξίσωση  $\langle a, x \rangle = 0$  όπου  $a^T = (1,1,2,3)$ . Γράψτε εξίσωση της μορφής  $l x_1 + m x_2 + n x_3$ ,  $l, m, n \in \hat{A}$ ,  $v_1, v_2, v_3 \in \hat{A}^4$  που περιγράφει όλα τα  $x \in \hat{A}^4$  που είναι λύση της εξίσωσης. Παρομοίως για την εξίσωση  $\langle a, x \rangle = 1$ . Τώρα η εξίσωση θα έχει τη μορφή  $z + l x_1 + m x_2 + n x_3$ , με  $l, m, n \in \hat{A}$  και  $z, v_1, v_2, v_3 \in \hat{A}^4$ .

3. (Άσκηση 1.2.2 από Strang) Λύστε το τριγωνικό σύστημα
- $$\begin{aligned}u + v + w &= b_1 \\v + w &= b_2 \\w &= b_3\end{aligned}$$

Δείξτε ότι η λύση σας δίνει ένα συνδιασμό των στηλών που ισούται με τη στήλη στη δεξιά πλευρά.

4. (Άσκηση 1.2.3 από Strang) Περιγράψτε την τομή των τριών επιπέδων  $u + v + w + z = 6$  και  $u + w + z = 4$  και  $u + w = 2$  (όλα στον τετραδιάστατο χώρο). Είναι μία ευθεία, ένα σημείο ή το κενό σύνολο; Ποιά είναι η τομή αν συμπεριληφθεί και το τέταρτο επίπεδο  $u = -1$ ;

**Υπόδειξη:** Λύστε την τελευταία εξίσωση ως προς  $w$  ( $u$  ελεύθερο), μετά τη δεύτερη ως προς  $z$  και τελικά την πρώτη ως προς  $v$ . Τι μορφή έχει το διάνυσμα  $(u, v, w, z)^T$ ;

5. (Άσκηση 1.2.4 από Strang) Σχεδιάστε τις ευθείες
- $$\begin{aligned}x + 2y &= 2 \\x - y &= 2 \\y &= 1\end{aligned}$$

Μπορούν να λυθούν ταυτόχρονα οι τρεις εξισώσεις; Τι συμβαίνει στο σχήμα όταν όλες οι δεξιές πλευρές είναι μηδέν; Υπάρχει μη μηδενική επιλογή των δεξιών πλευρών που επιτρέπει στις τρεις ευθείες να τέμνονται στο ίδιο σημείο και στις τρεις εξισώσεις να έχουν μια λύση;