

Γραμμική Άλγεβρα Ι, Εργασία 8

1. Έστω g ένας γραμμικός μετασχηματισμός που απεικονίζει τον $\mathbb{R}^3$ στον $\mathbb{R}^4$, τέτοιος που

$$g\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad g\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad g\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Να βρεθεί πίνακας B τέτοιος ώστε $B\mathbf{x} = g(\mathbf{x})$, $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$.

Η απεικόνιση θα είναι επί; Θα είναι μονοσήμαντη;

2. Έστω g ένας γραμμικός μετασχηματισμός που απεικονίζει τον $\mathbb{R}^4$ στον $\mathbb{R}^5$, τέτοιος που

$$g\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Να βρεθεί πίνακας C τέτοιος ώστε $C\mathbf{x} = g(\mathbf{x})$, $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$. Η απεικόνιση είναι επί; Είναι μονοσήμαντη;