

Γραμμική Άλγεβρα Ι, Εργασία 6

1. Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας $\mathbf{A}$ (ίδιος με εργασία 5):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 12 & 6 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 5 & 2 \\ -1 & -1 & -2 & -3 & -3 \\ 3 & 1 & 6 & 11 & 5 \end{bmatrix}$$

Έστω $\mathbf{b} = (6 \ 8 \ -6 \ 20)^T$. Περιγράψτε το σύνολο των λύσεων του συστήματος $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ ως $\mathbf{x}_{\text{ειδική}} + \text{Span}(\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k)$ για κατάλληλα **ανεξάρτητα** $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$. (πρώτα εφαρμόζετε τον αλγόριθμο του Gauss και ακολούθως λύστε τις εξισώσεις ώστε να εκφράσετε τις βασικές μεταβλητές συναρτήσει των ελεύθερων. Αν ο αλγόριθμος Gauss υποδείξει ότι το σύστημα είναι αδύνατο, **πρώτα επισημάνετε το**. Ακολουθώντας, αγνοείτε τους περιορισμούς που το καθιστούν αδύνατο και προχωρήστε στην επίλυσή του.)

2. Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας $\mathbf{A}$ (ίδιος με εργασία 5):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -10 & -1 & -7 \end{bmatrix}$$

Έστω $\mathbf{b} = (8 \ 22 \ -26)^T$. Περιγράψτε το σύνολο των λύσεων του συστήματος $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ ως $\mathbf{x}_{\text{ειδική}} + \text{Span}(\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k)$ για κατάλληλα **ανεξάρτητα** $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$. (πρώτα εφαρμόζετε τον αλγόριθμο του Gauss και ακολούθως λύστε τις εξισώσεις ώστε να εκφράσετε τις βασικές μεταβλητές συναρτήσει των ελεύθερων. Αν ο αλγόριθμος Gauss υποδείξει ότι το σύστημα είναι αδύνατο, **πρώτα επισημάνετε το**. Ακολουθώντας, αγνοείτε τους περιορισμούς που το καθιστούν αδύνατο και προχωρήστε στην επίλυσή του.)