

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΙ ΧΩΡΟΙ

- 1) Διανυσματικός χώρος (ΔX) ονομάζεται κάθε σύνολο στο οποίο ορίζονται
α) η πρόσθεση ανάμεσα στα στοιχεία του
β) ο πολ/σμός των στοιχείων του επί αριθμό

Για τις δύο αυτές πράξεις ισχύουν οι προφανείς ιδιότητες

- 2) Η τομή υποχώρων ενός ΔX V είναι επίσης διανυσματικός υποχώρος του V

- 3) Έστω δ. χώρος V με $v_1, v_2, \dots, v_n$ διανύσματα και $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in R$

Κάθε παράσταση της μορφής $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n$ λέγεται γραμμικός συνδυασμός των $v_1, v_2, \dots, v_n$

Γραμμικώς ανεξάρτητα λέγονται τα $v_1, v_2, \dots, v_n$ αν $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$ ισχύει μόνο για $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ Αλλιώς λέγονται γραμμικώς εξαρτημένα

Αν το ένα δ/μα είναι πολλαπλάσιο του άλλου τότε και μόνο τότε είναι γραμμικώς εξαρτημένα, αλλιώς είναι γραμμικώς ανεξάρτητα

Προσοχή στις ασκήσεις

Αν τα δ/τα δίδονται με τη μορφή πινάκων γραμμών ή στηλών τότε σχηματίζουν τον πίνακα A που έχει γραμμές ή στήλες τα συγκεκριμένα δ/τα και

Αν $r(A) = r = n$ (όπου n : ο αριθμός των δ/των) τότε γραμμικώς ανεξάρτητα

Αν $r(A) = r < n$ γραμμικώς εξαρτημένα και το πλήθος των γραμμικώς ανεξαρτήτων δ/των είναι r

Αν τα δ/τα έχουν άλλη μορφή π.χ. τετραγωνικοί πίνακες, πολυώνυμα κλπ τότε χρησιμοποιούμε τον ορισμό.

- 4) Για να αποτελούν n δ/τα βάση πρέπει να'ναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

Ο μεγαλύτερος αριθμός των γραμμικά ανεξαρτήτων διανυσμάτων ενός δ.χ. λέγεται διάσταση και συμβολίζεται με $\dim V$

Προσοχή στις ασκήσεις

Για ΝΔΟ n δ/τα αποτελούν βάση αποδεικνύουμε

- 1) ότι είναι γραμμικά ανεξάρτητα
2) η διάσταση της βάσης αυτής είναι ίση με το πλήθος των διανυσμάτων