

10^ο ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

1) Η τ.μ. X έχει πυκνότητα πιθανότητας:

$$f_x(x) = \begin{cases} 0.2 & -\theta < x < \theta \\ 0 & \text{άλλου} \end{cases}$$

- (α) Να βρεθεί η σταθερά θ (έτσι ώστε η $f_x(x)$ νάναι πυκνότητα πιθανότητας).
(β) Να βρεθούν οι πιθανότητες: (i) $P\{-1 \leq X \leq 2\}$, (ii) $P\{X \geq 1.5\}$
(γ) Να βρεθεί η σταθερά c τέτοια ώστε: $P\{X \geq c\} = 0.8$
(δ) Να βρεθεί η μέση τιμή EX ή $E(X)$ και η διασπορά $V(X)$ ή $\text{Var}(X)$ της X

2) Έστω συνεχής τ.μ. X η οποία παίρνει τιμές στο διάστημα $[1,3]$ με πυκνότητα

$$f(x) = \frac{a}{x^2}$$

Να υπολογίσετε: **i)** τη σταθερά a , **ii)** τη συνάρτηση κατανομής F , και **iii)** την πιθανότητα $P(X > 2)$.

3) Η τ.μ. X έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \begin{cases} kx & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ k(1-x) & \frac{1}{2} < x < 1 \\ 0 & x \leq 0 \text{ ή } x \geq 1 \end{cases}$$

- i)** Να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού k .
ii) Να βρεθούν οι πιθανότητες $P\left(X < \frac{1}{2}\right)$, $P\left(\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4}\right)$.
iii) Να δειχθεί ότι τα ενδεχόμενα $A = \left\{X < \frac{1}{2}\right\}$, $B = \left\{\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4}\right\}$ είναι ανεξάρτητα.

4) Η μηνιαία κατανάλωση πετρελαίου για θέρμανση μιας πολυκατοικίας σε χιλιάδες λίτρα είναι τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \begin{cases} 5(1-x)^4, & \alpha \nu \quad x \in (0,1) \\ 0, & \alpha \nu \quad x \notin (0,1) \end{cases}$$

Ποια χωρητικότητα πρέπει να έχει η δεξαμενή του λέβητα ώστε η πιθανότητα να εξαντληθεί το πετρέλαιο σε ένα μήνα να είναι 1% ;