

## 6<sup>ο</sup>+ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

- 1) Να εκφραστούν οι πιθανότητες  $P(x < X \leq y)$  και  $P(X > x)$  συναρτήσει της σ.κ.  $F_X$  για μια τ.μ.  $X$
- 2) Οι ημερήσιες παραγγελίες (σε 100-άδες χιλιάδες τεμάχια) που δέχεται ένα εργοστάσιο το οποίο κατασκευάζει CD περιγράφονται από μία τ.μ.  $X$  με συνάρτηση κατανομής:

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ at^2 & 0 \leq t < \frac{1}{2} \\ at - t^2 & \frac{1}{2} \leq t < 1 \\ 1 & t \geq 1 \end{cases} \quad \text{όπου } a \text{ είναι μία πραγματική σταθερά.}$$

Υποθέτουμε ότι οι ημερήσιες παραγγελίες είναι λιγότερες από 100000 τεμάχια.

- (α) Έστω η τιμή της σταθεράς  $a=2$ . (β) ΝΥ η πιθανότητα σε 1 μέρα να παραγγελθούν το πολύ 75000 τεμάχια  
 (γ) Να υπολογιστεί η πιθανότητα σε μία ημέρα να παραγγελθούν περισσότερα από 50000 τεμάχια.  
 (δ) Αν κάποια ημέρα οι παραγγελίες έχουν ξεπεράσει τα 25000 τεμάχια, ποια είναι η πιθανότητα να υπερβούν και τα 75000 τεμάχια;

- 3) Ας θεωρήσουμε το τυχαίο πείραμα της ρίψης 2 ζαριών. Να ορίσετε τις τιμές της συνάρτησης πιθανότητας για τις τ.μ.:

$X$ : η μεγαλύτερη από τις 2 ενδείξεις,

$Y$ : η μικρότερη από τις 2 ενδείξεις,

$Z$ : η διαφορά της μικρότερης από την μεγαλύτερη ένδειξη (απόλυτη διαφορά των 2 ενδείξεων)

- 4) Να βρεθεί η τιμή της σταθεράς  $c$  έτσι ώστε η συνάρτηση με τύπο:

$$f(x) = c \frac{3^{x-1}}{4^x}, \quad x = 1, 2, \dots$$

να αποτελεί συνάρτηση πιθανότητας κάποιας διακριτής τ.μ.

- 5) Ποιος είναι ο αναμενόμενος αριθμός γραμμάτων κατά την ρίψη 1 νομίσματος 4 φορές;  
 6) Ο αριθμός Η/Υ που πουλάει κατάστημα σε διάστημα 3 μηνών, περιγράφεται με διακριτή τ.μ.  $X$  με σ.π.

$$f(x) = \frac{2x+3}{63}, \quad x \in R_X = \{0, 1, \dots, 6\}$$

- α) ΝΒ ο μέσος αριθμός Η/Υ που πουλάει τα κατάστημα σε 3 μήνες  
 β) Για την κάλυψη των αναγκών του, το κατάστημα αγοράζει από τον προμηθευτή στην αρχή του 3μήνου, 6 Η/Υ προς 1700€ τον ένα με την εξής συμφωνία: αν στους 3 μήνες δεν πουληθούν κάποια κομμάτια, μπορούν να επιστραφούν στον κατασκευαστή στην τιμή όμως των 1000€. Αν υποθέσουμε ότι η τιμή πώλησης ενός Η/Υ είναι 2200€, ποιο το αναμενόμενο κέρδος του εμπόρου σε 3 μήνες;

- 7) Έστω  $X$  διακριτή τυχαία μεταβλητή με κατανομή πιθανότητας

$x$	0	1	2	3
$P(X = x)$	0.5	0.1	0.3	0.1

- i. Να υπολογισθεί η μέση τιμή και η διακύμανση της  $X$ .
- ii. Ποια η μέση τιμή των τ.μ.  $X^2$ ,  $5X + 3$  και  $\sqrt{X}$ .
- iii. Ποια η διακύμανση των τ.μ.  $X^2$ ,  $5X + 3$  και  $\sqrt{X}$ .