

Πιθανότητες II

Tutorial 9

1) Έστω οι ανεξάρτητες τ.μ. X και Y που ακολουθούν την εκθετική κατανομή με $\lambda=1$.

Να βρεθεί η σ.π.π. της $U=2X+3Y$

2) Έστω οι ανεξάρτητες και ισόνομες τ.μ. X_1 και X_2 που ακολουθούν την εκθετική κατανομή με $\lambda=1$. α) Να βρεθεί η από κοινού σ.π. των τ.μ. $U = X_1 + X_2$, $V = \frac{X_1}{X_2}$, β) να βρεθούν οι περιθώριες τους και γ) ΝΔΟ οι U, V είναι ανεξάρτητες .

3) Έστω X, Y, Z συνεχείς τ.μ. με από κοινού σ.π.π. $f_{XYZ}(x, y, z)$ και $U = X + Y$, $V = Y + Z$, $W = Z + X$. Να βρεθεί η από κοινού σ.π.π. των U, V, W και στην ειδική περίπτωση όπου $X, Y, Z : Exp(1)$ με X, Y, Z ανεξάρτητες.

4) Οι τ.μ. X_1, X_2, \dots, X_n είναι ανεξάρτητες και ισόνομες με $X_i = \begin{cases} 1, & \text{με πιθανότητα } p \quad 0 < p < 1 \\ 0, & \text{με πιθανότητα } q=1-p \quad i=1, 2, \dots, n \end{cases}$.

Να βρεθεί η κατανομή της $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ με ροπογεννήτρια.