

TUTORIAL 3

1) NB η ροπογεννήτρια και στη συνέχεια η μέση τιμή και η διακύμανση για την τ.μ. με

α) σ.π. $f(x) = \frac{5-x}{10}$, $x=1,2,3,4$ και β) σ.π. με $f(x) = e^{-x}$, $x > 0$

2) Αν X συνεχής τ.μ. με ροπογεννήτρια $M_X(t) = \exp(t + 2t^2)$, $t \in \mathfrak{R}$

α) NB η ροπογεννήτρια και η κατανομή της $Y = \frac{(X-1)}{2}$ και

β) NY η $P(-1 < X < 2)$

3) NY η $P(X \geq 1)$ αν

α) X διακριτή τ.μ. με ροπογεννήτρια $M_X(t) = \exp(2e^t - 2)$, $t \in \mathfrak{R}$

β) X συνεχής τ.μ. με ροπογεννήτρια $M_X(t) = \exp(t(2t-1))$, $t \in \mathfrak{R}$

4) α) Αν X συνεχής τ.μ. με σ.πυκνότητας

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

NB η ροπογεννήτρια $M_X(t) = E(e^{tx})$

β) Δύο άτομα διαλέγουν, ανεξάρτητα το ένα από το άλλο, έναν αριθμό στο διάστημα (0,1). NB η κατανομή του αριθμού που προκύπτει, αν προσθέσουμε τους δύο αριθμούς που επιλέχτηκαν.

5) Μια διακριτή τ.μ. έχει σ.π. $f(x) = c2^{-x}$, $x = 0,1,2,3,4$

α) NB η τιμή της c

β) NY η πιθανογεννήτρια $P_X(t)$ της X

γ) NB η μέση τιμή και η παραγοντική ροπή 2^{ης} τάξης $E[X(X-1)]$ της X

δ) NB η διακύμανση

6) Η τ.μ. X έχει συνάρτηση πιθανότητας που δίνεται από τον πίνακα:

X	0	1	2	3
$P(X=x)$	$1/8$	$3/8$	$2/8$	$2/8$

Να βρεθεί η κατανομή της τ.μ. $Y=(X-1)^2$.

7) Έστω X συνεχής τ.μ. με

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} x e^{-\frac{x^2}{4}}, & x \geq 0 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

Αν $Y=X^2$, να βρείτε την συνάρτηση κατανομής της Y και τη συνάρτηση πυκνότητάς της. Ποια η μέση τιμή της;