

Μάθημα 2^ο Πιθανότητες 2

1)

Στις παρακάτω συναρτήσεις $f(x)$ να προσδιοριστεί η σταθερά a ώστε η $f(x)$ να είναι πυκνότητα κατανομής **Βήτα**

$$\text{ι) } f(x) = \begin{cases} ax(1-x)^3 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{αλλου} \end{cases} \quad \text{ιι) } f(x) = \begin{cases} ax^2(1-x)^8 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{αλλου} \end{cases} \quad \text{ιιι) }$$

$$f(x) = \begin{cases} ax^4(1-x)^6 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{αλλου} \end{cases}$$

2)

Το ποσοστό γνώσεων που συγκρατεί ένας μαθητής κατά την παρακολούθηση ενός συγκεκριμένου μαθήματος, περιγράφεται από μια συνεχή τ.μ. X που ακολουθεί την κατανομή **Βήτα** με παραμέτρους $\alpha=6$ και $\beta=2$.

α) Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής F της X

β) Ποιο είναι το μέσο ποσοστό γνώσεων που συγκρατεί ο μαθητής; Ποια είναι η διακύμανση της τ.μ. X ;

γ) Να υπολογιστεί η πιθανότητα

ι) το ποσοστό γνώσεων που συγκρατεί ένας μαθητής να είναι μεγαλύτερο του 75%.

ιι) σε 10 μαθητές τουλάχιστον οι 2 να μπορέσουν να συγκρατήσουν περισσότερο από το 75% των γνώσεων (ο καθένας ξεχωριστά).

3)

Ας υποθέσουμε ότι το ποσοστό γνώσεων που μεταδίδεται σ'ένα μαθητή κατά τη διδασκαλία ενός μαθήματος περιγράφεται από μια τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας

$$f(x) = c x^6(1-x)^2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

όπου c μια κατάλληλη πραγματική σταθερά.

α. Να υπολογιστεί η τιμή της σταθεράς c και το μέσο ποσοστό γνώσεων που μεταδίδονται στο μαθητή.

β. Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής X .

γ. Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών στους οποίους μεταδίδεται ποσοστό μεγαλύτερο από το μέσο ποσοστό που υπολογίστηκε στο ερώτημα (α).

δ. Αν θεωρήσουμε 10 μαθητές ποια είναι η πιθανότητα στους 3 να μεταδοθεί ποσοστό μεγαλύτερο από το μέσο ποσοστό (και στους υπόλοιπους 7 ποσοστό μικρότερο από το μέσο ποσοστό);

4)

Έστω μια διακριτή τ.μ. X με σ.π. $P(X=x) = \frac{4-x}{6}$, $x=1,2,3$. Να βρεθεί η ροπογεννήτρια της X και οι ροπές της.

5)

Έστω X μία τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πιθανότητας $f(x)=1$, $0 < x < 1$,

(α) Να βρεθεί η ροπογεννήτρια $M_X(t)$ της X .

(β) Να υπολογιστεί η μέση τιμή και η διακύμανση της X .