

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1

## TUTORIAL 14

- 1) Να επιλύσετε την μη γραμμική εξίσωση  $\cos x - 3x^2 = 0$
- 2) Χρησιμοποιώντας τα αναπτύγματα των εμπλεκόμενων συναρτήσεων σε σειρές Maclaurin να υπολογίσετε τα όρια  
i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$     ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x^2}$     iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$     iv)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - x^2}{x^4}$
- 3) Να βρείτε το ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης  $f(x) = e^{2x-x^2}$ , στο  $x=0$ , μέχρι όρους τάξης  $x^3$
- 4) Η εξίσωση  $e^{-2x} = 3x^2$  έχει μία πραγματική ρίζα  $x=0,39$ . Χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Maclaurin της συνάρτησης  $e^{-2x}$ , να βρείτε μια προσέγγιση της ρίζας αυτής.
- 5) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_0^1 \frac{\sin x}{2x} dx$
- 6) Να βρείτε τα αναπτύγματα Maclaurin των συναρτήσεων  $e^x$  και  $\sin x$  μέχρι όρους τάξης  $x^4$  και να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_0^1 e^{\sin x} dx$
- 7) Να βρείτε τα αναπτύγματα Taylor των συναρτήσεων  $e^{x^2}$  και  $\cos x$ , στο  $x=0$  και να βρείτε τα  $\kappa$  και  $\lambda$  ώστε η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & x \neq 0 \\ \kappa & x = 0 \\ 1 + \lambda x^2 - \frac{1}{2} e^{-x^2} & x > 0 \end{cases}$  να είναι συνεχής και 2 φορές παραγωγίσιμη στο  $x=0$
- 8) Αναπτύσσοντας σε Taylor στο  $x=0$  τη συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x+1}$  υπολογίστε με ακρίβεια 6 δ.ψ. την ποσότητα  $\sqrt{1.01}$