

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1

TUTORIAL 11

1) Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

$$\int \frac{(x^2 - 3x + 1)}{x(x-1)^2} dx, \quad \int \frac{dx}{x^2 + x + 1}, \quad \int \frac{(x^2 + 3)}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$$

2) Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

$$\int_0^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx, \quad \int x \sin(kx) dx, \quad \int \frac{x + 3\sqrt{2x-5}}{\sqrt{2x-5} + 1} dx, \quad \int \sin(2x) \cos(3x) dx$$

3) Δίνονται οι συναρτήσεις $2x^2 - 4x + 6$ και $-x^2 + 2x + 1$ για $1 \leq x \leq 2$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ενδιάμεσης περιοχής.

4) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ενδιάμεσης περιοχής για τις ακόλουθες περιπτώσεις:

a) $f(x) = 4 - x^2$, $g(x) = 0$, $a = -2$, $b = 2$

b) $f(x) = 4 - x^2$, $g(x) = 8 - 2x^2$, $a = -2$, $b = 2$

g) $f(x) = x^3 + x^2$, $g(x) = x^3 + 1$, $a = -1$, $b = 1$

d) $f(x) = |x| + |x - 1|$, $g(x) = 0$, $a = -1$, $b = 2$

5) Να υπολογίσετε το στερεό που δημιουργείται με την περιστροφή του γραφήματος της συνάρτησης f στο διάστημα $[a, b]$ γύρω από τον άξονα των x για τις ακόλουθες περιπτώσεις:

a) $f(x) = cx$, $c > 0$, $a = 0$, $b > 0$

b) $f(x) = \sqrt{x}$, $a = 0$, $b = 1$

g) $f(x) = \sin x$, $a = 0$, $b = \rho$

d) $f(x) = \sin x \cos x$, $a = 0$, $b = \rho$

6) Να λυθούν τα Γενικευμένα ολοκληρώματα

$$\int_0^{\infty} e^{-x} dx, \quad \int_7^{\infty} \frac{1}{(x-5)^2} dx, \quad \int_{-\infty}^1 e^{5x} dx$$